الجمهوريّة العربيّة السوريّة
وزارة التربية

الفيزياء

كتاب الطّالب

الثّالث الثّانوي العلميّ

2013 - 2012 م

1433 هـ

المؤسّسة العامّة للطّباعة

طُبِعَ أوّلَ مرّةٍ للعام الدّراسيّ 2012 – 2013

أشـرفت على تـأليف هـذا الكتاب اللّجنة التوجيهيّة العليا المشكّلة بالقرار الوزاريّ رقم ٩٤٣/٢٠٥٣ تاريخ ٢٠١٠/٤/١

منسِّقا الصَّفِّ: بشار مهنا - ملك الشوا

المؤلفون

ملك الشوا
بشار مهنا
أ.د. عقيل سلوم
أ.د. مفيد عباس
د. محمود أحمد
يوسف حمد
علي الفقير
عمر أبو دان
عبد الله بويحيى
أحمد شريقي

التدقيق العلمي

أ.د. فرح سليمان المطلق
أ.د. بيداء الأشقر

التدقيق اللغويّ	رسوم الكتاب	التنسيق الفنيّ والتنضيد الطباعيّ	تصميم الغلاف
سلمى جانودي	بشار مهنا عبد الله بويحيى فراس حوش	فراس حوش	عزت تلجة

الإخراج الفنيّ

فراس حوش

الإشراف الفنيّ

م. عزت تلجة
م. عماد الدين برما

وحدات التحويل

الطول
الانش 1 in = 2.54 cm
السنتمتر 1 cm = 0.394 in
القدم 1 ft = 305 cm
المتر 1 m = 39.37 in = 3.28 ft
الميل 1 mile = 1.61 cm
السنة الضوئية 1 (ly) = 9.4×10^{15} m
الانغستروم 1 A° = 10^{-10} m
الحجم
1 liter (L) = 1000 ml = 1000 cm^3 = 10^{-2} m^3
السرعة
1 mi / h = 1.609 km/h = 0.447 m/s = 1.47 ft/s
1 km/h = 0.278 m/s = 0.621 min/h
1 ft/s = 0.305 m/s = 0.682 mi/h
1 m/s = 3.28 ft/s = 3.60 km/h
الزوايا
1 radian (rad) = 5730°
1° = 0.01745 rad
الزمن
1 day = 8.64×10^4 s
1 year = 3.156×10^7 s
الكتلة
وحدة كتلة ذرية 1 (u) = 1.6605×10^{-27} kg
القوة
1 N = 10^5 dyne
الاستطاعة
الواط 1 W = 1 J/s
الطاقة والعمل
1 k cal = 4.18×10^3 J
الضغط
الضغط الجوي النظامي 1 atm = 1.013×10^5 N/m^3
الباسكال 1 pa = 1 N/m^2

الوحدات في الجملة الدولية *SI*

الوحدة		الرمز	المقدار
$kg.m/s^2$	(N)	Force	القوة
$kg.m^2/s^2$	joule (J)	Energy and Work	العمل والطاقة
$kg.m^2/s^3$	Watt (W)	Power	الاستطاعة (المقدرة)
$kg/(m.s^2)$	Pascal (Pa)	Pressure	الضغط
s^{-1}	Hertz (Hz)	Frequency	التواتر (التردد)

ثوابت أساسية

المقدار	الرمز	القيمة
سرعة الضوء في الخلاء	c	3×10^8 m/s
ثابت الجاذبية العام	G	6.673×10^{-11} $N.m^2/kg^2$
عدد أفوغادرو	N	6.02×10^{23} mol^{-1}
ثابت الغازات المثالية	R	8.315 J/mol.k = 1.99 cal/mol.k
ثابت بولتزمان	k	1.38×10^{-23} J/k
شحنة الإلكترون	e	1.6×10^{-19} C
ثابت بولتزمان - ستيفان	σ	5.67×10^{-6} $W/m^2.k^4$
سماحية الخلاء الكهربائية	$\varepsilon_0 = \frac{1}{c^2 \mu_0}$	8.83×10^{-12} $C^2/N.m^2$
سماحية الخلاء المغناطيسية	μ_0	4×10^{-7} T.m/A
ثابت بلانك	h	6.63×10^{-34} J.s
كتلة الالكترون	m_c	9.11×10^{-31} kg
كتلة البروتون	m_p	1.6726×10^{-27} kg
كتلة النترون	m_n	1.6749×10^{-27} kg

معلومات مفيدة

الحريرة	4.181 J
الصفر المطلق	-273.15 C°
كتلة الأرض	5.97×10^{24} kg
نصف قطر الكرة الأرضية	6.38×10^3 km
المسافة بين الأرض والسماء	149.6×10^6 km
المسافة بين الأرض والقمر	384×10^3 km

الأحرف اليونانية

بيتا	β	فاي	ϕ	سيغما	$\sum$	ألفا	$\propto$
غاما	ɤ	بساي	Ψ	غاما	Γ	بي	π
دلتا	Δ	أوميغا	Ω	نيو	υ	رو	ρ
ميو	μ	لامدا	λ	تيتا	θ	إيبسلون	ε
		نو	ν	تاو	τ	ايتا	η

القيمة في الجملة الدولية *SI*

القيمة	المصطلح	الاسم	
10^{12}	T	Tera	تيرا
10^9	G	giga	غيغا
10^6	M	mega	ميغا
10^3	k	kilo	كيلو
10^2	h	hecto	هكتو
10^1	da	deka	ديكا
10^{-1}	d	deci	ديسي
10^{-2}	c	centi	السنتي
10^{-3}	m	milli	الميلي
10^{-6}	μ	micro	الميكرو
10^{-9}	n	nano	النانو
10^{-12}	p	pico	البيكو
10^{-15}	f	femto	الفيمتو





- فيزياء الجسم الصلب
- الفيزياء الطبية.

1

الحركة والتحريك

أهداف الوحدة

يُتوقّع من المتعلّم في نهاية هذه الوحدة

أن يكون قادراً على أن:

- يعطي أمثلة عن الحركات التوافقيّة.
- يبرهن العلاقاتِ والقوانينَ الرياضيّة المتعلّقة بالحركة التوافقيّة.
- يبيّن العلاقة بين الحركة التوافقيّة والحركة الموجيّة.
- يبرهن انحفاظ الطاقة الميكانيكيّة في الحركة التوافقيّة.
- يصف جريان السوائل.
- يوضّح تأثير الهواء على حركة الأجسام فيه.
- يحلّ تمارين ومسائلَ تطبيقيّة.



الدرس الأول

الحركة التوافقيّة البسيطة

Simple Harmonic Motion

الأهداف التعليميّة

يُتوقّع من الطالب في نهاية الدرس أن يكون قادراً على أن:

- يتعرّف الحركة التوافقية البسيطة.
- يعطي أمثلة على الحركة التوافقية البسيطة.
- يتعرّف توابع الحركة التوافقية البسيطة.
- يدرس بيانياً توابع الحركة التوافقية البسيطة.
- يستنتج علاقة الطاقة الميكانيكية في الحركة التوافقية البسيطة.
- يربط بين الحركة الدائرية المنتظمة والحركة التوافقية البسيطة.

المصطلحات

عربي	إنكليزي
نابض	*Spring*
ثابت صلابة النابض	*Spring Constant*
قانون هوك	*Hooke's Low*
اهتزاز	*Vibratory Movement*
قوة الإرجاع	*Restoring Force*
الازاحة	*Displacement*
السعة	*Amplitude*
الدور	*Period*
التواتر	*Frequency*
الطاقة الكامنة	*Potential Energy*
الطاقة الحركية	*Kinetic Energy*
الطاقة الميكانيكية	*Mechanical Energy*

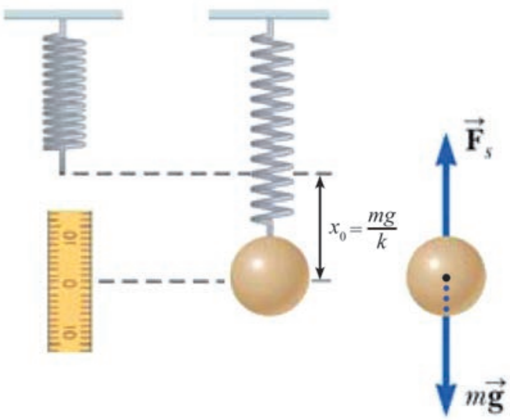
لو نظرنا إلى حركة أرجوحة وحركة رقّاص الساعة لوجدنا أنّها تهتزُّ إلى جانبي نقطة ثابتة (مركز التوازن)، مقتربة منها تارةً، ومبتعدة عنها تارةً أخرى. ندعو هذا النوع من الحركات بالحركة الاهتزازية.

هل ترى حوادث مشابهة لهذه الحركات؟

إنّ حركة اهتزاز جسم صلب معلّق بنابض مرن هي أوضح مثالاً على الحركة الاهتزازيّة.

النوّاس المرن:

- ثبّت شاقولياً طرف نابض مرنٍ مُهمَلِ الكتلة حلقاتُه متباعدة إلى حامل معدني مزوّد بمسطرة مدرّجة، صفرها في المنتصف.



الشكل (1)
يسبب الجسم المعلّق بنهاية نابض شاقولي استطالة ثابتة

- علّق في الطرف الآخر للنابض جسماً صلباً مناسباً. ماذا تلاحظ؟

يتوازن الجسم في موضع يكون فيه النابض قد استطال بمقدار x_0.

- اجعل صفر المسطرة على الاستقامة الأفقية لمركز عطالة الجسم المعلّق، وهو ساكن كما في الشكل.

- ما القوى الخارجية المؤثِّرة في مركز عطالة الجسم الصلب عندئذٍ؟

إنّها قوة ثقل الجسم $\vec{W}$، والقوة التي يؤثِّر فيها النابض على الجسم $\vec{F_s}$، والتي تحقّق شرط توازن مركز عطالة الجسم.

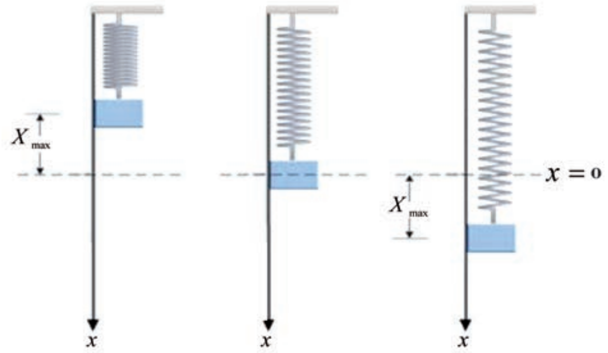
- أزح الجسم المعلّق بالنابض شاقولياً نحو الأسفل بمقدار x، واتركه ليهتزَّ إلى جانبيّ مركز التوازن o (صفر المسطرة).

نصنّف الحركاتِ الاهتزازيَّة بحسب القوى المؤثّرة فيها إلى:

- **حركة توافقية بسيطة:** إذا خضع الجسم المهتزُّ إلى محصّلة قوى من الشكل $\overline{F} = -k\,\overline{x}$ تُدعى قوّة الإرجاع (قوة معيدة) فإنها تعيده دوماً إلى موضع توازنه كلّما ابتعد عنه.
- **حركة اهتزازية مُتخَامدة:** إذا تأثّر الجسم إضافة إلى القوى السابقة بقوى مبدِّدة للطاقة منها: (قوى الاحتكاك، عدم مثالية مرونة النابض ...)، فهذه الحركة تنتهي بسكون مركزِ عطالة الجسم في وضع توازنه o بعد عددٍ من الاهتزازات.

- **أعطِ تفسيراً علميّاً لما شاهدته في النشاط السابق، وذلك أثناء اهتزاز الجسم إلى جانبَيْ مركز توازنه o .**

عند إزاحة الجسم بمقدار $\bar{x} = +X_{max}$ ، وتركه دون سرعة ابتدائية، تؤثّر فيه محصّلة قوى هي قوّة إرجاع تتّجه نحو المركز o، وتتسارع حركة الجسم بشكل متغيّر فتزداد سرعته كلّما اقترب من مركز الاهتزاز، وعندما يصل الجسم إلى مركز الاهتزاز تنعدم قوة الإرجاع وبفعل السرعة التي اكتسبها الجسم، فإنّه يبتعد عن مركزالتوازن في الاتجاه المناظر، وهذا يولّد قوّة الإرجاع من جديد، وهي تعاكس في الجهة قوة الإرجاع في الوضع الأول، فتتباطأ حركة الجسم حتى يصلَ إلى وضع سكونه الآني على بُعد $\bar{x} = -X_{max}$ من المركز o ، ويكرِّر الجسم حركته بحيث يرسم مركز عطالته قطعة مستقيمة، طولها $2X_{max}$ ، وهذا ما يُسمَّى بالحركة التوافقيّة البسيطة.



الشكل (2)
محصّلة القِوى المؤثرة في الجسم في كلِّ لحظة هي قوة الإرجاع

مصطلحات:

المطال (الإزاحة) $\bar{x}$: هو القياس الجبري لبُعد مركز عطالة الجسم الصلب عن مركز التوازن في اللحظة t.

السّعة X_{max} : تمثّل المطال الأعظميّ أو الإزاحة العظمى للجسم، وهو مقدارٌ موجب دوماً.

الدور T: الزمن اللازم ليُتِمَّ مركز عطالة الجسم الصلب هزَّةً كاملة.

التواتر f: عدد الهزّات التي ينجزها مركز عطالة الجسم في وحدة الزمن.

دراسة تحريكيّة (إيجاد قوّة الإرجاع):

عندما نعلّق جسماً صلباً في نابض مرن مُهمل الكتلة حلقاتُه متباعدة شاقولي، فإنّه يسبّب له استطالة x_0، ويتوازن الجسم (يسكن) في النقطة o.

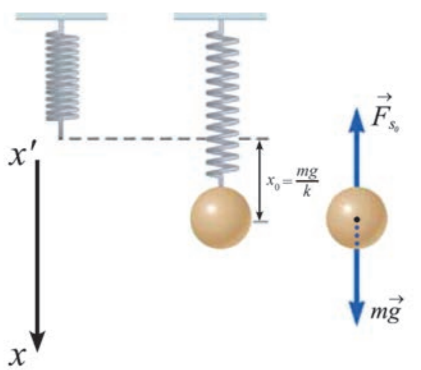
تؤثّر في الجسم القوّتان: $\vec{W}$ ثقلُ الجسم، $\vec{F}_{s_0}$ قوّةُ توتّر النابض:

$$\vec{W} + \vec{F}_{s_0} = \vec{0}$$

بالإسقاط وفق محور $\overrightarrow{x'x}$ الموجّه نحو الأسفل:

$$W - F_{s_0} = 0 \Rightarrow$$

$$W = F_{s_0}$$



الشكل (3)
يتوازن الجسم عندما تنعدم محصّلة القوى المؤثّرة فيه

تؤثّر في النابض قوّةُ شدٍّ $\overrightarrow{F'_{s_0}}$ نحو الأسفل تساوي قوّة ثقل الجسم المعلّق به في حالة التوازن السكوني:

$$F'_{s_0} = F_{s_0}$$

$$F'_{s_0} = k\, x_0 \quad ......\ (1)$$



الشكل (4)
القوّة التي يؤثر فيها الجسم في النابض

نزيح الجسم شاقولياً بمقدار $\overline{x}$ عن وضع توازنه، ونتركه ليقومَ بحركة اهتزازيّة إلى جانبي وضع التوازن على المحور الشاقولي $\overrightarrow{x'x}$ الموجّه نحو الأسفل، ويكون خاضعاً لقوّة ثقلِهِ $\overrightarrow{W}$ الثابتة، ولقوة توتّر النابض $\overrightarrow{F_s}$:

$$\sum \vec{F} = m\,\vec{a}$$

$$\vec{W} + \vec{F_s} = m\,\vec{a}$$

بالإسقاط على $\overrightarrow{x'x}$:

$$W - F_s = m\,a \quad .....\ (2)$$

تؤثّر في نهاية النابض قوة شدّ $F'_s = k\,(x_0 + \overline{x})$ ناتجة عن الإزاحة $(x_0 + \overline{x})$، ولكن: $F_s{}' = F_s$ نعوّض في العلاقة (2) فنجد:

$$F = kx_0 - k\,(x_0 + \overline{x}) = m\,a \ \Rightarrow$$

$$\overline{F} = -\,k\,\overline{x} \quad .....\ (3)$$

إذاً محصّلة القوى المؤثّرة في الجسم هي قوة إرجاع $\overline{\boldsymbol{F}}$، وهي تتناسب طرداً مع المطال $\overline{\boldsymbol{x}}$، وتعاكسه بالإشارة.

الدراسة الحركيّة:

- **استنتاج طبيعة حركة الجسم المهتزّ:**

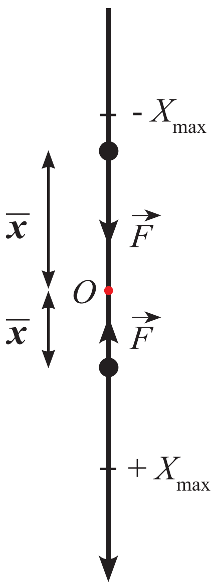
وجدنا أنّ محصّلة القوى المؤثّرة في مركز عطالة الجسم:

$$\overline{F} = m\overline{a} = -\,k\,\overline{x}$$

لكن: $\overline{a} = (\overline{x})''_t$

نعوّض فنجد: $m\,(\overline{x})''_t = -k\,\overline{x}$

$$(\overline{x})''_t = -\frac{k}{m}\,\overline{x} \quad ....\ (4)$$



الشكل (5)
تزداد شدّة قوة الإرجاع بابتعاد مركز عطالة الجسم عن مركز الاهتزاز

وهي معادلة تفاضليّة من المرتبة الثانية تقبل حلّاً جيبيّاً من الشكل:

$$\overline{x} = X_{max} \cos\,(\omega_0 t + \overline{\varphi})$$

لأنّه بالاشتقاق مرتين لتابع المطال $\overline{\boldsymbol{x}}$ بالنسبة للزمن ينتج ما يطابق المعادلة التفاضليّة (4):

$$(\overline{x})'_t = -\,\omega_0 X_{max}\ \sin\,(\omega_0 t + \overline{\varphi})$$

$$(\bar{x})''_t = -\omega_0^2 X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

$$(\bar{x})''_t = -\omega_0^2 \bar{x} \quad .... (5)$$

بمطابقة (5) مع (4) نجد:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \rangle 0$$

وهذا ممكن لأنّ m ،k موجبان.

نستنتج أنّ حركة الجسم المعلّق بالنابض (النوّاس المرن) حركةٌ جيبيّة انسحابيّة توافقيّة بسيطة (هزازة توافقية بسيطة)، التابع الزمني لمطالها من الشكل العام:

$$\bar{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

حيث:

$\bar{x}$: مطال الحركة في اللحظة t، ويُقدّر بالمتر m.

X_{max} : سعة الحركة، وتُقدّربالمتر m.

ω_0: النبض الخاصّ للحركة، ويُقدّر بـ $rad.s^{-1}$.

$(\omega_0 t + \bar{\varphi})$: طور الحركة في اللحظة t ، ويُقدّر بالراديان rad.

$\bar{\varphi}$: الطور الابتدائي في اللحظة $t = 0$ ، ويُقدّربالراديان rad.

استنتاج علاقة الدور الخاص للنوّاس المرن:

وجدنا أنّ: $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

ولدينا: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$. نعوّض، فنجد:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

وهي عبارة الدور الخاص لحركة النواس المرن.

من الملاحظ أنَّ الدور الخاص T_0:

- لا يتعلّق بسعة الاهتزاز X_{max}.
- يتناسب طرداً مع الجذر التربيعي لكتلة الجسم المهتزِّ.
- يتناسب عكساً مع الجذر التربيعي لثابت صلابةِ النابض.

توابع حركة النوّاس المرن:

تابع المطال:

يمكن أن يأخذ تابعُ المطالِ شكلاً مختزلاً باختيار مناسب لشروط البدء بجعل $\overline{x} = +X_{max}$ في اللحظة $t = 0$، أيّ أنّ المتحرّك في بدء الزمن كان في مطاله الأعظمي الموجب. نعوّض في المعادلة: $\overline{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \overline{\varphi})$ فنجد:

$$+X_{max} = X_{max} \cos(\omega_0 \times 0 + \overline{\varphi})$$

$$\cos \varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0 \Rightarrow$$

$$\overline{x} = X_{max} \cos \omega_0 t \quad .... \quad (6)$$

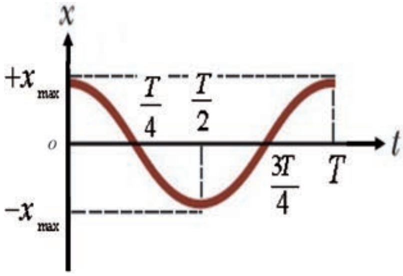
- تكون القيمة المطلقة للمطال $\overline{x}$ عظمى من أجل:

$\cos \omega_0 t = \pm 1$. نعوّض، فنجد:

$$\overline{x} = \pm X_{max}$$

- ينعدم المطال لحظة مرور الجسم في مركز التوازن:

$$x = 0 \Rightarrow \cos \omega_0 t = 0$$



الشكل (6)
المنحني البياني للمطال في الحركة التوافقية البسيطة خلال دور كامل

تابع السرعة:

هو المشتقُّ الأول لتابع المطال بالنسبة للزمن.

نشتقُّ تابع المطال بالنسبة للزمن: $\overline{x} = X_{max} \cos \omega_0 t$

$$\overline{v} = \frac{d\overline{x}}{dt} = (\overline{x})'_t = -\omega_0 X_{max} \sin \omega_0 t \quad ...... \quad (7)$$

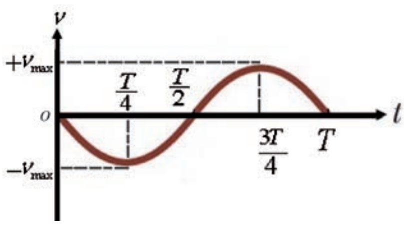
متى تكون سرعة الجسم $\overline{v}$ عظمى؟

- تكون السرعة عظمى (طويلة) عندما:

$$\sin \omega_0 t = \pm 1 \quad \Rightarrow \cos \omega_0 t = 0 \quad \Rightarrow x = 0$$

$$\Rightarrow \overline{v}_{max} = \omega_0 X_{max} (\pm 1)$$

$$\overline{v}_{max} = \pm \omega_0 X_{max}$$



الشكل (7)
المنحني البياني للسرعة في الحركة التوافقية البسيطة خلال دور كامل

أي أنّ السرعة عظمى (طويلة) لحظة مرور الجسم في مركز التوازن بالاتجاهين:

$$v_{max} = \omega_0 X_{max}$$

- تنعدم السرعة عندما:

$$\sin \omega_0 t = 0 \Rightarrow \cos \omega_0 t = \pm 1 \Rightarrow \overline{x} = \pm X_{max}$$

أي تنعدم السرعة في المطالين $\pm X_{max}$ ، ليتمكّن الجسم من تغيير اتجاه حركته على المسار نفسه.

تابع التسارع:

هو مشتق تابع السرعة $\bar{v}$ بالنسبة للزمن، أو المشتقّ الثاني لتابع المطال بالنسبة للزمن.

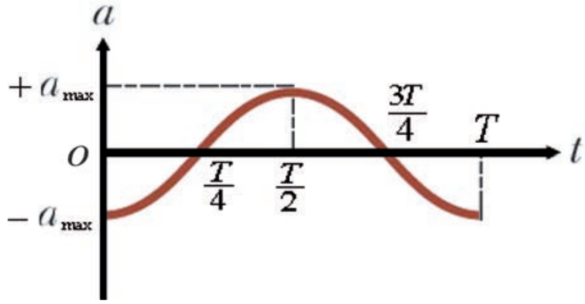
$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = (\bar{v})'_t = (\bar{x})''_t$$

باشتقاق تابع السرعة بالنسبة للزمن: $\bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin \omega_0 t$ نجد:

$$\bar{a} = -\omega_0^2 X_{max} \cos \omega_0 t$$

$$\bar{a} = -\omega_0^2 \bar{x} \quad .... \quad (8)$$

من العلاقة (8) نلاحظ أنَّ تسارع الجسم $\bar{a}$ يتناسب طرداً مع المطال $\bar{x}$، ويعاكسه بالإشارة، ويتّجه دوماً نحو مركز التوازن.



الشكل (8) المنحني البياني للتسارع في الحركة التوافقية البسيطة خلال دور كامل

أمتغيّر التسارع $\bar{a} = -\omega_0^2 \bar{x}$ أم ثابت في الحركة التوافقية البسيطة؟ ولماذا؟

لاحظ أنّ التسارع يتغيّر بتغيّر المطال؛ لذلك هو غير ثابت.

- يكون التسارع أعظمياً (طويلة) عندما:

$$\bar{x} = \pm X_{max} \Rightarrow a_{max} = \omega_0^2 X_{max}$$

وذلك في وضعي المطالين الأعظمين بالقيمة المطلقة.

- ينعدم التسارع عند المرور في وضع التوازن:

$$x = 0 \Rightarrow a = 0$$

الطاقة في الحركة التوافقيّة البسيطة:

إنّ الطاقة الميكانيكيّة للنوّاس المرن هي مجموع الطاقتين: الطاقة الكامنة المرونيّة، والطاقة الحركيّة:

$$E = E_p + E_k \quad .... \quad (9)$$

1) الطاقة الكامنة المرونيّة للنابض: $E_p = \frac{1}{2} k x^2$

2) الطاقة الحركيّة للجسم: $E_k = \frac{1}{2} m v^2$

من تابع المطال: $\bar{x} = X_{max} \cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$ نعوّض:

$$E_p = \frac{1}{2} k X_{max}^2 \cos^2(\omega_0 t + \bar{\varphi}) \text{......(10)}$$

ومن تابع السرعة: $\bar{v} = -\omega_0 X_{max} \sin(\omega_0 t + \bar{\varphi})$ نربّع ونعوّض:

$$E_k = \frac{1}{2} m \omega_0^2 X_{max}^2 \sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

لكن:

$$\omega_0^2 m = k$$

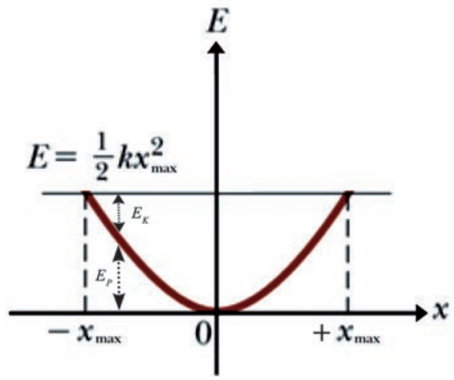
$$\Rightarrow E_k = \frac{1}{2} k X_{max}^2 \sin^2(\omega_0 t + \bar{\varphi}) \text{......(11)}$$

بالتعويض عن (10) و(11) في (9) نحصل على الطاقة الميكانيكيّة للحركة التوافقيّة البسيطة (النواس المرن غيرُ المُتخامدِ).

$$E = \frac{1}{2} k X_{max}^2 = const$$

إنّ الطاقة الميكانيكية في الحركة التوافقية البسيطة ثابتة، وتتناسب طرداً مع مربّع سعة الاهتزاز X_{max}.

يمكن إيضاحُ العلاقة السابقة $E = E_p + E_k$ في الرسم البياني في الشكل (9) وفق الآتي:



الشكل (9) المنحني البياني لتغيّرات الطاقة الكامنة، والطاقة الحركيّة في النوّاس المرن

تُمثّل E بخطٍّ مستقيم يوازي محور المطالات (محور الإزاحة)؛ لأنّها ثابتة.

وتُمثّل E_p بقطع مكافئ، ذروتُه 0؛ لأنَّ $E_p = \frac{1}{2} k x^2$:

- في وضعي المطالين الأعظمين بالقيمة المطلقة $\bar{x} = \pm X_{max}$ تكون السرعة معدومة.

$$v = 0 \Rightarrow E_k = 0 \Rightarrow E = E_p$$

عندئذٍ الطاقة الكليَّة للمتحرِّك هي طاقة كامنة فقط.

- عند مرور المتحرّك في وضع التوازن يكون المطال معدوماً

$$x = 0 \Rightarrow E_p = 0 \Rightarrow E = E_k$$

عندئذٍ الطاقة الكليّة للمتحرِّك هي طاقة حركيّة فقط.

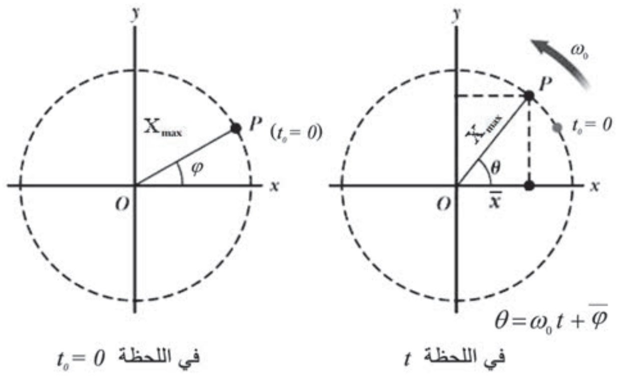
باقتراب المتحرِّك من مركز التوازن تزداد السرعة، فتزداد E_k ، وتنقص E_p حتى تنعدم تماماً في مركز التوازن o.

بابتعاد المتحرّك عن o مركز التوازن تتناقص v فتنقص E_k ، وتزداد E_p لتصبح $E = E_p$ في الوضعين الطرفيين $\overline{x} = \pm X_{max}$

إذاً: يستمرّ الاهتزاز في الحركة التوافقية البسيطة بالتبادل بين الطاقتين الكامنة والحركيّة، وأيُّ نقصان في إحداهما هو زيادة في الأخرى، وتبقى الطاقة الكلية للجسم المهتزّ ثابتة.

العلاقة بين الحركة الدائريّة المنتظمة، والحركة التوافقية البسيطة (تمثيل فرينل):

إذا تحرَّكت نقطة ماديّة حركة دائرية منتظمة، فإنّ مسقط حركة هذه النقطة على محور $\overrightarrow{x'x}$ يمرّ من المركز ويتحرّك حركة توافقية بسيطة، كما في الشكل.



الشكل (10)
تمثيل فرينل للحركة التوافقية البسيطة

ولتبسيط دراسة الحركة الجيبيّة الانسحابيّة (التوافقيّة البسيطة) نمثّلها بشعاع فرينل $\overrightarrow{op}$ الذي يتّصف بما يأتي:

- طويلته ثابتة تساوي سعة الحركة X_{max}.
- يصنع في اللحظة $t = 0$ مع المحور $\overrightarrow{x'x}$ زاوية φ، هي زاوية الطور الابتدائية للحركة.
- يصنع حامله مع المحور $\overrightarrow{x'x}$ الزاوية $(\theta = \omega_0 t + \overline{\varphi})$ في اللحظة t.
- يدور بسرعة زاوية ثابتة تقابل ω_0 نبضَ الحركة الجيبيّة.
- مسقطه القائم على المحور $\overrightarrow{x'x}$ يمثّل مطال الحركة الجيبيّة الانسحابيّة في اللحظة t.

ويمكن أن نتوصّل إلى تابع المطال من الشكل (10) كما يأتي:

$$\cos\theta = \frac{\overline{x}}{X_{max}} \Rightarrow \overline{x} = X_{max}\cos\theta$$

نعوّض عن $\theta = \omega_0 t + \overline{\varphi}$ ، فنجد:

$$\overline{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \overline{\varphi})$$

وهو الشكل العام للتابع الزمني للمطال في الحركة التوافقية البسيطة.

- **من تطبيقات تمثيل التوابع الجيبية بطريقة فرينل، تحويلُ جمعِ التوابع الجيبيّة إلى جمع هندسيّ (شعاعي).**

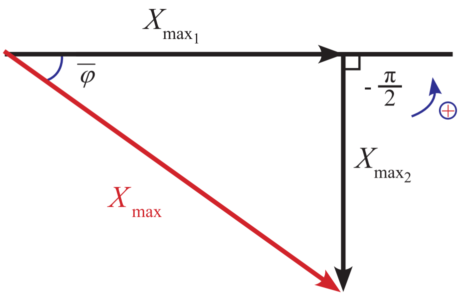
مثال محلول (1)

أوجد التابع الجيبي الناتج عن جمع التابعَيْن:

$\overline{x}_1 = 5\cos(100\pi t)$

$\overline{x}_2 = 5\cos(100\pi t - \frac{\pi}{2})$

الحل:



$\overline{x} = \overline{x}_1 + \overline{x}_2$

$\overline{x} = 5\cos(100\pi t) + 5\cos(100\pi t - \frac{\pi}{2})$

$\overline{x} = X_{max}\cos(100\pi t + \overline{\varphi})$

$X_{max} = \sqrt{(5)^2 + (5)^2} = 5\sqrt{2}$

$\tan\overline{\varphi} = \frac{5}{5} = 1 \Rightarrow \overline{\varphi} = \frac{\pi}{4}\ rad$

$\overline{\varphi} = -\frac{\pi}{4}\ rad$

$\overline{x} = 5\sqrt{2}\cos(100\pi t - \frac{\pi}{4})$

مثال محلول (2)

نقطة ماديّة كتلتُها $1\ kg$ تهتزُّ بحركة توافقية بسيطة على قطعة مستقيمة، طولها $2X_{max} = 20\ cm$، وكميّة حركتها العظمى $P_{max} = \frac{\pi}{20} kg.m.s^{-1}$ وباعتبار مبدأ الزمن لحظة مرور النقطة بمطالها الأعظمي الموجب. أجب عمّا يأتي:

1- احسب نبض الحركة، ودورها الخاص.

2- استنتج التابع الزمني لحركة النقطة الماديّة انطلاقاً من شكله العام.

3- عيّن لحظتي المرور الأول والثاني للنقطة الماديّة في مركز الاهتزاز بالاتجاهين.

4- احسب الطاقة الميكانيكية لهذه الهزّازة.

5- احسب الطاقة الحركية للنقطة المادية عندما يكون مطالُها $x = \frac{X_{max}}{3}$

6- احسب قيمة التسارع، وقوّة الإرجاع لحظة المرور بنقطة، مطالها $x = 5\ cm$، وحدِّدْ جهة كلٍّ منهما.

الحلّ:

المعطيات: $P_{max} = \frac{\pi}{20} kg.m.s^{-1}$, $m = 1 kg$, $X_{max} = \frac{2X_{max}}{2} = 10\times10^{-2} = 10^{-1}\ m$

$\overline{x} = +X_{max}$, $t = 0$.

1. **حساب نبض الحركة:** $\omega_0 = ?$, $T_0 = ?$

$$P_{max} = m\,v_{max}$$

لكن:

$$v_{max} = X_{max}\,\omega_0$$

فيكون:

$$P_{max} = m\,X_{max}\,\omega_0 \Rightarrow$$

$$\omega_0 = \frac{P_{max}}{m\,X_{max}} = \frac{\frac{\pi}{20}}{1\times10^{-1}} \Rightarrow$$

$$\omega_0 = \frac{\pi}{2}\ rad.s^{-1}$$

حساب الدور:

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} \Rightarrow T_0 = 4\ s$$

2. **التابع الزمني بشكله العام:**

$$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$$

لنعيّن ثوابت التابع: $\bar{\varphi}$, ω_0 , X_{max}

لدينا: $X_{max} = 10^{-1}\ m$, $\omega_0 = \frac{\pi}{2}\ rad.s^{-1}$, $\varphi = ?$

حساب φ من شروط البدء: $\bar{x} = +X_{max}$, $t = 0$

نعوّض في التابع الزمني للمطال فنجد:

$$X_{max} = X_{max}\cos(\omega_0 \times 0 + \bar{\varphi})$$

$$\cos\varphi = 1 \Rightarrow \varphi = 0$$

نعوّض بقيم الثوابت في التابع الزمني للمطال بشكله العام:

$$\bar{x} = 10^{-1}\cos(\frac{\pi}{2}t + 0) \Rightarrow$$

$$\bar{x} = 10^{-1}\cos\frac{\pi}{2}t$$

3. **عند المرور في وضع التوازن:**

$$\bar{x} = 0$$

نعوّض في الشكل العام، فنجد: $0 = 10^{-1} \cos \frac{\pi}{2} t$

$$\Rightarrow \cos \frac{\pi}{2} t = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\pi}{2} t = \frac{\pi}{2} + \pi k$$

المرور الأوّل: $k = 0$

$$\frac{\pi}{2} t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 1\ s$$

المرور الثّاني: $k = 1$

$$\frac{\pi}{2} t = \frac{\pi}{2} + \pi \Rightarrow t = 3\ s$$

بطريقة ثانية: بما أنّ بدء تسجيل الزمن من وضع مطاله $+\boldsymbol{X}_{\max}$ يتطلّب زمناً قدرُه $\frac{T_0}{4}$ للوصول إلى مركز الاهتزاز لأوّل مرّة، ثم تُضاف أنصاف الدور لتكرار المرور بمركز الاهتزاز بالاتجاهين أي:

المرور الأوّل: $t_1 = \frac{T_0}{4} = \frac{4}{4} = 1\ s$

المرور الثّاني: $t_2 = \frac{T_0}{4} + \frac{T_0}{2} = 1 + 2 = 3\ s$

4. حساب الطاقة الميكانيكية: $E = ?$

$$E = \frac{1}{2} k X_{\max}^2$$

لكن: $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$

نربّع: $k = \frac{4\pi^2 m}{T_0^2} = \frac{40 \times 1}{4^2} = 2.5\ N.m^{-1}$

نعوّض في علاقة الطاقة الميكانيكية، فنجد:

$$E = \frac{1}{2} \times 2.5 \times (0.1)^2$$

$$E = 125 \times 10^{-4}\ J$$

5. حساب الطاقة الحركية بوضع مطاله: $x = \frac{X_{max}}{3}$

$$E_k = E - E_p$$

$$E_k = \frac{1}{2} k\, X_{max}^2 - \frac{1}{2} k\, x^2$$

$$E_k = \frac{1}{2} k\, (X_{max}^2 - \frac{X_{max}^2}{9}) = \frac{1}{2} k X_{max}^2 \times \frac{8}{9}$$

$$E_k = 125 \times 10^{-4} \times \frac{8}{9}$$

$$E_k = \frac{1}{90} \approx 0.011\ J$$

6. حساب التسارع بنقطة مطالها $\overline{x} = 5cm$ **:**

$$F = ?\ ,\ a = ?$$

$$\overline{a} = -\omega_0^2\, \overline{x}$$

$$\overline{a} = -(\frac{\pi}{2})^2\, (5 \times 10^{-2})$$

$$\overline{a} = -\frac{5}{40} = -\ 0.125\ m\, s^{-2}$$

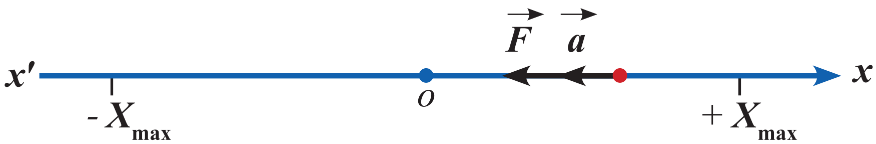
حساب قوة الإرجاع:

$$\overline{F} = -k\, \overline{x}$$

$$\overline{F} = -2.5 \times 5 \times 10^{-2}$$

$$\overline{F} = -125 \times 10^{-3}\ \ N$$

تدّل إشارة السالب في كلٍّ من $\vec{F}, \vec{a}$ على أنّ جهة كلٍّ منهما هي نحو مركز التوازن o دوماً.



أسئلة وتدريبات

أولاً: أجب عن السؤالين الآتيين:

1- اختر الإجابة الصحيحة لكلّ ممّا يأتي:

1) إنّ طبيعة الحركة لمركز عطالة الجسم الذي يشكّل هزّازة توافقية بسيطة هي:

A) مستقيمة متغيّرة بانتظام متسارعة نحو مركز الاهتزاز.

B) مستقيمة متباطئة بانتظام نحو مركز الاهتزاز.

C) مستقيمة متسارعة نحو مركز الاهتزاز.

D) مستقيمة منتظمة نحو مركز الاهتزاز.

2) بالاقتراب من مركز الاهتزاز بالهزّازة التوافقيّة البسيطة، وبإهمال القوى المبدِّدة للطاقة:

A) تتحوّل الطاقة الميكانيكيّة إلى طاقة حركية.

B) تتحوّل الطاقة الكامنة إلى طاقة حركية وحراريّة.

C) تزداد الطاقة الكامنة، وتنقص الطاقة الحركية.

D) تنقص الطاقة الكامنة، وتزداد الطاقة الحركية.

3) عند وصول الهزازة التوافقية البسيطة إلى أحد الوضعين الطرفيين $\overline{x} = \mp X_{max}$ تنعدم:

A) الطاقة الكامنة.

B) الطاقة الميكانيكية.

C) قيمة التسارع، وقيمة السرعة.

D) قيمة السرعة، ويكون التسارع أعظمي.

4) عندما يمرُّ الجسم في مركز التوازن o في الهزّازة التوافقية:

A) ينعدم التسارع، ويقف الجسم.

B) تنعدم السرعة، ويقف الجسم.

C) تنعدم السرعة، والتسارع ويقف الجسم.

D) ينعدم التسارع، ولا يقف الجسم.

5) يتوقَّف الجسم المهتزُّ في الهزازة التوافقيّة البسيطة عن الحركة بانعدام:

A) السرعة في $+X_{max}$ فقط.

B) التسارع عند المرور في o.

C) السرعة والتسارع في o.

D) طاقته الحركية.

6) حركة توافقية بسيطة، سعة اهتزازها X_{max} دورها T، نضاعف سعة الاهتزاز فيصبح دورها T' هو:

A) $T'=T$

B) $T'=2T$

C) $T'=4T$

D) $T'=\frac{T}{2}$

7) حركة توافقية بسيطة لجسم، كتلتُه m معلّق بنابض، ودور حركته T . نجعل الكتلة $m'=4m$، فيصبح دوره T':

A) $T'=T$

B) $T'=2T$

C) $T'=\frac{T}{2}$

D) $T'=4T$

8) هزَّازة توافقيّة بسيطة مؤلّفة من نابض مرن مُهمَل الكتلة ثابت صلابة النابض k معلّق شاقولياً، ويحمل في نهايته السفلية جسماً كتلته m، دورها T . إذا استبدلنا بالكتلة m كتلة $m' = 2m$ وبالنابض آخر ثابت صلابته $k'=\frac{k}{2}$ فيصبح الدور للهزّازة التوافقية:

A) $T'=T$

B) $T'=\frac{T}{2}$

C) $T'=2T$

D) $T'=4T$

2- أَعْطِ تفسيراً علمياً باستخدام العلاقات الرياضيّة المناسبة:

1) يهتزّ جسم بمرونة نابض (هزّازة توافقية بسيطة):

A) يقف الجسم في مركز الاهتزاز لسبب من الأسباب، فإذا زال سبب التوقف، نجد أنّ الجسم يبقى ساكناً.

B) إذا حصل التوقف في موضع x بين مركز الاهتزاز وبين X_{max} وزال سبب التوقف، يعود الجسم للحركة، ولا تبقى السعة X_{max} للاهتزاز نفسها.

2) تتَّجه القوة المعيدة دوماً نحو مركز الاهتزاز o، وتتّفق جهة $\vec{a}$ مع جهة $\vec{F}$ المعيدة.

ثانياً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى:

يهتزُّ جسم معلّق بنابض مرن مهمل الكتلة حلقاته متباعدة شاقوليّاً بحركة توافقية بسيطة بدور خاص $1\ s$، وبسعة اهتزاز $12\ cm$، وبفرض مبدأ الزمن لحظةَ مرور الجسم بنقطة مطالها $x = 6\ cm$، وهو يتحرّك بالاتجاه السالب:

1- استنتج التابع الزمني لمطال الحركة انطلاقاً من شكله العام.

2- بفرض أنَّ كتلة الجسم المهتزّ m احسب مقدار الاستطالة السكونية للنابض.

المسألة الثانية:

نشكّل هزّازة توافقيّة بسيطة مؤلّفة من نابض مرن، مهمل الكتلة، حلقاته متباعدة، ثابتُ صلابته $k = 100\ N\ .\ m^{-1}$ يُثبَّت إلى سقف من إحدى نهايتيه، ويُربَطُ بنهايته الثانية جسمٌ كتلته $m = 1\ kg$، والمطلوب:

1- حساب استطالة النابض x_0 في حالة سكون الجسم المعلّق.

2- نزيح الجسم عن وضع توازنه شاقولياً نحو الأسفل وضمن حدود مرونة النابض مسافة قدرها $5\ cm$، ونتركه دون سرعة ابتدائية والمطلوب:

A) اكتب التابع الزمني للمطال معيّناً ثوابتَه انطلاقاً من الشكل العام لتابع المطال، علماً أنّ المتحرك كان ساكناً في اللحظة الابتدائية في نقطة مطالها $5\ cm$.

B) احسب شدة قوة الإرجاع (القوة المعيدة) في اللحظة $t = 0$ ، واحسب التسارع عندئذٍ.

C) احسب التغيّر النسبي المرتكب في قياس دوره، إذا قيست الكتلة بتغيّر نسبي 0.02 .

المسألة الثالثة:

يتحرّك جسم حركة جيبية انسحابية بحيث ينطلق في مبدأ الزمن من نقطة مطالُها $+X_{max}$ ، فيستغرق $10s$ حتى يصل إلى المطال المناظر $-X_{max}$ قاطعاً مسافة $10\ cm$ والمطلوب:

1- استنتج التابع الزمني لمطال الحركة انطلاقاً من شكله العام.

2- احسب قيمة السرعة العظمى للحركة (طويلة).

3- احسب تسارع الجسم لحظة مروره في وضع مطاله $(-X_{max})$.

4- بفرض أنّ كتلة الجسم المهتز بمرونة النابض $m=1\ kg$:

A) احسب ثابت صلابة النابض

B) احسب قوة الإرجاع في نقطة مطالها $(2\ cm)$.

C) احسب الطاقة التي يقدّمها المجرّب ليهتزّ بالسعة السابقة نفسها.

D) احسب الطاقة الكامنة في نقطة مطالها $\overline{x} = 2\ cm$ ، واحسب طاقتها الحركية عندئذٍ.

الدرس الثاني

الاهتزازات الجيبيّة الدورانيّة
نوّاس الفتل غير المتخامد
Rotating Harmonic Oscillation
Non - Damped Torsion Pendulum

الأهداف التعليميّة

يُتوقّع من الطالب في نهاية الدرس أن يكون قادراً على أن:

- يتعرّف مزدوجة الفتل.
- يتعرّف نوّاس الفتل.
- يبيّن تأثير عزوم القوى في الحركة الدورانية.
- يستنتج علاقة دور نوّاس الفتل تجريبياً.
- يبيّن تحوّل الطاقة في نوّاس الفتل.
- يوضّح بيانياً تحوّلات الطاقة.

المصطلحات

عربي	إنكليزي
نوّاس الفتل	*Torsion Pendulum*
مزدوجة الفتل	*Torsion Couple*

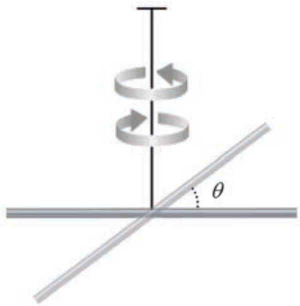
هل شاهدت عامل البناء يستخدم المطمار؟ هل لاحظت كيف يدور المخروط المعدني المعلّق بالخيط حول محور ينطبق على خيط التعليق عاكساً جهة دورانه عدة مرات قبل أن يتوازن؟ هل حاولت تفسير هذه الحركة؟



الشكل (1)
يتألف المطمار من خيطٍ متين يحمل في نهايته جسماً معدنياً بشكل مخروط لضبط شاقولية جدار البناء عند إعماره

كيف نشكّل نوّاساً للفتل؟

نأخذ ســاقاً متجانســةً مثقوبــةً من منتصفها، ندخل من الثقب بداية سلك معدني رفيع متين قابل للفتل (من الفضة أو من الفولاذ) نثبّته بالساق الأفقية، ومن ثَمَّ نثبّت أعلى السلك الشاقولي، فتتوازن الساق في وضع أفقي كما بالشكل (2)، وبذلك نكون قد شكّلنا نواساً للفتل.



الشكل (2)
نواس الفتل والساق الأفقية في اللحظة (t) تصنع زاوية θ مع وضع التوازن

دراسة تحريكيّة:

عزم الإرجاع في الحركة الجيبيّة الدورانيّة:

- لتكن θ الزاوية التي تصنعها الساق في اللحظة t مع وضع توازنها الذي نُعِدَّه مبدأ لقياس الزوايا.
- لنأخذ جملة مقارنة خارجية مرتبطة بالمختبر:
- القوى الخارجية المؤثّرة في الساق:

$\vec{W}$ ثقل الساق الأفقية

$\vec{T}$ توتّر سلك التعليق (قوة شده)

وبوجود هاتين القوتين فقط تتوازن الساق، ونلاحظ أنّها تهتز دورانياً، عندما نديرها في مستويها الأفقي حول سلك الفتل بزاوية θ عن وضع توازنها؛ وهنا يدلُّ على وجود مزدوجة تؤثر فيها هي مزدوجة الفتل في سلك التعليق، والتي تقاوم عملية الفتل، ونرمز لها $\vec{\eta}$.

- بتطبيق العلاقة الأساسيّة في التحريك الدوراني وبفرض أنّ I_{Δ} عزم عطالة الساق بالنسبة لمحور الدوران المنطبق على سلك الفتل الشاقولي:

$$\sum \overline{\Gamma} = I_{\Delta}\,\overline{\alpha}$$

حيث: $\overline{\alpha}$ التسارع الزاوي

$$\overline{\Gamma}_{\vec{W}} + \overline{\Gamma}_{\vec{T}} + \overline{\Gamma}_{\vec{\eta}} = I_{\Delta}\,\overline{\alpha} \quad .... (1)$$

وبما أنَّ القوتين ثقل الساق، وتوتّر سلك التعليق ينطبقان على محور الدوران Δ، فعزمهما معدومٌ لذلك يبقى عزم مزدوجة الفتل الناشئة عن تدوير القسم السفلي من سلك الفتل، ويتناسب عزم مزدوجة الفتل هذا طرداً مع زاوية الفتل θ، ويعاكسها بالإشارة، ويعطى بالعلاقة:

$$\overline{\Gamma}_{\vec{\eta}} = -k\,\overline{\theta} \quad .... (2)$$

حيث k ثابت فتل سلك التعليق وحدته في الجملة الدولية $m.N.rad^{-1}$

تمثّل هذه العلاقة عزم الإرجاع الذي يعيد الساق إلى وضع توازنها كلما ابتعدت عنه.

- **لنبرهن أنّ حركة نواس الفتل حركة جيبيّة دورانيّة (توافقيّة):**

نستبدل: $\Gamma_{\vec{W}} = 0$ ، $\Gamma_{\vec{T}} = 0$ ، $\overline{\Gamma}_{\vec{\eta}} = -k\,\overline{\theta}$ في العلاقة (1) نجد:

$$0 + 0 - k\,\overline{\theta} = I_{\Delta}\,\overline{\alpha}$$

لكن: $\overline{\alpha} = (\overline{\theta})''_t$ نجد:

$$-k\,\overline{\theta} = I_{\Delta}\,(\overline{\theta})''_t \quad \Rightarrow$$

$$(\overline{\theta})''_t = -\frac{k}{I_{\Delta}}\,\overline{\theta} \quad ....\ (3)$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلّاً جيبيّاً من الشكل:

$$\overline{\theta} = \theta_{max}\,\cos(\omega_0 t + \overline{\varphi})\ ....\ (4)$$

باعتبار: $\overline{\theta}$ المطال الزاوي في اللحظة t ؛ حيث الثوابت:

θ_{max}: السعة الزاوية (المطال الزاوي الأعظمي).

ω_0: النبض الخاصّ للحركة.

$\overline{\varphi}$: الطور الابتدائي للحركة، ويمكن معرفتها من شروط البدء في اللحظة $t = 0$.

بالاشتقاق مرتين بالنسبة للزمن نجد:

$$\overline{\omega} = (\overline{\theta})'_t = -\,\theta_{max}\,\omega_0\,\sin(\omega_0 t + \overline{\varphi})$$

$$\overline{\alpha} = (\overline{\theta})''_t = -\,\theta_{max}\,\omega_0^2\cos(\omega_0 t + \overline{\varphi})$$

وبملاحظة أنّ: $\overline{\theta} = \theta_{max}\,\cos(\omega_0 t + \overline{\varphi})$ نجد:

$$(\overline{\theta})''_t = -\,\omega_0^2\,\overline{\theta} \quad ....\ (5)$$

بموازنة (3) مع (5) نجد:

$$\omega_0^2 = \frac{k}{I_{\Delta}} \Rightarrow$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{I_{\Delta}}}$$

وهذا ممكن لأنَّ I_{Δ} , k موجبان. إذاً الحركة المدروسة لنواس الفتل هي جيبيّة دورانيّة نبضها الخاصّ ω_0 ونسمّي نواس الفتل هزّازة جيبية دورانية التابع الزمني لمطالها الزاوي بشكله العام:

$$\overline{\theta} = \theta_{max}\,\cos(\omega_0 t + \overline{\varphi})$$

لاستنتاج علاقة الدور الخاصّ لنواس الفتل نظريّاً نكتب:

$$\omega_0 = \frac{2\,\pi}{T_0} = \sqrt{\frac{k}{I_{\Delta}}}$$

ومنه:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{k}}$$

توضّح العلاقة المستنتجة أنّ الدور الخاص لنواس الفتل:

1- لا يتعلّق بالسعة الزاوية θ_{max} (لعدم وجودها في عبارة الدور).

2- يتناسب طرداً مع الجذر التربيعي لعزم عطالة جملة النواس حول محور الدوران I_Δ .

3- يتناسب عكساً مع الجذر التربيعي لثابت فتل سلك التعليق k .

يُعطى ثابت فتل السلك بالعلاقة:

$$k = k' \times \frac{(2r)^4}{\ell}$$

حيث:

k': ثابت يتعلّق بنوع مادة السلك، $2r$: قطر السلك الأسطواني القابل للفتل.

ℓ: طول سلك الفتل (سلك التعليق).

لنتحقّق تجريبيّاً ممّا توصّلنا إليه من خلال الدراسة النظرية لنواس الفتل:

تجربة (1): تبيّن أنَّ دور اهتزاز نوّاس الفتل لا يتغيَّرُ بتغيُّرِ زاوية الفتل θ_{max} الابتدائيّة:

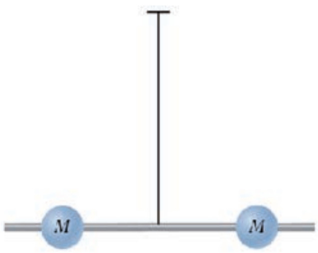
ندير الساق الأفقيّة في مستويها الأفقي حول سلك الفتل بزاوية θ_{max} عن وضع توازنها، ونتركها دون سرعة ابتدائية باللحظة التي نضغط بها على مقياس الزمن (الكرونومتر)، ونقيس الزمن لخمس نوسات كاملة t ونحسب الدور الخاص: $T_0 = \frac{t}{5}$

نقيس أدواراً أخرى للساق الأفقية نفسها مع تغيُّر بزاوية الفتل θ'_{max} ثم θ''_{max} فنجد أنَّ قيمة الدور لا تتغيَّر، وتبقى نفسها ضمن حدود الخطأ التجريبي.

لا تتغيّر قيمة الدور بتغير السعة الزاويّة للاهتزاز θ_{max} (زاوية الفتل الابتدائية).

تجربة (2): تبيّن أنَّ الدور الخاصّ يزداد بزيادة عزم عطالة نوّاس الفتل:

نقيس الدور للساق الأفقية بزاوية θ_{max} وليكن T_0 ، ثمّ نزوِّد الساق الأفقيّة بكتلتين متساويتين، وعلى البعد نفسه من سلك الفتل الشاقولي كما في الشكل (3)، ثمَّ نقيس الدور الخاصَّ الجديد من أجل الزاوية θ_{max} نفسها، فنجد $T'_0 > T_0$



الشكل (3)
يزداد دور نواس الفتل بزيادة عزم عطالته

لو زدنا من بُعدِ الكتلتين عن محور الدوران بشكل متساوٍ، نجد أنّ الدور الخاصّ يزداد، ونتوصّل إلى أنّ:

زيادة عزم عطالة جملة نوّاس الفتل يزيد الدور الخاصَّ لهذا النوّاس.

تجربة (3): تبيّن أنَّ الدور ينقص بتقصير طول سلك الفتل (سلك التعليق):

نجري تجربة لقياس دور نوّاس الفتل من أجل طول سلك التعليق ℓ نجعل طول سلك التعليق $\frac{\ell}{4}$، ونقيس الدور نجد أنّه نَقُصَ بمقدار مرتين تقريباً ضمن حدود الخطأ التجريبي.

ينقص الدور الخاصُّ لنواس الفتل بنقصان طول سلك الفتل لهذا النواس.

التشابه الشكليّ بين الاهتزازات التوافقيّة البسيطة (النواس المرن) ونواس الفتل (الجيبية الدورانية):

نواس مرن	جيبية انسحابية	$\overline{x}$ مطال	$(\overline{x})'_t$ سرعة	$(\overline{x})''_t$ تسارع	m كتلة	k ثابت صلابة نابض	$\overrightarrow{F}$ قوة الإرجاع
نواس الفتل	جيبية دورانية	$\overline{\theta}$ مطال زاوي	$(\overline{\theta})'_t$ سرعة زاوية	$(\overline{\theta})''_t$ تسارع زاوي	I_Δ عزم عطالة	فتل k ثابت فتل سلك التعليق	$\overline{\Gamma}$ عزم إرجاع

التشابه الشكلي بين الطاقات:

النواس المرن	نواس الفتل
الطاقة الكامنة المرونيّة $E_p = \frac{1}{2} k\, x^2$	الطاقة الكامنة المرونيّة $E_p = \frac{1}{2} k\, \theta^2$
الطاقة الحركيّة $E_k = \frac{1}{2} m\, v^2$	الطاقة الحركيّة $E_k = \frac{1}{2} I_\Delta\, (\theta)'^2_t$
الطاقة الميكانيكيّة $E = \frac{1}{2} k\, x^2_{max} = const$	الطاقة الميكانيكيّة: $E = \frac{1}{2} k\, \theta^2_{max} = const$

أسئلة وتدريبات

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية:

1- ضع إشارة صح (✓) أمام العبارات الصحيحة، وصحِّح العباراتِ الخطأ ممّا يأتي:

1) إنَّ حركة نوّاس الفتل جيبية دورانية مهما كانت السعة الزاوية للحركة.

2) عند مرور نوّاس الفتل في وضع التوازن ينعدم المطال الزاوي، وينعدم التسارع الزاوي، ويقف نواس الفتل مباشرة.

2- أعطِ تفسيراً علميّاً باستخدام العلاقات الرياضية المناسبة لكلٍّ مما يأتي:

1) نواس فتل يقف بعيداً عن وضع التوازن لسبب من الأسباب ويعود للحركة بعد زوال سبب التوقف.

2) نواس فتل توقّف في وضع التوازن، ثم زال سبب التوقف، فإنّه لا يعود للحركة.

3- اختر الإجابة الصحيحة لكلٍّ ممّا يأتي:

1) عزم الإرجاع في نوّاس الفتل يُعطى بالعلاقة:

A) $\Gamma = k^2\,\theta$

B) $\Gamma = \frac{1}{2}k\,\theta$

C) $\overline{\Gamma} = -k\,\overline{\theta}$

D) $\Gamma = k\,\theta^2$

2) نواس فتل دوره الخاصّ T_0 نجعل طول سلك الفتل فيه نصف ما كان عليه، فيصبح دوره:

A) $T'_0 = \frac{T_0}{2}$

B) $T'_0 = 2T_0$

C) $T'_0 = \sqrt{2}\,T_0$

D) $T'_0 = \frac{T_0}{\sqrt{2}}$

3) نوّاس فتل مكوّن من ساق متجانسة معلّقة بسلك فتل شاقولي دوره الخاصّ T_0 نقسم سلك الفتل إلى قسمين متساويين، ثمّ نعلّق الساق من منتصفها بنصفي سلك الفتل معاً أحدهما من الأعلى والآخر من الأسفل، فيصبح دوره الخاص T'_0:

A) $T'_0 = \frac{T_0}{2}$

B) $T'_0 = 2T_0$

C) $T'_0 = \sqrt{2}\,T_0$

D) $T'_0 = \frac{T_0}{\sqrt{2}}$

4) الطاقة الكامنة لنواس الفتل تُعطى بالعلاقة:

A) $E_p = \frac{1}{2} k \ \theta$ B) $E_p = \frac{1}{2} k \ \theta^2$

C) $E_p = \frac{1}{2} k \ x$ D) $E_p = \frac{1}{2} k \ x^2$

ثانياً: حُلَّ المسائل الآتية:

المسألة الأولى:

A) ساق أفقية متجانسة طولُها $\ell = ab = 40 \ cm$ معلّقة بسلك فتل شاقوليّ يمرُّ من منتصفها، نديرها في مستوٍ أفقيٍّ بزاوية $\theta = 60°$ انطلاقاً من وضع توازنها، ونتركها دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t = 0$ فتهتز بحركة جيبيّة دورانيّة دورُها الخاص $T_0 = 1 \ s$ فإذا علمت أنَّ عزم عطالة الساق بالنسبة لسلك الفتل $I_\Delta = 2 \times 10^{-3} \ kg.m^2$ المطلوب:

1) استنتج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام.

2) احسب قيمة السرعة الزاوية للساق لحظة مرورِها الأول بوضع التوازن.

3) احسب قيمة التسارع الزاوي للساق عندما تصنع زاوية $-30°$ مع وضع توازنها.

B) نثبّت بالطرفين a ، b كتلتين نقطتين $m_1 = m_2 = 75 \ g$ ، استنتج قيمة الدور الخاص الجديد للجملة المهتزّة، ثم احسب قيمة ثابت فتل السلك.

C) نقسِّمُ سلكَ الفتل لقسمين متساويين، ونعلّق الساق بعدئذ بنصفي السلك معاً أحدهما من الأعلى والآخر من الأسفل ومن منتصفها، ويثبّت طرف هذا السلك من الأسفل بحيث يكون شاقولياً. استنتج قيمة الدور الخاص الجديد للساق (دون وجود كتل نقطية). افترض $\pi^2 = 10$

المسألة الثانية:

ساق مهملة الكتلة طولها $0.2 \ m$، نثبّت في كلٍّ من طرفيها كتلة نقطية $0.2 \ kg$ ، ونعلّق منتصفها بسلك فتل شاقولي ثابت فتله $0.1 \ m.N.rad^{-1}$، ونثبّت الطرف الآخر للسلك بنقطة ثابتة لنشكّل بذلك نواساً للفتل. نزيح الساق عن وضع توازنها الأفقي في مستوٍ أفقي بسعة زاوية $1 \ rad$ فتهتز بحركة جيبية دورانية.

المطلوب:

1. احسب الدور الخاص لنواس الفتل، هل يتغير الدور بتغيّر السعة الزاوية؟ ولماذا؟
2. اكتب التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام بفرض أنّ مبدأ الزمن اللحظة التي تُركت فيها الساق دون سرعة ابتدائية من وضع مطالها الأعظمي الموجب $+\theta_{max}$.
3. احسب السرعة الزاوية العظمى لاهتزاز الساق (طويلة).
4. احسب التسارع الزاوي لنواس الفتل بمطال $-\theta_{max}$.
5. إذا أردنا للدور أن ينقص بمقدار $\frac{1}{40}$ من قيمته الأصلية، احسب كم يجب أن يكون البعد بين الكتلتين ليتحقّق ذلك؟

الدرس الثالث

الاهتزازات غير التوافقية
النوّاس الثقلي غير المتخامد
An Harmonic Oscillation
Non - Damped Pendulum

الأهداف التعليميّة

يُتوقّع من الطالب في نهاية الدرس أن يكون قادراً على أن:

- يتعرّف النوّاس الثقلي.
- يستنتج علاقة دور النوّاس الثقلي من أجل السِّعات الزاوية الصغيرة.
- يتعرّف النوّاس البسيط.
- يستنتج علاقة دور النوّاس البسيط.
- يستنتج علاقة سرعة كرة النوّاس البسيط في وضع ما.
- يستنتج علاقة توتّر خيط النوّاس البسيط في وضع ما.
- يبيّن تحوّلاتِ الطاقة في النوّاس البسيط بين الكامنة والحركيّة.
- يوضّح بيانياً تحوّلات الطاقة.

المصطلحات

عربي	إنكليزي
النوّاس الثقلي المركب	*compound Pendulum*
النوّاس الثقلي البسيط	*Simple Pendulum*

هل راقبت حركة رقّاص الساعة؟ ماذا ترى فيها؟

إنّها حركة اهتزازيّة دوريّة إلى جانبي وضع التوازن كما في حركة الأرجوحة.

إنّ دراسة هذه الحركات أمر صعب لتعدّدِ القوى المؤثّرة فيها، منها ما عزمه محرّك، ومنها ما عزمه مقاوم (معيق) للاهتزاز.

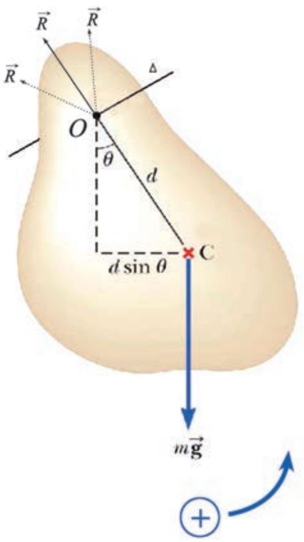
لتبسيط دراسة هذه الحركات نلجأ إلى دراسة حركة اهتزاز جسم صلب في مستوٍ شاقولي حول محور دوران أفقيّ Δ لا يمرُّ من مركز عطالته، وعموديّ على مستويه، يخضع هذا الجسم الصلب لتأثير قوّتي ثقله $\overrightarrow{W}$ ، وردّ فعل محور الدوران الأفقي $\overrightarrow{R}$ وبإهمال القوى الأخرى المبدّدة للطاقة نحصل على ما يُسمّى النوّاس الثّقلي، وهذا ما يجعل دراستنا مثالية لهذا النوع من الحركات، حيث نفترض أنَّ الاهتزازَ مستمرّ دون تخامد.

تعريف النوّاس الثقليّ:

هو كلُّ جسم ثقيل يهتزُّ بتأثير ثقله فقط حول محور دوران أفقيٍّ ثابت عمودي على مستويه ولا يمر من مركز عطالته.

الدراسة التحريكيّة:

علّق جسماً صلباً، كتلتُه m مركز عطالته C إلى محور دوران أفقي Δ مـارٍّ مـن نقطة O من الجسم، تبعد مسـافة d عن مركـز عطـالته C، نزيح الجسم عن وضع توازنه الشاقولي بحيث يصنع البعد $OC = d$ زاوية θ مع الشاقول المارِّ من نقطة تعليق الجسم O، ونتركه دون سرعة ابتدائية ليهتزَّ في مستوٍ شاقولي.



الشكل (1)
جسم صلب في وضع يصنع فيه زاوية θ مع الشاقول

ماالقوى المؤثّرة في هذا الجسم؟

- قوة ثقل الجسم: $\overrightarrow{W}$
- قوة ردِّ فعل محور الدوران على الجسم: $\overrightarrow{R}$
- بتطبيق نظرية التسارع الزاوي:

$$\Sigma\overline{\Gamma}_{\Delta} = I_{\Delta}\,\overline{\alpha}$$

حيث: $\Sigma\overline{\Gamma}_{\Delta}$ العزم الحاصل (مجموع العزوم) للقوى الخارجية المؤثرة في مركز عطالة الجسم الصلب.

I_{Δ} عزم عطالة الجسم الصلب حول محور الدوران.

$\overline{\alpha}$ التسارع الزاوي.

$$\overline{\Gamma}_{\overrightarrow{W}} + \overline{\Gamma}_{\overrightarrow{R}} = I_{\Delta}\,\overline{\alpha} \quad ....\ (1)$$

لكن: $\overline{\Gamma}_{\vec{R}} = 0$ لأنّ $\vec{R}$ تلاقي محور الدوران

عزم الثقل حول محور الدوران (بالتوجيه) نجد: $\overline{\Gamma}_{\vec{W}} = -Wd \sin \overline{\theta}$

حيث: $\sin \overline{\theta} \rangle 0 \Rightarrow \overline{\Gamma}_{\vec{W}} < 0$ **نعوّض في العلاقة (1) فنجد:**

$$-Wd \sin \overline{\theta} = I_{\Delta} \overline{\alpha}$$

$$-mgd \sin \overline{\theta} = I_{\Delta} (\overline{\theta})''_t$$

$$(\overline{\theta})''_t = -\frac{mgd}{I_{\Delta}} \sin \overline{\theta} \; .... (2)$$

معادلة تفاضلية تحوي $\sin\theta$ بدلاً من θ، فحلُّها ليس جيبيّاً.

الحركة التوافقية البسيطة للنوّاس الثقليّ من أجل سعات زاوية صغيرة أقل من $0.24\ rad$:

من أجل سعات زاوية صغيرة أقل من $0.24\ rad$ يكون: $\sin\theta \approx \theta$

نعوّض في المعادلة (2)

$$\Rightarrow (\overline{\theta})''_t = -\frac{mgd}{I_{\Delta}} \overline{\theta} ....(3)$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تقبل حلّاً جيبيّاً من الشكل:

$$\overline{\theta} = \theta_{max} \cos(\omega_0 t + \overline{\varphi})$$

بالاشتقاق مرتين لتابع المطال الزاوي $\overline{\theta}$ بالنسبة للزمن نحصل على العلاقة:

$$(\overline{\theta})''_t = -\omega_0^2 \overline{\theta} \; ....(4)$$

بمطابقة (4) مع (3) نجد أنّ:

$$\omega_0^2 = \frac{mgd}{I_{\Delta}} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{m g d}{I_{\Delta}}} \; .... (5)$$

وهذا محقّق لأنّ جميع المقادير موجبة، فحركة النّواس الثقلي بسعات صغيرة هي حركة جيبيّة دورانية نبضُها الخاصُّ ω_0.

علاقة الدور الخاص للاهتزاز:

بما أنّ النبض الخاص يُعطى بالعلاقة: $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$

ولدينا: $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I_{\Delta}}}$

بالتعويض نجد:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

وهي علاقة الدور الخاص للنوّاس الثقلي من أجل السعات الزاويّة الصغيرة.

- T_0 الدور الخاص للنواس الثقلي بسعة صغيرة، ويُقدّر بالثانية.
- I_Δ عزم عطالة الجسم الصلب حول محور الدوران ويقدّر بوحدة $kg.m^2$.
- $OC = d$ بُعد محور الدوران عن مركز عطالة الجسم الصلب C ولمعرفة d نعتمد على انعدام محصّلة عزوم القوى الخارجية المؤثرة في جملة النواس الثقلي حول محور دوران يمرّ من C :

$$\sum \bar{\Gamma}_c = 0$$

كما يمكن أن يُحسب البعد d من العلاقة:

$$d = \frac{m_1 r_1 + m_2 r_2 + ...+ m_i r_i}{m_1 + m_2 + ...+ m_i} \Rightarrow d = OC = \frac{\Sigma m_i \bar{r_i}}{\Sigma m_i}$$

حيث أنّ الجسم الصلب يتكون من عدة أجزاء نفترضها نقاطاً ماديّةً، كتلُها $m_1, m_2, ..., m_i$ تقع على أبعاد $r_1, r_2, ..., r_i$ من محور الدوران.

$\bar{r}$ مقدار جبري، نعدّه موجباً إذا كان مركز عطالة الكتلة المهتزّة تحت محور الدوران، وسالباً إذا كان مركز عطالة الكتلة المهتزة فوق محور الدوران.

مثال محلول (1)

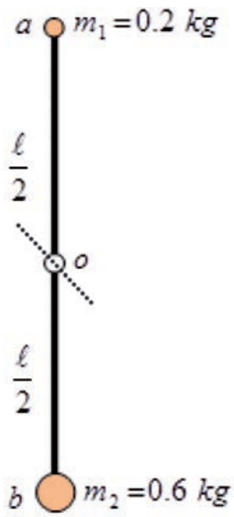
يتألف نواس ثقلي من ساق شاقولية ab مهملة الكتلة طولها $\ell = 1m$ تحمل في نهايتها العلوية a كتلة نقطية $m_1 = 0.2\ kg$ وتحمل في نهايتها السفلية b كتلة نقطية $m_2 = 0.6\ kg$ تهتزّ هذه الساق حول محور أفقي Δ يمرُّ من منتصفها O. المطلوب:

1. احسب دور اهتزازاتها صغيرة السعة.
2. نزيح الساق عن وضع توازنها الشاقولي بزاوية $\theta_{max} = 60^\circ$ ونتركها دون سرعة ابتدائية. استنتج العلاقة المحدّدة لسرعتها الزاوية لحظةَ مرورِها بشاقول محور التعليق، ثم احسب قيمتها.

الحل:

1. حساب الدور من أجل السعات الصغيرة:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}} \quad .... \quad (1)$$



- حساب عزم عطالة الجملة:

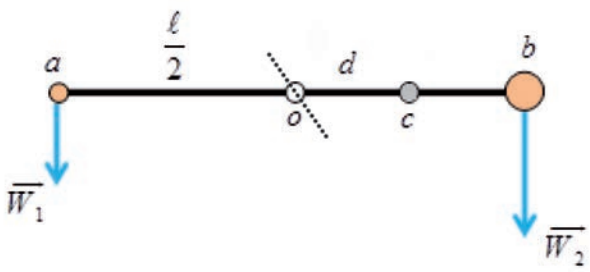
$$I_\Delta = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2$$
$$I_\Delta = (0.2)(0.5)^2 + (0.6)(0.5)^2$$
$$I_\Delta = 0.2\ kg.m^2$$

- حساب كتلة الجملة:

$$m = m_1 + m_2$$
$$m = 0.2 + 0.6$$
$$m = 0.8\ kg$$

- حساب البعد d:

طريقة أولى:



$$\sum \overline{\Gamma}_c = \overline{\Gamma}_{\overline{W_1}} + \overline{\Gamma}_{\overline{W_2}} = 0$$
$$\Gamma_{\overline{W_1}} = \Gamma_{\overline{W_2}}$$
$$(ac)(m_1 g) = (cb)(m_2 g)$$
$$(\frac{\ell}{2} + d)m_1 = (\frac{\ell}{2} - d)m_2$$
$$(0.5 + d) \times 0.2 = (0.5 - d) \times 0.6$$
$$d = 0.25\ m$$

طريقة ثانية: $d = \frac{m_2 r_2 - m_1 r_1}{m_1 + m_2}$

$$d = \frac{0.6 \times 0.5 - 0.2 \times 0.5}{0.2 + 0.6}$$
$$d = 0.25\ m$$

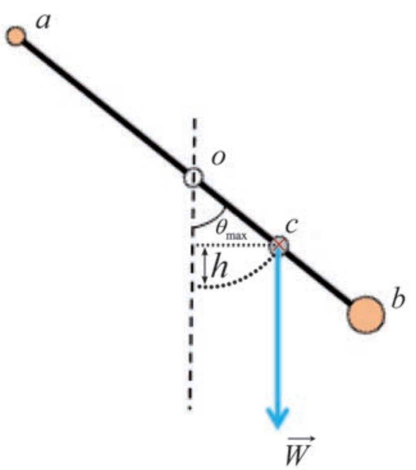
نعوض عن I_Δ , m , d في العلاقة (1):

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{0.2}{0.8 \times 10 \times 0.25}}$$
$$T_0 = 2\ s$$

2. استنتاج علاقة السرعة الزاوية عند المرور بوضع التوازن:

بما أنّ السعة الزاوية كبيرة نطبّق نظرية الطاقة الحركية بين الوضعين:

- الوضع الأول: الانحراف الأعظمي $\theta_1 = \theta_{max}$.
- الوضع الثاني: المرور بالشاقول $\theta_2 = 0$.



$$\Delta E_k = \sum W_{\vec{F}}$$

$$E_{k_2} - E_{k_1} = W_{\vec{W}} + W_{\vec{R}}$$

$$\frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 - 0 = m\,g\,h + 0$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2\,m\,g\,h}{I_\Delta}}$$

لكن:

$$h = d\cos\theta_2 - d\cos\theta_1 \Rightarrow$$

$$h = d\,(1 - \cos\theta_{max})$$

$$h = 0.25(1 - 0.5)$$

$$h = 0.125\ m$$

فتكون:

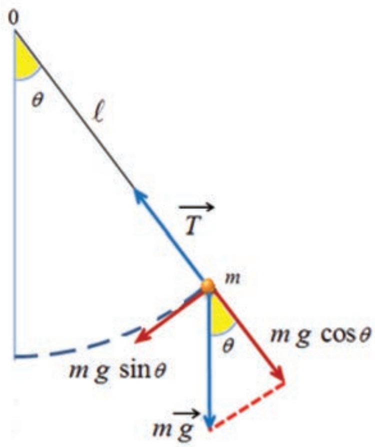
$$\omega = \sqrt{\frac{2\times 0.8\times 10\times 0.125}{0.2}}$$

$$\omega = \sqrt{10} \simeq \pi\ rad.s^{-1}$$

النوّاس الثقليّ البسيط:

إنّ أبسط شكلٍ للنوّاس الثقلي يُسمّى النواس البسيط وهو عبارة عن كرة صغيرة، كتلتها m ، كثافتها النسبية كبيرة معلّقة بخيط خفيف لا يمتطّ طوله ℓ كبير أمام نصف قطر الكرة وهذا ما يُسمّى النوّاس البسيط عملياً.

أمّا نظريّـاً: فهو نقطة ماديـة تهتزّ بتأثير ثقلها علـى بُعد ثابت ℓ من محور أفقي ثابت.



الشكل (2)
النواس الثقلي البسيط

- استنتاج علاقة دور النواس البسيط انطلاقاً من علاقة دور النواس الثقلي المركَّب في حالة السعات الزاوية الصغيرة:

يُعطى دور نوّاس ثقلي مركب بالعلاقة:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{I_\Delta}{mgd}}$$

يُعطى عزم عطالة نقطة مادية حول محور دوران Δ تبعد عنه مسافة r بالعلاقة: $I_\Delta = m\,r^2$

بالتعويض نجد: $r = d = \ell$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m\ell^2}{m\,g\,\ell}}$$

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

وهي علاقة الدور الخاص للنواس الثقلي البسيط في حالة السعات الزاوية الصغيرة.

نستنتج من علاقة الدور أنّ :

- لا علاقة لدور النواس بكتلته، ولا بنوع المادة التي صُنع منها.
- النوسات الصغيرة السعة لها الدور نفسه (متواقتة فيما بينها).
- دور النواس يتناسب طرداً مع الجذر التربيعي لطوله ℓ.
- دور النواس يتناسب عكساً مع الجذر التربيعي لتسارع الجاذبية الأرضيّة g .

ملاحظة: إنّ مستوي النوسان ثابت خلال فترة إجراء التجربة.

دراسة تجريبية للنوّاس الثقلي:

قمنا بإجراء تجربة قياس الدور لنواس ثقلي من أجل سعات زاوية مختلفة من أجل خمسين هزة (توخياً لدقة القياس)، فحصلنا على النتائج المدونة في الجدول الآتي:

θ	$2°$	$4°$	$8°$	$14°$	$15°$	$30°$	$60°$
$t\,(s)$	32	32	32	32	32.1	32.2	34.2
$T\,(s) = \frac{t}{50}$	0.640	0.640	0.640	0.640	0.642	0.650	0.684

- ارسم المنحني البياني الممثِّل للتابع $T_0 = f\,(\theta)$ مستعيناً بالجدول.
- هل النوسات صغيرة السعة متواقتة فيما بينها (أي لها الدور نفسه)؟
- ما قراءتك لقيمة الدور بدءاً من $15°$ وما فوق؟
- هل تجد أن حركة النواس الثقلي من أجل السعات الزاوية المختلفة التي تبدأ من الزاوية $15°$ متواقتة؟
- هل توجد علاقة لحساب الدور في حالة السعات الزاوية الكبيرة؟

إنّ علاقة الدور في هذه الحالة تعطى بالعلاقة:

$$T_0' \approx T_0 \left[1 + \frac{\theta_{max}^2}{16} \right]$$

حيث:

θ_{max}: السعة الزاوية مقدرة بالراديان.

T_0: الدور الخاص في حالة النوسات صغيرة السعة.

استنتاج العلاقة المحدّدة لسرعة كرة النواس في نقطة من مساره، وإيجاد علاقة توتّر خيط التعليق في هذه النقطة:

مثال محلول (2)

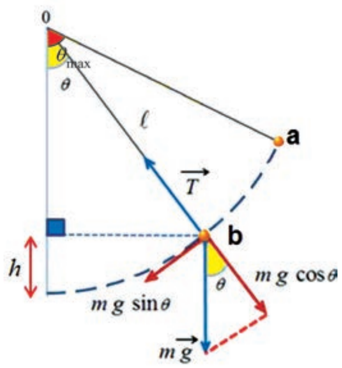
يتألف نواس ثقلي بسيط من كـرة صغيرة، كتلتهـا $m = 100\ g$ معلقـة بخيط خفيف لا يمتطّ طولـه $\ell = 1\ m$ ، نزيح النواس عن وضع توازنه الشاقولي بزاوية $\theta_{max} = 60°$ ونتركه دون سرعة ابتدائية. المطلوب:

1) استنتج بالرموز العلاقة المحددة للسرعة الخطية لكرة النواس عندما يصنع الخيط مع الشاقول زاوية ما θ، ثم احسب قيمة تلك السرعة لحظة مرور النواس بوضع توازنه الشاقولي.

2) استنتج بالرموز علاقة توتر خيط النواس البسيط في وضع يصنع مع الشاقول الزاوية θ، وناقش العلاقة، ثمَّ احسب شدة توتّر الخيط عند مرور النواس بالشاقول.

الحل:

1) نطبق نظرية الطاقة الحركية على كرة النواس بين الوضعين (a) حيث $\theta_1 = \theta_{max}$ ، (b) حيث $\theta_1 = \theta$ مع جملة مقارنة خارجية.



$$\overline{\Delta E_k} = \Sigma \overline{W_{\vec{F}}}$$

$$E_{kb} - E_{ka} = \overline{W_{\vec{W}}} + \overline{W_{\vec{T}}}$$

في الوضع الابتدائي لحظة الترك $E_{ka} = 0$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 - 0 = mgh \quad .... (1)$$

حيث:

$W_{\vec{T}} = 0$ لأنّ حامل $\vec{T}$ يعامد الانتقال في كل انتقال عنصري

ومن الشكل: $h = \ell \cos\theta - \ell \cos\theta_{max}$

نعوض في العلاقة (1) نجد:

$$\frac{1}{2} m v^2 = mg\ell (\cos\theta - \cos\theta_{max})$$

$$v^2 = 2g\ell (\cos\theta - \cos\theta_{max}) \quad ...... (2)$$

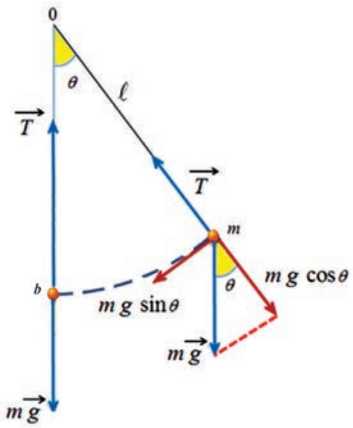
$$v = \sqrt{2g\ell (\cos\theta - \cos\theta_{max})}$$

عند المرور في الشاقول	عند الإزاحة
$\theta = 0 \Rightarrow \cos\theta = 1$	$\theta_{max} = 60^\circ \quad \cos\theta_{max} = \frac{1}{2}$

بالتعويض العددي:

$$v = \sqrt{2 \times 10 \times 1 (1 - \frac{1}{2})} = \sqrt{10}\ m\,s^{-1}$$

2) استنتاج علاقة توتر خيط النواس البسيط في الوضع (b):



القوى الخارجية المؤثرة في كرة النواس:

$\vec{W}$ ثقل الكرة

$\vec{T}$ توتر الخيط

- نطبق العلاقة: $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$

$$\vec{W} + \vec{T} = m\vec{a}$$

حيث $\vec{a}$ التسارع اللحظي للكرة عند وصولها النقطة b

بإسقاط طرفي العلاقة على محور ينطبق على حامل $\vec{T}$ وبجهته نجد:

$$-mg\cos\theta + T = ma_c$$

حيث: a_c: التسارع الناظمي:

$$a_c = \frac{v^2}{\ell}$$

$$T = (mg\cos\theta + \frac{mv^2}{\ell})$$

نعوض عن v^2 من (2):

$$T = mg\cos\theta + \frac{m}{\ell} 2g\ell(\cos\theta - \cos\theta_{max})$$

بالاختزال نجد:

$$T = mg(3\cos\theta - 2\cos\theta_{max})$$

إنّ قيمة قوة التوتر T تتغير أثناء الحركة وذلك بتغيّر θ:

a) تأخذ T قيمة صغرى عندما $\theta = \theta_{max}$ بالتعويض نجد:

$$T = mg \cos\theta_{max}$$

عددياً

$$\Rightarrow T = 0.1 \times 10 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\, N$$

b) تأخذ T قيمة عظمى عند المرور بالشاقول $\theta = 0$

$$T = mg\ (3 \times 1 - 2\cos\theta_{max})$$

عددياً:

$$T = 0,1 \times 10\ (3 - 2 \times \frac{1}{2}) = 2\ N$$

مثال محلول (3)

يتألف نواس ثقلي بسيط من كرة صغيرة كتلتها كبيرة نسبياً معلقة بسلك معدني خفيف طوله $\ell_0 = 1\ m$ بدرجة حرارة $0\ ^\circ C$ درجة سلزيوس.

نزيح النواس عن وضع توازنه الشاقولي بسعة زاوية صغيرة، ونتركه دون سرعة ابتدائية.

1) احسب الدور الخاص لهذا النواس في مكان تبلغ فيه قيمة حقل الجاذبية الأرضية.

نأخذ: $g = 10\, m\, s^{-2}\ ,\ \pi^2 \simeq 10$

2) ننقل النواس إلى مكان آخر يختلف ارتفاعه عن المكان السابق لينوس بسعة صغيرة (100) نوسة خلال (202) ثانية بدرجة الحرارة نفسها $(0\ ^\circ C)$ درجة سلزيوس. يطلب ما يأتي:

A) احسب الدور الجديد للنواس الثقلي البسيط.

B) ارتفعنا أم هل انخفضنا به؟ لماذا؟

C) احسب التغير النسبي الطارئ على قيمة حقل الجاذبية الأرضية عندئذٍ.

3) نعيد النواس الثقلي البسيط إلى مكانه الأصلي حيث قيمة $g = 10\ m.s^{-2} = \pi^2$ ونزيد درجة حرارة النواس من $(0^\circ C$ إلى $10^\circ C)$، فيحصل تغيّر نسبي في دور النواس البسيط عندما ينوس بسعة زاوية صغيرة 10^{-4}، استنتج علاقة عامل التمدّد الطولي لسلك النواس البسيط، واحسب قيمته العدديّة.

الحل:

1) حساب الدور الخاص:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{1}{10}}$$

$$T_0 = 2\ s$$

فائدة: يُعبِّر هذا الدور عن ميقاتية تدقُّ الثانية فدورها الخاص ثانيتان.

2) A) الدور الجديد بعد النقل إلى مكان آخر:

$$T_0 = \frac{t}{N} = \frac{\text{زمن النوسات}}{\text{عدد النوسات}} = \frac{202}{100} = 2.02\quad s$$

دور النواس بسعة صغيرة.

B) بعد نقل النواس ازداد الدور إذاً نقصت قيمة حقل الجاذبية الأرضية حسب العلاقة:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

إنّ نقص قيمة حقل الجاذبية الأرضية تعني ابتعاد النواس عن مركز الأرض (c) أي ارتفعنا بالنواس عن وضعه السابق قبل النقل.

C) حساب التغير النسبي الطارئ على قيمة (g):

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow T_0^2 = (4\pi^2\ \ell)\ g^{-1}$$

حيث:

$$(4\pi^2\ \ell) = const$$

$$T_0^2 = (const)\ g^{-1}$$

نجري تغيّراً نسبياً للطرفين:

$$2\frac{\overline{\Delta T}}{T_0} = (-1)\frac{\overline{\Delta g}}{g} \Rightarrow$$

$$\frac{\overline{\Delta g}}{g} = -2\left(\frac{T_0' - T_0}{T_0}\right) = -2\left(\frac{2.02 - 2}{2}\right) = -0.02$$

$$\frac{\overline{\Delta g}}{g} = -0.02$$

3) استنتاج علاقة عامل التمدّد الطولي وحساب قيمته علماً أن $\frac{\overline{\Delta T}}{T_0} = 10^{-4}$ تعطي علاقة طول النواس بدرجة حرارة t بفرض عامل التمدّد الطولي α بالعبارة:

$$\ell = \ell_0 \left[1 + \alpha \, \Delta t\right] \Rightarrow \ell = \ell_0 + \ell_0 \, \alpha \Delta t$$

حيث Δt هي ارتفاع درجة الحرارة، α عامل التمدّد الطولي

$$\ell - \ell_0 = \ell_0 \, \alpha \Delta t \Rightarrow$$

$$\alpha = \left(\frac{\overline{\Delta \ell}}{\ell_0}\right) \frac{1}{\Delta t} \qquad (I)$$

لكن من عبارة الدور لنواس بسيط بسعة صغيرة

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{\ell}{g}} \Rightarrow T_0^2 = \frac{4\pi^2}{g} \; \ell$$

لكن

$$\frac{4\pi^2}{g} = const$$

نجري التغير النسبي للطرفين:

$$T_0^2 = (const)\ell$$

$$2\frac{\overline{\Delta T}}{T_0} = \frac{\overline{\Delta \ell}}{\ell_0} \qquad (II)$$

نعوّض (II) في (I)

$$\alpha = 2\frac{\overline{\Delta T}}{T_0} \times \frac{1}{\Delta t}$$

$$\alpha = 2 \times 10^{-4} \times \frac{1}{10}$$

$$\alpha = (2 \times 10^{-5}) {}^{\circ}C^{-1}$$

الطاقة الميكانيكية للنوّاس الثّقلي البسيط:

❖ إنّ الطاقة الميكانيكيّة للنواس الثقلي البسيط ثابتة، حيث يهتزُّ بسعة زاوية (ثابتة) θ_{max} على جانبي توازنه الشاقولي وذلك بإهمال القوى المبدّدة للطاقة.

إنَّ الطاقة الميكانيكية هي مجموع الطاقتين الكامنة الثقالية والحركيّة بفرض أنّ مبدأ قياس الطاقة الكامنة الثقالية هو المستوي الأفقيُّ المارُّ من مركز عطالة الكرة عند مرور النواس البسيط في وضع توازنه الشاقولي.

$$E = E_k + E_p$$

❖ عند مرور كرة النوّاس في الوضعين $\pm\theta_{max}$ تنعدم سرعة كرة النواس (لتتمكّنَ الكرة من تغيير جهة حركتها)، فتنعدم طاقتُها الحركيّة، وتختزن كلَّ الطاقة على شكل طاقة كامنة ثقالية تعيد كرة النواس إلى الحركة بالاتجاه المعاكس.

❖ عند مرور كرة النوّاس بالشاقول تكون الطاقة الحركية عظمى، والطاقة الكامنة الثقاليّة معدومة.

تتابع كرة النوّاس حركتَها صعوداً بفضل طاقتها الحركية حتى لحظةِ انعدام سرعتها عند المطال الأعظمي θ_{max} .

❖ إذاً أثناء نوسان النواس الثِّقلي هناك تبادل بين طاقتيه الكامنة الثقالية والحركية، وكلُّ نقصان في إحدى الطاقتين هو زيادة بالأخرى بحيث يبقى مجموعهما ثابتاً بكلِّ لحظة على المسار الذي تسلكه الكرة أثناء نوسانها.

أسئلة وتدريبات

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية:

1- ضع إشارة صح (✔) أمام العبارات الصحيحة، وصحّح العبارات الخطأ في كلٍّ ممّا يأتي:

1) إنَّ حركةَ النواس الثقلي جيبيّة دورانيّة مهما كانت السعه الزاوية للحركة.

2) إنَّ حركة النواس الثقلي جيبيّة دورانيّة فقط بزوايا صغيرةِ السِّعة.

2- أعط تفسيراً علميّاً باستخدام العلاقات الرياضية المناسبة لكلٍّ ممّا يأتي:

1) لا يتعلّق الدور الخاصّ لساق متجانسة تنوس حول محور مارٍّ من طرفها العلوي بكتلتها ويبقى الدور نفسه مهما زدنا من كتلة النواس الثقلي.

2) يؤخّر نواس ميقاتية عند نقله الى قمة جبل مرتفع بعد أن كان ينوس عند مستوى سطح البحر وذلك مع بقاء درجة الحرارة ثابتة.

3- اختر الإجابة الصحيحة لكلٍّ ممّا يأتي:

1) ميقاتيّة ذات نوّاس ثقلي تدقّ الثانية في مستوٍ على سطح البحر، ننقلها إلى قمة جبل فإنّها:

A) تبقى تدقُّ الثانية
B) تقدم
C) تؤخِّر
D) تقف الميقاتية عن الاهتزاز

2) نوّاس ثقلي يدقّ الثانية بسعة زاوية صغيرة نزيد من كتلته العطالية حتى أربعة أمثال ما كانت عليه فيصبح دوره الخاصّ بسعة صغيرة (T_0):

A) $4\ s$
B) $2\ s$
C) $1\ s$
D) $\frac{1}{2}\ s$

ثانياً: حلّ المسائلَ الآتية:

المسألة الأولى:

نوّاس ثقلي بسيط، كتلة كرته $0.1\ kg$، وطول خيط التعليق $1\ m$ يُزاح النواس عن وضع توازنه حتى يصنع الخيط مع الشاقول زاوية قدرُها $60°$ والمطلوب:

1) استنتج بالرموز العلاقة المحدّدة للسرعة الخطية لكرة النواس لحظة مرورها بوضع توازنها الشاقولي، ثمَّ احسب قيمتها.

2) استنتج بالرموز علاقة توتّر الخيط لحظة مرور النواس بوضع توازنه الشاقولي علماً أنّه تُرك دون سرعة ابتدائيّة، ثمّ احسب قيمته.

3) استنتج قيمة العمل المصروف لإزاحة خيط النواس عن وضع توازنه حتى يصنع الخيط مع الشاقول الزاوية السابقة $\theta = 60°$.

4) احسب دور النوّاس من أجل سعة زاوية $\theta_{max} = 60°$.

5) استنتج التسارع المماسيَّ لكرة النواس عندما يصنع الخيط زاوية θ مع الشاقول، واحسب قيمتها من أجل سعة زاوية $\theta = 30°$.

6) احسب التسارع الزاويّ للنواس عندما يصنع الخيط زاوية مع الشاقول $\theta = 30°$.

$g = 10\ m\,s^{-2}$

المسألة الثانية:

يتألّف نوّاس ثقلي مركَّب من قرص متجانس، كتلتُه m نصف قطره $r = \frac{2}{3}\ m$ يمكن أن يهتزَّ شاقولياً حول محور أفقي مارٍّ من نقطة على محيطه.

1) انطلاقاً من العلاقة العامّة لدور النواس الثقلي المركّب، استنتج العلاقة المحدّدة لدورِه الخاصّ في حالة السعات الصغيرة، ثمَّ احسب قيمة هذا الدور.

2) احسب طول النواس البسيط المواقت لهذا النواس المركّب.

3) نثبّت في نقطة من محيط القرص كتلةً نقطية m' تساوي كتلة القرص m، ونجعله يهتزّ حول محور أفقي مارّ من مركز القرص، احسب دوره في هذه الحالة من أجل السعات الزاوية الصغيرة.

4) نزيح القرص من جديد عن وضع توازنه الشاقولي بسعة زاوية θ_{max}، ونتركه دون سرعة ابتدائية، فتكون السرعة الخطية للكتلة النقطية m' لحظة المرور بالشاقول $\frac{2\pi}{3}\ m.s^{-1}$ احسب قيمة السعة الزاوية θ_{max} إذا علمت أنّ: $\theta_{max} > 0.24\ rad$.

$g = 10\ m.s^{-2}$, $(\pi^2 = 10)$ ، عزم عطالة القرص حول محور مارٍّ من مركزه وعموديٍّ على مستويه $I_\Delta = \frac{1}{2} m r^2$.

المسألة الثالثة:

ساق متجانسة طولها $\ell = \frac{3}{2}\ m$ نجعلها شاقوليّةً، ونعلّقها من محور أفقيٍّ عموديٍّ على مستويها الشاقولي ومارٍّ من طرفها العلوي، نزيح الساق عن توازنها بزاوية $60°$، ثم نتركها دون سرعة ابتدائية.

1) استنتج بالرموز علاقة سرعتها الزاوية عند المرور بالشاقول، واحسب قيمتها، ثمَّ احسب السرعة الخطية لمركز عطالتها علماً أنّ عزم عطالة الساق بالنسبة إلى محور مارٍّ من منتصفها وعمودي عليها $I_{\Delta} = \frac{1}{12} m\ell^2$

2) برهن أنّ دور اهتزازات الساق بسعة صغيرة يساوي (2) ثانية حول محور أفقي يبعد عن مركز عطالتها ($\frac{\ell}{6}$)، واحسب طول النوّاس البسيط المواقت لهذا النواس الثقلي.

3) نأخذ الساق، ونعلّقها من منتصفها بسلك فتل شاقولي، وبعد أن تتوازن تُزاح عن توازنها في مستوٍ أفقيٍّ، ونتركها دون سرعة ابتدائية فتؤدي (10) نوسات خلال s (5) ، وعندما نثبّت على طرفيها كتلتين نقطيتين متماثلتين $m_1 = m_2 = 20\ g$ يصبح زمن الدور s (1) . استنتج عبارة كتلة الساق بدلالة الكتل النقطية، واحسب كتلة الساق، ثمَّ احسب ثابت فتل سلك التعليق.

$$g = 10\ m\,s^{-2} \quad , \quad \pi^2 = 10$$

الدرس الرابع

مقاومة الهواء
Air Resistance

الأهداف التعليميّة

يُتوقّع من الطالب في نهاية الدرس أن يكون قادراً على أن:

- يتعرّف مقاومة الهواء.
- يوضّح نشوء مقاومة الهواء.
- يبيّن العوامل المؤثّرة في مقاومة الهواء.
- يستنتج علاقة السرعة الحديّة لسقوط جسم في الهواء.
- يثمّن تطبيقات مقاومة الهواء.

المصطلحات

عربي	انكليزي
محور التناظر	*Symmetry Axis*
قوى الاحتكاك	*Friction Force*
قوى الضغط	*Pressure Force*
مقاومة الشكل	*Shape Resistance*
مقاومة الهواء	*Air Resistance*
السطح الظاهري	*Apparent Area*
الكثافة	*Density*
قوة الثقل	*Force Of Gravity*
الحجم	*Size*
السقوط الحر	*Free Fall*
السرعة الحدّيّة	*Terminal Velocity*
المظلي	*Sky Diver*

عند دراستنا لحركة الأجسام بجوار الأرض مثل حركة قذيفة في حقل الثقالة الأرضية مثلاً لم نأخذ بعين الاعتبار مقاومة الهواء؛ الأمر الذي جعل هذه الدراسة تقريبية، لذلك فإنّ سرعة سقوط جسم في الهواء هي أقل من سرعة سقوطه في الخلاء في الشروط نفسها.

إنّ لوجود مقاومة الهواء فوائد كثيرة في حياتنا فمثلاً يتمُّ إبطاء حركة سقوط المظلي، ورفع الطائرات عندما تبلغ سرعة معينة، وفي هذه الظواهر تتجلّى مقاومة الهواء التي لا يمكن إهمالها.

فإذا فرضنا أنّ جسماً له محور تناظر يتحرك حركة انسحابية مستقيمة ينطبق حامل شعاع سرعتها على محور تناظره، تصبح مقاومة الهواء عليه معاكسة لجهة حركته، وتُمثّل بقوة $\vec{F_r}$ ، وهي تصنّف في نوعين:

1. **قوى الاحتكاك:** تنتج عن لزوجة الهواء، وتكون مماسة للسطح المعرّض للهواء حيث تنزلق جزيئات الهواء عند تصادمها مع هذا السطح، وهذا ما يبدو واضحاً في حالة السرعات الصغيرة.

2. **قوى الضغط:** عندما يتحرك جسم في هواء ساكن فإنّ جزيئات الهواء تصطدم فيه وتتجمع عند مقدمته الأمر الذي يسبب زيادة الضغط في الأمام، وتخلخل الهواء خلف الجسم وهذا يُحدث نقصاناً في الضغط، وينتج عن ذلك ما يسمى بمقاومة الشكل. لذلك فمن أجل إنقاص مقاومة الهواء على الجسم نلجأ إلى الشكل الانسيابي لذا صُمِّمت مقدمة الطائرات والصواريخ بشكل انسيابي (مغزلي).

وعندما نوازن بين هاتين القوتين نجد أنّهما تختلفان من حالة إلى أخرى:

1. في حالة السرعات الصغيرة من رتبة بضعة أمتار في الثانية تكون قوة الاحتكاك هي المسبّب الرئيسي لنشوء مقاومة الهواء. كما في دفّات التوجيه أو جسم الطائرة.

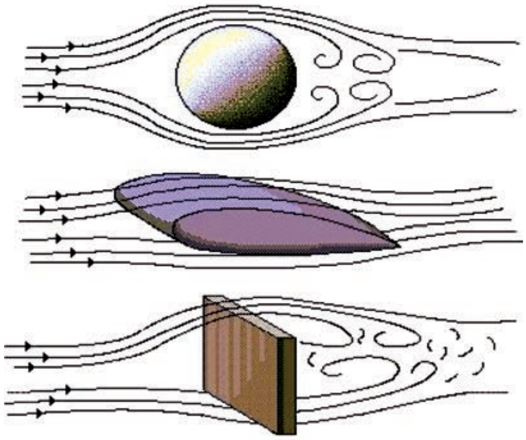
2. في حالة السرعات الكبيرة تصبح قوى الضغط (مقاومة الشكل) المسبّب الرئيسي لنشوء مقاومة الهواء حيث تصبح قوى الاحتكاك مهملة أمامها. كما في أجنحة الطائرة ومصدّات الريح والمظلي عند بداية فتح المظلة.

الدراسة التحريكية لمقاومة الهواء:

بينت الدراسة التجريبية أنّ مقاومة الهواء تتعلّق بعدة عوامل: السطح المجابه للهواء، شكل الجسم ونعومته، سرعة الجسم بالنسبة للهواء والكتلة الحجمية للهواء.

1. **عامل السطح:** إنّ مقاومة الهواء لحركة جسم تزداد بازدياد سطحه الظاهري والذي هو مساحة سطح مرتسمه على مستوٍ يعامد شعاع سرعته، وتتناسب معه طرداً بالنسبة للأجسام المتناظرة.

2. **عامل الشكل:** عندما تتساوى السطوح الظاهرية لعدة أجسام فإنّ مقاومة الهواء تنقص باقتراب شكل الجسم من الشكل المغزلي (الانسيابي)، وهذا ما توضّحه تجربة سقوط أسطوانة وقرص لهما السطح الظاهري نفسه حيث تكون مقاومة الهواء لحركة القرص أكبر منها على حركة الأسطوانة، لأنّ نقصاً مفاجئاً في الضغط يحصل خلف القرص في حين تخفِّفه جدران الأسطوانة.



الشكل (1)
تختلف مقاومة الهواء على حركة الأجسام فيه باختلاف شكل الجسم

3. **عامل السرعة:** عندما تكون سرعة الجسم محصورة بين $1\ m.s^{-1}$ و $280\ m.s^{-1}$ فإنّ مقاومة الهواء تتناسب طرداً مع مربع هذه السرعة التي تُسمّى سرعات متوسطة.

4. **عامل الكتلة الحجمية للهواء:** إنّ مقاومة الهواء تتعلّق بالكتلة الحجمية للهواء الذي يتحرّك فيه الجسم لذلك تتناسب مقاومة الهواء طرداً مع تلك الكتلة الحجمية.

بناء على الدراسة السابقة نتوصّل إلى دستور مقاومة الهواء:

في حالة السرعات المتوسطة تبيّن أنّ شدة مقاومة الهواء تتناسب طرداً مع:

- السطح الظاهري للجسم s ووحدته في الجملة الدولية m^2
- مربع سرعة الجسم المتحرك v^2 ، وتقاس السرعة في الجملة الدولية بوحدة $m.s^{-1}$
- الكتلة الحجمية للهواء ρ وحدتها في الجملة الدولية $kg.m^{-3}$

أي:

$$F_r = \frac{1}{2} k\ \rho s\ v^2$$

حيث: k عدد ثابت لا وحدة له تتوقّف قيمته على شكل الجسم ونعومة سطحه.

F_r قوة مقاومة الهواء تقاس بالنيوتن N

السرعة الحدّيّة لسقوط جسم في الهواء:

درسنا في السقوط الحرّ (دون سرعة ابتدائية) للأجسام الصلبة أنّها تسقط بمنحى شاقولي بتأثير قوة ثقلها فقط حيث أهملنا تأثير الهواء، ولكنه في الواقع لا يمكن إهمال مقاومة الهواء في الكثير من الأحيان.

لندرس حركة سقوط جسم في هواء ساكن:

جملة المقارنة: خارجية

الجملة المدروسة: الجسم الصلب

عند بدء السقوط يكون الجسم خاضعاً لتأثير قوة ثقله الثابتة $\vec{W}$ فقط، ثمّ تتولّد قوة مقاومة الهواء $\vec{F_r}$ التي تزداد بزيادة سرعة سقوط الجسم.

بتطبيق العلاقة الأساسية في التحريك:

$$\overrightarrow{\Sigma F} = m\,\vec{a} \quad \Rightarrow$$

$$\vec{W} + \vec{F_r} = m\,\vec{a}$$

بالإسقاط على محور شاقولي موجّه نحو الأسفل:

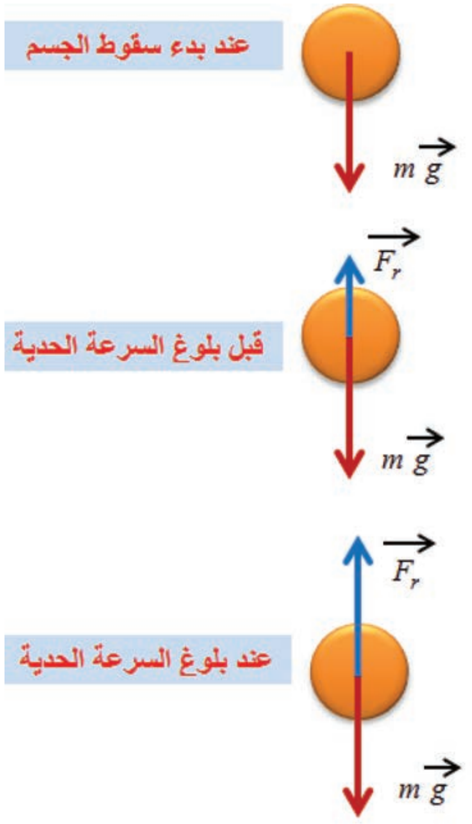
$$W - F_r = m\,a \quad ...... (1)$$

- طالما أنّ: $W > F_r$ فحركة سقوط الجسم مستقيمة متسارعة فتزداد السرعة، وتزداد مقاومة الهواء، وينقص المقدار $(W - F_r)$، وينقص التسارع حتى ينعدم عندما:

$$W - F_r = 0 \quad \Rightarrow$$

$$F_r = W \quad ...... (2)$$

- عندما $F_r = W$ أثناء السقوط تصبح حركة سقوط الجسم مستقيمة منتظمة سرعتها الثابتة هي السرعة الحدّيّة v_t وهي أعظم سرعة يبلغها جسم يسقط في هواء ساكن عندما تنعدم محصّلة القوى المؤثرة في الجسم:



الشكل (2)
تزداد مقاومة الهواء لحركة جسم بازدياد سرعة الجسم حتى تبلغ قيمة حدّيّة عندما $F_r = W$

من العلاقة (2) نجد:

$$\frac{1}{2} k \rho s v_t^2 = mg \quad \Rightarrow$$

$$v_t^2 = \frac{2 m g}{k \rho s} \quad \Rightarrow$$

$$v_t = \sqrt{\frac{2 m g}{k \rho s}} \quad .... (3)$$

- كيف تؤوَّل هذه العلاقة من أجل سقوط جسم كرويٍّ، نصفُ قطره r، وكتلته الحجميّة ρ_s.

نعوّض في (3) عن الكتلة:

$$m = \rho_s V = \rho_s \times \frac{4}{3} \times \pi r^3$$

وعن السطح الظاهريّ للكرة:

$$s = \pi r^2$$

$$v_t = \sqrt{\frac{2 \times \frac{4}{3} \times \pi r^3 \rho_s g}{k \rho \pi r^2}} \Rightarrow$$

$$v_t = \sqrt{\frac{8 r \rho_s g}{3k \rho}} \quad .... (4)$$

تعتمد قيمة السرعة الحدّيّة لسقوط جسم في هواء ساكن على كتلته الحجمية ρ_s*، وعلى نصف قطره r:

- من أجل كرتين لهما القطر نفسه الكتلة الحجمية للأولى ρ_{s1} وللثانية ρ_{s2} (أي من مادتين مختلفتين)؛ لذا نرى أنَّ الكرةَ الأكثفَ تصل أولاً إلى الأرض لو سقطتا من الارتفاع نفسه، وشروط البدء نفسها. أي:

$$\frac{v_{t_1}}{v_{t_2}} = \sqrt{\frac{\rho_{s_1}}{\rho_{s_2}}}$$

وبما أنّ: $\rho_{s_1} > \rho_{s_2}$ نجد:

$$v_{t_1} > v_{t_2}$$

- من أجل كرتين من النوع نفسه الأولى أكبر قطراً فإنّ:

$$\frac{v_{t_1}}{v_{t_2}} = \sqrt{\frac{r_1}{r_2}}$$

وبما أنّ: $r_1 > r_2$ نجد: $v_{t_1} > v_{t_2}$

لذلك تصل حبات البرد الكبيرة إلى الأرض قبل حبات البرد الأصغر قطراً بالرغم من أنّهما تشكلتا في اللحظة نفسها، وسقطتا من الارتفاع نفسه، وبالشروط الابتدائية نفسها.

* إن العدد الدال على الكثافة يساوي الكتلة الحجمية مقدرة بوحدة $g.cm^{-3}$

تطبيقات السرعة الحدّيّة:

من أشهر التطبيقات على السرعة الحدّيّة حركة المظلي حيث يصل الإنسان المعلّق بمظلة إلى الأرض بسرعة حدّيّة لا تتجاوز بضعة أمتار في الثانية بفضل السطح الظاهري الكبير للمظلّة كما في الشكل المجاور.



الشكل (3)
يصل المظلي إلى سرعته الحدّية الصغيرة بفضل السطح الظاهري الكبير لمظلته

مثال محلول

تبلغ قيمة السرعة الحدّيّة لمظلي ومظلته مفتوحة $4\, m.s^{-1}$. المطلوب:

1. استنتج العلاقة المحدّدة لنصف قطر مظلّته التي يجب أن يستخدمها إذا كانت بشكل نصف كرة، وبفرض أنّ كتلة المظلي $80\, kg$، وكتلة مظلّته $20\, kg$، وثمَّ احسب قيمته.
2. استنتج العلاقة المحدّدة لقوة شدِّ مجمل حبال المظلة أثناء سقوط الجملة بسرعتها الحدّيّة السابقة، واحسب قيمتها العددية.

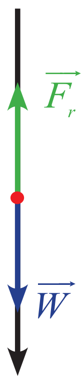
$F_r = 0.8 s v^2$ ، $g = 10\, m.s^{-2}$ ، (تُهمل مقاومة الهواء على المظلي).

الحل:

معطيات المسألة: كتلة المظلي $m_1 = 80\, kg$ ، كتلة المظلة $m_2 = 20\, kg$

كتلة الجملة $m = 100\, kg$ ، السرعة الحدّيّة $v_t = 4\, m.s^{-1}$ ، مقاومة الهواء $F_r = 0.8 s v^2$

1. استنتاج نصف قطر المظلة:



تؤثر في جملة (مظلي – مظلة): $\vec{W}$ قوة ثقل الجملة الثابتة، $\vec{F_r}$ قوة مقاومة الهواء المتغيّرة بتغيّر السرعة.

بتطبيق العلاقة الأساسية في التحريك:

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a} \Rightarrow$$

$$\vec{W} + \vec{F_r} = m \vec{a}$$

بالإسقاط على محور شاقولي موجّه نحو الأسفل نجد:

$$W - F_r = m\,a$$

عند بلوغ السرعة الحدّيّة ينعدم التسارع، وتصبح حركة مركز عطالة الجملة مستقيمة منتظمة.

أي:

$$a = 0 \Rightarrow W - F_r = 0 \Rightarrow$$

$$F_r = W$$

$$0.8 s v_t^2 = mg$$



لكن: $s = \pi r^2$ نعوّض، فنجد:

$$0.8 \pi r^2 v_t^2 = mg \Rightarrow$$

$$r^2 = \frac{m\,g}{0.8 \pi v_t^2} \Rightarrow$$

$$r = \sqrt{\frac{m\,g}{0.8 \pi v_t^2}}$$

نعوّض، فنجد:

$$r = \sqrt{\frac{100 \times 10}{0.8 \pi (4)^2}} \Rightarrow$$

$$r = 5\ m$$

2. استنتاج قوة شدّ مجمل حبال المظلّة على المظليّ:

لكي تصبح قوة شدّ مجمل حبال المظلة قوّةً خارجيّة ندرس جملة مظليٍّ:

تؤثّر في المظلي قوةُ ثِقَلِه الثابتة $\vec{W_1}$ ، وقوةُ شدِّ مجمل حبال المظلة $\vec{T}$

بتطبيق العلاقة الأساسيّة في التحريك:

$$\overrightarrow{\Sigma F} = m_1 \vec{a} \Rightarrow$$

$$\vec{W_1} + \vec{T} = m_1 \vec{a}$$

بالإسقاط على محور شاقولي موجّه نحو الأسفل نجد:

$$W_1 - T = m_1 a$$

عند بلوغ السرعة الحدّيّة ينعدم التسارع. أي: $a = 0$

$$W_1 - T = 0 \Rightarrow T = W_1$$

$$T = m_1 g \Rightarrow T = 80 \times 10 = 800\ N$$

أسئلة وتدريبات

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية:

1- اختر الإجابة الصحيحة لكلّ ممّا يأتي:

1. تسقط كرتان لهما القطر نفسه في هواء ساكن، الكتلة الحجمية للأولى ρ_{s_1} وسرعتها الحدّيّة v_{t_1}، فإذا كانت الكتلة الحجمية للثانية ρ_{s_2} حيث: $\rho_{s_2} = 9\rho_{s_1}$. فإنّ سرعتها الحدّيّة v_{t_2} تكون:

A) $v_{t_2} = 3v_{t_1}$ B) $v_{t_2} = 9v_{t_1}$ C) $v_{t_2} = \frac{1}{3}v_{t_1}$ D) $v_{t_2} = \frac{1}{9}v_{t_1}$

2. تسقط كرتان من النوع نفسه في هواء ساكن نصف قطر الأولى r_1 وسرعتها الحدّيّة v_{t_1}، فإذا كان نصف قطر الثانية $r_2 = 4r_1$. فإنّ سرعتها الحدّيّة v_{t_2} تكون:

A) $v_{t_2} = 4v_{t_1}$ B) $v_{t_2} = 2v_{t_1}$ C) $v_{t_2} = \frac{1}{4}v_{t_1}$ D) $v_{t_2} = \frac{1}{2}v_{t_1}$

3. إنّ ترك جسم ليسقط في هواء ساكن من ارتفاع مناسب تكون طبيعة حركته بعد بلوغه السرعة الحدّيّة مستقيمة:

A) متسارعة بانتظام B) متباطئة بانتظام C) منتظمة D) متغيرة

4. إنّ ترك جسم ليسقط في هواء ساكن من ارتفاع مناسب تكون طبيعة حركته قبل بلوغه السرعة الحدّيّة مستقيمة:

A) متسارعة بانتظام B) متباطئة بانتظام C) منتظمة D) يتناقص فيها التسارع

5. تسقط كرتان متساويتان حجماً إحداهما من الرصاص والأخرى من الخشب في هواء ساكن من ارتفاع مناسب عن سطح الأرض فتصل الأرض:

A) الكرتان معاً B) كرة الخشب أولاً C) كرة الرصاص أولاً D) الأقل كثافة أولاً

6. يسقط جسم في هواء ساكن من ارتفاع مناسب فنجد عند بلوغ السرعة الحدّيّة:

A) $W < F_r$ B) $W > F_r$ C) $W = F_r$ D) $W - F_r > ma$

2- يسقط جسم في هواء ساكن بحركة انسحابيه مستقيمة فيتأثر بمقاومة هواء ناتجة عن نوعين من القوى. ما هما؟ بيّن سبب نشوء كلٍّ منهما.

3- ادرس العوامل المؤثّرة في مقاومة الهواء على جسم يسقط فيه بحركة انسحابيّة مستقيمة، ثم اكتب العلاقة التي تجمع تلك العوامل في حالة السرعات المتوسطة.

ثانياً: حل المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى:

تسقط كرة مُصمتة، نصف قطرها $2.5\ mm$، كتلتُها الحجميّة $3000\ kg.m^{-3}$ في هواء ساكن من ارتفاع مناسب:

1. استنتج بالرموز العلاقة المحدّدة لسرعتها الحدية، واحسب قيمتها بإهمال دافعة الهواء علماً أنّ مقاومة الهواء تُعطى بالعلاقة: $F_r = 0.25\ sv^2$.
2. ما طبيعة حركة سقوط الكرة قبل بلوغ السرعة الحدية؟ ثمَّ ما طبيعة حركة سقوطها بعد بلوغ السرعة الحدية؟ موضّحاً إجابتك باستخدام العلاقات الرياضيّة.

$g = 10\ m.s^{-2}$

المسألة الثانية:

تسقط كرة فارغة من الرصاص كتلتها $4\pi\ g$ قطرها $4\ cm$ في هواء ساكن من ارتفاع مناسب:

1. استنتج بالرموز العلاقة المحددة لسرعتها الحدية، ثمَّ احسب قيمتها بفرض أنّ مقاومة الهواء تُعطى بالعلاقة: $F_r = 0.25\ sv^2$.
2. احسب تسارع حركة الكرة أثناء سقوطها بسرعة $10\ m.s^{-1}$، وما محصّلة القوى المؤثرة في الكرة عندئذٍ؟

$g = 10\ m.s^{-2}$

الدرس الخامس

ميكانيك السوائل
Fluid Mechanics

الأهداف التعليميّة

يُتوقّع من الطالب في نهاية الدرس أن يكون قادراً على أن:

- يتعرّف السائل المثالي.
- يتعرّف خطَّ الانسياب.
- يميّز بين الجريان المُنْتظم وغير المُنْتظم.
- يتعرّف معدّل التدفّق لسائل.
- يرسم خطوط الانسياب والجريان المُنْتظم وغير المُنْتظم.
- يوضّح خاصّيات السائل المثالي تجريبياً.
- يستنتج معادلة الاستمراريّة.
- يتعرّف معادلة برنولي.
- يثمّن تطبيقاتِ ميكانيك السوائل.

المصطلحات

عربي	انكليزي
الطور الصلب	*Solid*
الطور السائل	*Liquid*
الطور الغازي	*Gas*
ميكانيك السوائل الساكنة	*Fluid Statics*
السائل المثالي	*Ideal Fluid*
جسيم السائل	*Particale Fluid*
ضغط السائل	*Pressure Fluid*
دافعة أرخميدس	*Buoyant Forces*
قاعدة أرخميدس	*Archimedes's Principle*
قانون باسكال	*Pascal's Low*
الجريان المستقر	*Steady Flow*
خط الانسياب	*Straem Line*
معدل التدفق	*Rate of Flow*
ميكانيك السوائل المتحركة	*Fluid Dynamics*
معادلة الاستمرارية	*Equation of Continuty*
نظرية برنولي	*Bernoulli's Theory*
رافعة سيارات	*The Carlift*
أنبوب التدفق	*Tube of Flow*

- إنّ حالات المادة الأكثر تواجداً في حياتنا اليومية هي: الغازية، السائلة، والصلبة.

إنّ قوى التجاذب بين جزيئات المادة في الطور السائل ضعيفة مقارنة بتلك الموجودة بين جزيئات المادة الصلبة، وهذا يتيح لجزيئات المادة السائلة حرّية الجريان (الحركة)، بحيث يأخذ السائل شكل الوعاء الذي يُوضع فيه.

تكمن أهمية دراسة علم ميكانيك السوائل (الساكنة والمتحركة) في تطبيقاته المتعدّدة كبناء السدود وصناعة السفن والغواصات والروافع الهيدروليكية ودارات تبريد وتزييت المحركات والصرف الصحي، وغيرها.

ميكانيك السوائل الساكنة

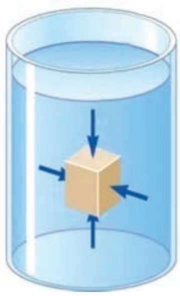
تعريف:

- **نعرّف جسيم السائل** أنّه جزء من السائل، أبعاده صغيرة جداً بالنسبة لأبعاد السائل وكبيرة بالنسبة لأبعاد جزيئات السائل.

فمثلاً إذا جرى السائل في أنبوبة مياه قطرها $10\ cm$، يمكننا أن نطلق تعبير جسيم السائل على قطرة كرويّة من السائل، قطرُها $1\ mm$.

- **ضغط السائل المتوازن عند نقطة داخله:**

إذا تأمّلنا جسيم سائل متواجد داخل سائل متوازن (ساكن)، نجد أنّه يخضع إلى تأثير من جميع الجسيمات المجاورة له، ومن كافّة الاتجاهات بحيث تكون محصِّلتها معدومة.



الشكل (1)
الجسم المغمور في سائل يخضع لتأثير قوى محصلة معدومة

لإيجاد الضغط داخل سائل متجانس ساكن نأخذ نقطة a واقعة داخله على عمق h من سطح السائل، ولنأخذ سطحاً s أفقياً موازياً لسطح السائل الساكن تنتمي إليه النقطة a، فإنّ ثقل عمود السائل W الواقع فوق هذا السطح يسبب ضغطاً P عليه يُعطى بالعلاقة المستنتجة وفق الآتي:

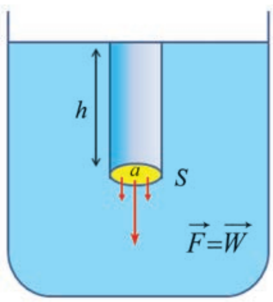
$$P = \frac{F}{s} \quad .... \quad (1)$$

$$F = W = m\,g$$

$m = \rho V$ حيث ρ الكتلة الحجمية للسائل التي نعدّها ثابتة.

$V = s\,h$ حيث: V حجم عمود السائل الذي اخترناه

h ارتفاع عمود السائل المختار.



الشكل (2)
قوة الضغط التي يسببها ثقل عمود السائل على نقطة واقعة عليه

ومنه كتلة عمود السائل: $m = \rho s h$

إذاً ثقل عمود السائل: $W = \rho s h g$ نعوّض في (1) نجد:

$$\Rightarrow \quad P = \frac{W}{s} = \frac{\rho s h g}{s}$$

أي أنّ ضغط السائل عند النقطة a :

$$P = \rho\, h\, g \;......... (2)$$

إنّ الدراسة السابقة لا تأخذ بعين الحسبان سوى الضغط الناجم عن عمود السائل، ولكنَّ سطح السائل المعرّض للهواء يخضع لضغط جوي P_0 ولحساب الضغط الكلي P_{total} في النقطة a يجب إضافة الضغط الجوي المؤثر P_0.

$$P_{total} = \rho\, h\, g + P_0 \;......... (3)$$

يقاس الضغط في الجملة الدولية بوحدة الباسكال *Pascal*
$1\ Pascal \approx 10^{-5}\ bar$
$= 1\ atm = 1\ N/m^2$

أي:

الضغط الكلي المؤثّر في النقطة a من السائل = ضغط السائل + الضغط الجوي.

نتائج:

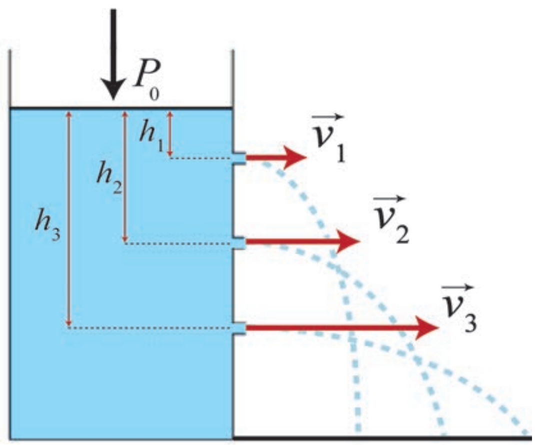
بملاحظة العلاقة (3) التي فيها P_0 , g , ρ ثوابت، نجد أنّ الضغط الكلي يتعلّق فقط بالارتفاع h إذاً:

- إنّ ضغط السائل المتجانس والمتوازن متساوٍ عند جميع النقاط الواقعة في المستوي الأفقي نفسه من هذا السائل.
- لا يؤثر شكل الوعاء في مقدار الضغط عند نقطة داخل السائل أو في قاع الوعاء.
- يزداد الضغط عند نقطة من السائل كلما ازداد عمقها عن سطح السائل h .

لنتحقّق تجريبياً:

نأخذ وعاءً، ونحدث فيه عدّة ثقوب متماثلة على أبعاد مختلفة عن سطح السائل $h_1 , h_2 , h_3 ,......$ كما في الشكل، ثمَّ نملؤه بالماء، ماذا نلاحظ؟

نلاحظ أنّ السائل يندفع من ثقوب جدران الإناء باتجاه عمودي على الجدار، وتزداد سرعة اندفاعه بزيادة البعد الشاقولي عن سطح السائل في الإناء بسبب زيادة الضغط.



الشكل (3)

تزداد سرعة اندفاع السائل من ثقب بازدياد عمق الثقب عن سطح السائل

خاصة الأواني المستطرقة:

يقع السطح الحرُّ لسائل متوازن في مستوٍ أفقيٍّ واحدٍ لأنّ نقاطه تخضع للضغط ذاته (P_0 الضغط الجوي)، فالنقاط (a ،b ، c) التي تقع داخل السائل وفي مستوٍ أفقيٍّ واحدٍ يكون لها ضغوط متساوية.

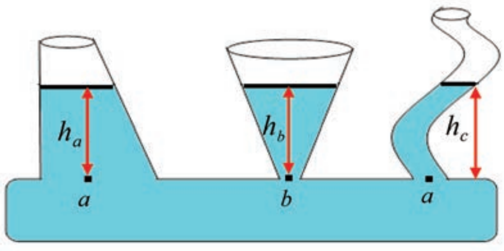
$$P_a = P_b = P_c$$

$$P_a = \rho h_a g + P_0$$

$$P_b = \rho h_b g + P_0$$

$$P_c = \rho h_c g + P_0$$

ومنه نجد: $h_a = h_b = h_c$

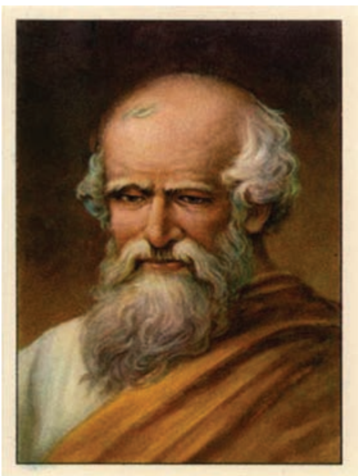


الشكل (4)
الأواني المستطرقة

النتيجة:

ارتفاع السائل متساوٍ في جميع فروع الوعاء بغض النظر عن شكل الفرع.

دافعة أرخميدس:



أرخميدس
(287 - 212 BC)

نغمر جسماً معدنياً اسطوانياً متجانساً، كتلته m، مساحة مقطعه s، ارتفاعه h في سائل متوازن، كتلته الحجمية ρ .

(علماً أنّ الجسم لا يتفاعل مع السائل ولا يذوب فيه):

- إنّ الضغط الكلي على الوجه العلوي للجسم الواقع على عمق h_1 عن سطح السائل:

$$P_1 = \rho g h_1 + P_0$$

فتكون القوة التي يؤثر بها السائل في هذا الوجه:

$$F_1 = P_1 s = \rho g h_1 s + P_0 s$$

- إنّ الضغط الكلي على الوجه السفلي الواقع على عمق h_2 عن سطح السائل:

$$P_2 = \rho g h_2 + P_0$$

فتكون القوة التي يؤثر بها السائل في هذا الوجه:

$$F_2 = P_2 s = \rho g h_2 s + P_0 s$$

وتكون شدّة محصّلة القوّتين: $B = F_2 - F_1 \rangle 0$

$$B = (\rho g h_2 s + P_0 s) - (\rho g h_1 s + P_0 s)$$

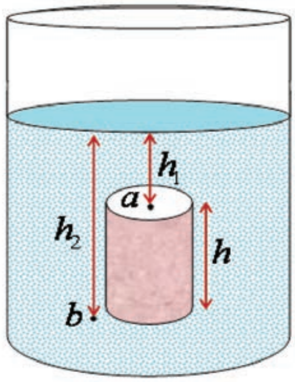
$$B = \rho g h_2 s - \rho g h_1 s$$

$$B = \rho g s (h_2 - h_1) = \rho g s h$$

وبما أنّ: $V = sh$

و: $m = \rho V$

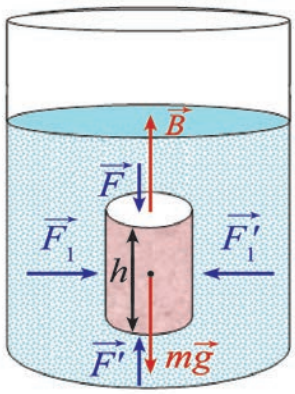
نجد أنّ: $B = mg = W \; .... (4)$ حيث B شدة دافعة أرخميدس



الشكل (5) شدة دافعة أرخميدس

شدّة دافعة أرخميدس = ثقل السائل المزاح

- إنّ القوى المؤثرة في السطح الجانبي للأسطوانة المغمورة في السائل تتفانى مثنى مثنى كونها متساوية في الشدة ومتعاكسة بالاتجاه. انظر $\vec{F}$ ، $\vec{F'}$ مثلاً في الشكل (6).



الشكل (6)
تؤثر في السطح الجانبي لجسم مغمور في سائل قوى تتفانى مثنى مثنى

قانون أرخميدس: إذا غمر جسم بشكل جزئيّ أو كليّ في سائل لا يذوب فيه، ولا يتفاعل معه؛ فإنّ السائل يدفع الجسم بقوة عناصرها:

الحامل: الشاقول.

الجهة: من الأسفل نحو الأعلى.

الشدة: تساوي ثقل السائل المزاح $B = W$



بليز باسكال Blaise Pascal
(1662 - 1623)
رياضي وفيلسوف فرنسي

قانون باسكال (انتقال الضغط في السائل):

عبّر العالم الفرنسي بليز باسكال في عام 1653 عن أحد أهم قوانين ميكانيك السوائل والذي ينصُّ على:

أنّ أيَّ تغيّر في الضغط المطبّق على سائل ساكن محصور في وعاء ينتقل بكامله إلى كلِّ نقاط السائل وإلى جدران الوعاء.

تجربة تبيّن انتقال الضغط:

نأخذ جهازاً مؤلفاً من دورق على سطحه ثقوب متماثلة موزعة بشكل منتظم ومزوّد بمكبس كما في الشكل (7).

نملأ الجهاز بالماء، ثمَّ ندفع المكبس. ماذا نلاحظ؟ ماذا نستنتج؟

- يندفع الماء بصورة عمودية على سطح الدورق من جميع ثقوبه بالسرعة نفسها، وفي آن واحد.
- ينتقل الضغط الذي سببه المكبس على سطح السائل الملامس له بكامله إلى جميع أنحاء السائل.

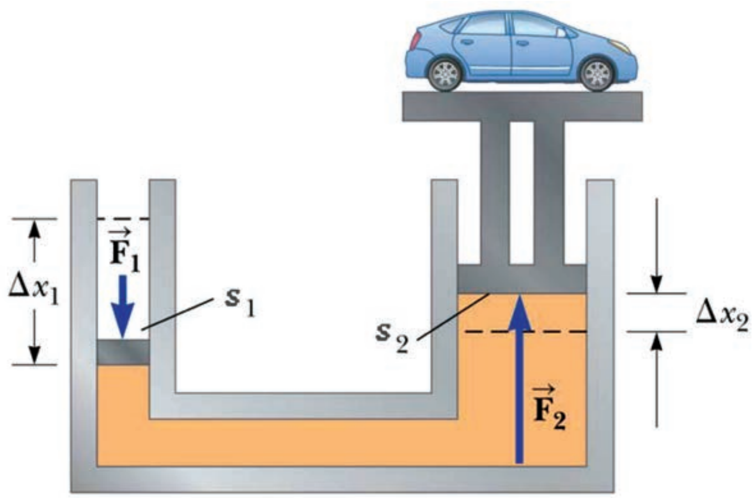


الشكل (7)
جهاز يبين انتقال الضغط بكامله إلى جميع نقاط السائل

تطبيقات قانون باسكال:

1- رافعة السيارات:

تتألّف رافعة السيارات من أسطوانتين مساحة مقطع الأولى s_1 ومساحة مقطع الثانية s_2 بحيث $s_1 \langle s_2$ ، وتتصل الأسطوانتان بأنبوب. وتكون كلّ من الأسطوانتين مغلقة بمكبس يمكنه الحركة دون احتكاك (الاحتكاك مهمل)، تُملأ الأسطوانتان والأنبوب بالزيت الذي نفترضه غير قابل للانضغاط. انظر الشكل (8).



الشكل (8) الرافعة الهيدروليكية

عندما نطبق قوة صغيرة F_1 على السطح الصغير s_1 تسبب ضغطاً P_1 ينتقل عبر السائل إلى السطح الكبير s_2 مسبباً قوة كبيرة F_2 تسبب ضغطاً P_2 .

بما أنّ: $P_1 = P_2$ (حسب قانون باسكال)

نعوّض:

$$\frac{F_1}{s_1} = \frac{F_2}{s_2} \Rightarrow$$

$$F_2 = \frac{s_2}{s_1} F_1 \quad ..... (5)$$

وبما أنّ: $s_1 \langle s_2$ فإنّ: $F_1 \langle F_2$ وهذا ما ندعوه بتضخيم القوة، وهكذا يمكن رفع سيارة بتطبيق قوة صغيرة على المكبس ذي السطح الصغير.

نستنتج أنّ النسبة بين القوتين تساوي النسبة بين سطحي المكبسين.

ملاحظة: تعتمد على النتيجة السابقة تطبيقات عديدة حياتية منها كرسي طبيب الأسنان

مثال محلول

إذا علمت أنّ مساحتي مقطع كلٍّ من المكبسين الصغير والكبير في رافعة السيارات هما على الترتيب $s_1 = 10\ cm^2$ ، $s_2 = 100\ cm^2$ احسب مقدار الضغط الواجب تطبيقه على المكبس الصغير لرفع سيارة كتلتها $m = 1000\ kg$ ، ثمَّ احسب المسافة التي يتحرّكها المكبس الكبير عندما يتحرك المكبس الصغير مسافة 20 cm . $(g = 10\ m.s^{-2})$

الحل:

الضغط المطبق على s_1 ينتقل ليؤثر في s_2

$$P = \frac{F_1}{s_1} = \frac{F_2}{s_2}$$

$$F_2 > W$$

$$F_2 > mg$$

$$F_2 > 1000 \times 10$$

$F_2 > 10^4\ N$ شرط رفع السيارة

$$P = \frac{10^4}{100 \times 10^{-4}} = 10^6\ Pa$$

يجب أن يكون الضغط المطبق أكبر من $10^6\ Pa$ ليحقِّق شرطَ رفع السيارة.

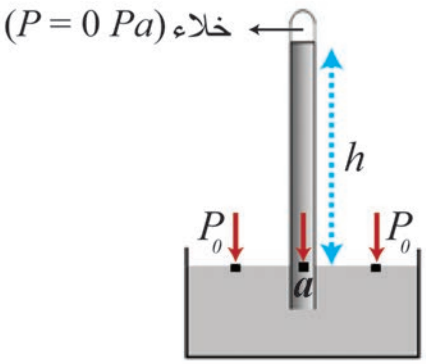
- العمل المبذول على المكبس الصغير = العمل المُكتَسب لرفع المكبس الكبير الذي يحمل السيارة

$$W = F_1\, x_1 = F_2\, x_2$$

$$P s_1\, x_1 = P s_2\, x_2$$

$$x_2 = \frac{s_1\, x_1}{s_2} = \frac{10 \times 10^{-4} \times 20}{100 \times 10^{-4}} = 2\ cm$$

2- الباروميتر الزئبقي (مقياس الضغط الجوي): إنّ الغلاف الجوي المحيط بالأرض يسبب ضغطاً على الأجسام الموجودة ضمنه يدعى الضغط الجوي الذي يمكن قياسه باستخدام البارومتر الزئبقي، والذي يتكون من أنبوب زجاجي مفتوح من أحد طرفيه، طوله متر واحد، ومساحة مقطعه سنتمتر مربع واحد، يُملأ بالزئبق، ثمَّ يُنكَّس في حوض يحوي زئبقاً كما في الشكل (9).



الشكل (9)
تجربة تورشللي لقياس الضغط الجوي

ينخفض مستوى الزئبق في الأنبوب ليصل إلى ارتفاع معيّن تاركاً فوقه فراغاً يحتوي على القليل من بخار الزئبق (يدعى فراغ تورشللي).

يتساوى الضغط الجوي المؤثر في سطح الزئبق في الحوض المعرّض للهواء مع الضغط الذي يحدثه عمود الزئبق المتبقي في الأنبوب عند نقطة a تقع في المستوي الأفقي نفسه لسطح الزئبق في الحوض، ويعطى هذا الضغط بالعلاقة:

$$P = \rho g h$$



ايفانجلستا تورشللي
Evangelista torricelli
(1647 - 1608)
فيزيائي ايطالي

- لنحسب قيمة الضغط الجوي عند سطح البحر بالتجربة نجد أنّ ارتفاع عمود الزئبق في الأنبوب عند سطح البحر يساوي $h = 76\ cm$ علماً أنّ الكتلة الحجميّة للزئبق: $\rho = 13600\ kg.m^{-3}$ وبفرض تسارع الجاذبية الأرضية: $g = 9.8\ m.s^{-2}$ نجد:

$$P = P_0 = \rho g h$$
$$P_0 = 13600 \times 9.8 \times 0.76$$
$$P_0 = 1.013 \times 10^5\ Pa$$

ميكانيك السوائل المتحرّكة:

الجريان المستقرّ (المُنْتظم):

هو الجريان الذي تكون فيه سرعة كلِّ جسيم من جسيمات السائل في نقطة ما من السائل ثابتة لا تتغير بمرور الزمن مع الإشارة إلى أنّ هذه السرعة قد تختلف من نقطة إلى أخرى في السائل.

فلو اخترنا عدة نقاط داخل السائل a, b, c مثلاً، وحدّدنا أشعة السرعة في هذه النقاط، نرى أنّها لا تتغيّر مع مرور الزمن؛ لذلك هذا الجريان مستقرّ.

أي:

$$\vec{v}_c(t_1) = \vec{v}_c(t_2) \quad ، \quad \vec{v}_b(t_1) = \vec{v}_b(t_2) \quad ، \quad \vec{v}_a(t_1) = \vec{v}_a(t_2)$$



أشعة السرعة في النقاط a, b, c في اللحظة t_2

أشعة السرعة في النقاط a, b, c في اللحظة t_1

يبقى شعاع السرعة ثابتاً في نقطة ما من السائل ولا يتغيّر بمرور الزمن

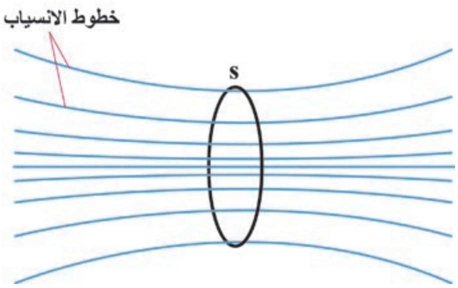
الشكل (10)

خط الانسياب:

هو خط يبيّن المسار الذي يسلكه جسيم من السائل، ويمسُّ في كلّ نقطة من نقاطه شعاع السرعة في تلك النقطة.

أنبوب التدفّق:

إذا أخذنا مساحة s عموديّة على اتجاه جريان سائل جريانه مستقرٌّ، ورسمنا على محيط هذه المساحة خطوط الانسياب سنحصل على أنبوب وهمي يحتوي على السائل يدعى أنبوب التدفّق كما في الشكل (11)، ويمكننا أن نعدّ الأنبوب الذي يجري السائل بداخله أنبوب تدفُّقٍ.



الشكل (11)

تقطع خطوط الانسياب المساحة s والمنحني المغلق المتشكل من نقاط تقاطعها مع s يؤلف أنبوب التدفق

الجريان غير المستقرّ:

هو الجريان الذي تكون فيه بعض مميّزات السائل كسرعة السائل عند نقطة ما متغيرة مع مرور الزمن. مثال على ذلك:

عندما نقوم بإفراغ الماء الموجود ضمن قمع مخروطي الشكل نرى أنّ سرعة خروج الماء من فتحة القمع تتغيّر بتغيّر ارتفاع الماء في القمع. وهذا ما يُسمّى بالجريان غير المستقرّ.

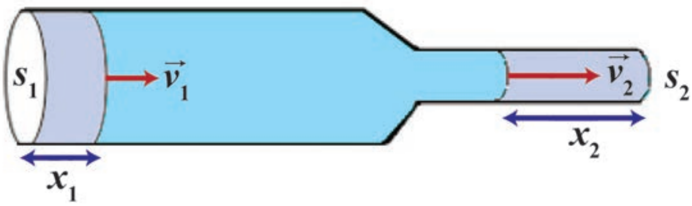
إن دراسة حركة السوائل أكثر تعقيداً من دراسة الأجسام الصلبة؛ لأن جسيمات السائل تنتقل بالنسبة إلى بعضها البعض وذلك لضعف قوى التماسك فيما بينها، وتكون لجسيمات السائل عند نقطة معينة خلال فترة زمنية قصيرة جداً قيمٌ محدَّدة للضغط والكثافة ودرجة الحرارة والسرعةُ. يمكن أن تتغيّر هذه القيم من لحظة إلى أخرى، ومن نقطة إلى أخرى.

للتبسيط ستقتصر دراستنا على جريان سائل مثالي يتمتّع بميزات منها:

- **غير قابل للانضغاط:** حجمه ثابت لا يتغير بتغيّر ضغطه وبالتالي كثافته ثابتة.
- **عديم اللزوجة:** قوى الاحتكاك الداخلي بين طبقاته مُهْمَلة عندما تتحرك طبقة بالنسبة لأخرى؛ لذلك تبقى طاقته الميكانيكية ثابتة أثناء الجريان.
- **جريانه مستقر:** حركة جسيمات السائل لها خطوط انسياب محدّدة، وسرعة هذه الجسيمات عند نقطة معينة تكون ثابتةً مع مرور الزمن.
- **جريانه غير دوراني:** لا تتحرّك جسيمات السائل المثالي حركة دورانية حول أي نقطة في مجرى السائل.

معادلة الاستمراريّة:

عندما يتحرّك سائل داخل أنبوب (السائل يملأ الأنبوب تماماً، ولا يتجمّع داخله، وإنّما يكون جريانه مستمرّاً)، مقطعا طرفيه مختلفان s_1، s_2، فإنّ كميَّةَ السائل التي تدخل الأنبوب عند أحد طرفيه خلال فترة زمنية معينة مساويةٌ كميَّةَ السائل التي تخرج من الطرف الثاني للأنبوب خلال الفترة الزمنية نفسها أي:



الشكل (12)
تتناسب سرعة تدفق السائل عكساً مع سطح المقطع الذي يجتازه السائل

$$\left\{ \begin{array}{c} \text{كمية السائل الداخلة عبر المقطع } s_1 \\ \text{خلال الفترة الزمنية } \Delta t \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \text{كمية السائل الخارجة عبر المقطع } s_2 \\ \text{خلال الفترة الزمنية } \Delta t \text{ نفسها} \end{array} \right\}$$

بفرض s مقطع الأنبوب، Δt الفترة الزمنية، وكتلة السائل m ، فإنّنا نعرّف **المنسوب الكتلي** Q أنّه: كميَّةَ السائل التي تعبر مقطع الأنبوب s خلال واحدة الزمن.

$Q = \frac{m}{\Delta t}$ ، وتقدّر بوحدة الـ: $kg \cdot s^{-1}$ ، كما يمكن أن تقدّر بوحدة $m^3.s^{-1}$ وعندها تُدعى معدّل التدّفق الحجمي أو معدل الضخ.

لدينا:

$$Q_1 = Q_2$$

$$\frac{m_1}{\Delta t} = \frac{m_2}{\Delta t} \quad \Rightarrow$$

$$m_1 = m_2 \quad .... \ (6)$$

حيث:

Q_1 المنسوب الكتلي من السائل الذي يجتاز الأنبوب عبر المقطع s_1.

Q_2 المنسوب الكتلي من السائل الذي يجتاز الأنبوب عبر المقطع s_2.

m_1 كتلة السائل التي تعبر المقطع s_1 خلال الزمن Δt تُحسب من العلاقة:

$$m_1 = \rho V_1$$

ρ الكتلة الحجمية للسائل تقدّر بوحدة: $kg.m^{-3}$

V_1 حجم كمية السائل التي تعبر المقطع s_1 خلال الزمن Δt، تقدّر بوحدة m^3:

$$V_1 = s_1 x_1$$

x_1 المسافة التي قطعتها كتلة السائلعبر المقطع s_1 خلال Δt تقدّر بالمتر:

$$x_1 = v_1 \Delta t$$

v_1 سرعة السائل عبر المقطع s_1.

نعوّض عن V_1 و x_1 في علاقة الكتلة نجد:

$$m_1 = \rho s_1 v_1 \Delta t \quad .... (7)$$

m_2 كتلة السائل التي تعبر المقطع s_2 خلال Δt تُحسب من العلاقة:

$$m_2 = \rho V_2$$

V_2 حجم كمية السائل خلال Δt تقدّر بوحدة m^3

$$V_2 = s_2 x_2$$

حيث x_2 المسافة التي قطعتها كتلة السائل عبر المقطع s_2 خلال Δt وتقدّر بالمتر:

$$x_2 = v_2 \Delta t$$

v_2 سرعة السائل عبر المقطع s_2، نعوّض عن V_2 و x_2 في علاقة الكتلة نجد:

$$m_2 = \rho s_2 v_2 \Delta t \quad ...... (8)$$

نعوّض عن (7) و (8) في (6) نجد:

$$s_1 v_1 = s_2 v_2$$

التعميم:

$$Q = s_1 v_1 = s_2 v_2 = const$$

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{s_2}{s_1} \quad .... (9)$$

نتيجة:

تزداد سرعة انسياب السائل عندما تنقص مساحة سطح المقطع s الذي يتدفق السائل من خلاله.

وهذا ما نلاحظه عند خروج الماء من ثقب صغير في خرطوم ينساب فيه ماء حيث تكون سرعة اندفاع الماء من الثقب أكبر منها من فتحة الخرطوم حيث يخرج الماء، وكذلك الأمر في أنابيب الري التي تكون نهايتها ضيقة كي يصل الماء إلى أبعد نقطة ممكنة.



الشكل (13) تطبيقات معادلة الاستمرارية

نظرية برنولي للجريان المستقر:

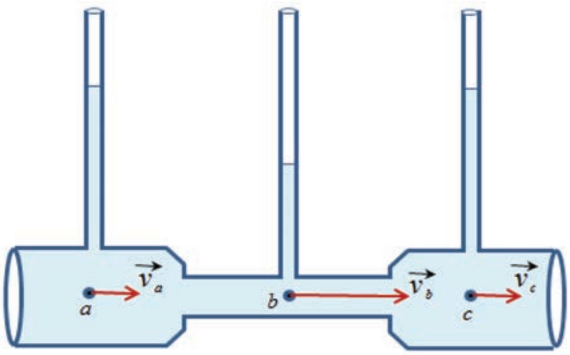
تنتج معادلة برنولي من تطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على سائل يتدفق بشكل منتظم من خلال أنبوب، وتنص على أنّ:

مجموع الضغط والطاقة الحركية لوحدة الحجوم والطاقة الكامنة الثقالية (طاقة الوضع) لوحدة الحجوم في نقطة من خط الانسياب (الجريان) لسائل تساوي مقداراً ثابتاً ولا يتغير عند أية نقطة أخرى من هذا الخط.



دانيال برنولي ***Daniel Bernouilli***
(1782 - 1700)
فيزيائي ورياضي سويسري

يبين الشكل (14) جرياناً مستقراً لسائل عبر أنبوب أفقي ذي مقاطع مختلفة، ويدلُّ ارتفاع السائل في الأنابيب الشاقولية الثلاثة على اختلاف في ضغط السائل عند النقاط $a، b، c$ ، فالضغط عند النقطة b أخفض ممّا هو عليه في كلٍّ من النقطتين a و c ؛ كما أننّا وجدنا من معادلة الاستمرارية أن سرعة الانسياب تتناسب عكساً مع مساحة مقطع الأنبوب، فسرعة جسيم السائل عند النقطة b تكون أكبرَ منها عند كلٍّ من النقطتين a وc أي أن الطاقة الحركية لجسيم السائل، قد ازدادت عند مروره في النقطة b أي أنّ ضغط السائل يتغيّر إذا مرّ في منطقة تتغير فيها سرعة جريانه أو ارتفاعه عن سطح الأرض (وهذا ما يعبر عن عمل برنولي).

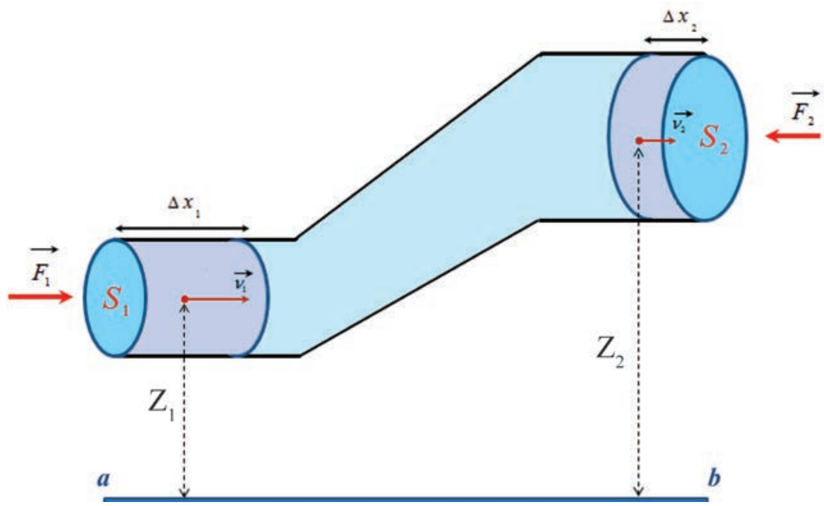


الشكل (14)
يتغير ضغط السائل باختلاف مقطع الأنبوب

هنا يظهر التساؤل الآتي: من أين تأتي الزيادة في الطاقة الحركية لجسيم السائل عند المرور بالنقطة b ؟ وأين تذهب تلك الطاقة عند النقطتين a و c رغم أنّ النقاط a و b و c تقع على استقامة أفقية واحدة في الأنبوب؟

أجاب عن هذا السؤال العالم الفيزيائي دانيال برنولي باستنتاجه معادلة توضّح العلاقة التي تربط بين الطاقة الحركية لجسيم السائل، وطاقته الكامنة الثقالية، والضغط في نقطة من السائل.

الاستنتاج:



الشكل (15) ab مستوي مرجعي لقياس الطاقة الكامنة الثقالية

يتمُّ الجريان المستقرّ في الأنبوب الموضّح أعلاه حيث:

- مكان دخول السائل المقطع s_1 ، وضغط السائل على s_1 هو p_1 ، والارتفاع عن مستوٍ مرجعيٍّ Z_1، وسرعة جسيم السائل v_1 .
- مكان خروج السائل المقطع s_2 ، وضغط السائل p_2 على s_2 ، والارتفاع عن مستوٍ مرجعيٍّ Z_2، وسرعة جسيم السائل v_2 .
- يتأثّر سطح المقطع s_1 بقوة F_1 لها جهة الجريان، وتنتقل نقطة تأثيرها مسافةً قدرُها Δx_1 خلال فترة زمنية Δt ، فتقوم بعمل قدره:

$$W_1 = F_1 \Delta x_1 \quad ..... (10)$$

لكن: $F_1 = P_1 s_1$ نبدّل في العلاقة (10) فنجد:

$$W_1 = P_1 s_1 \Delta x_1$$

ومنه:

$$W_1 = P_1 \Delta V ..... (11)$$

حيث: ΔV حجم السائل الذي يعبر المقطع s_1 خلال فترة زمنية Δt.

- يتأثر سطح المقطع s_2 بقوة F_2 معيقة لجريان السائل لها جهة تعاكس جهة الجريان، وتنتقل نقطة تأثيرها مسافةً قدرُها Δx_2 خلال فترة زمنية Δt ، فتقوم بعمل قدره:

$$W_2 = -F_2 \Delta x_2 \quad ..... (12)$$

لكن: $F_2 = P_2 s_2$ نبدّل في العلاقة (12)، فنجد:

$$W_2 = -P_2 s_2 \Delta x_2$$

ومنه: $$W_2 = -P_2 \Delta V \quad ..... (13)$$

حيث: ΔV حجم السائل الذي يعبر المقطع s_1 خلال فترة زمنية Δt

لاحظ: حجم السائل الذي يعبر المقطع s_1 يساوي حجم السائل الذي يعبر المقطع s_2 خلال الفترة الزمنية Δt نفسها.

فيكون العمل الكلي لجسيمات السائل:

$$W = W_1 + W_2 \quad ..... (14)$$

$$W = (P_1 \Delta V) + (-P_2 \Delta V)$$

$$W = (P_1 - P_2)\Delta V \quad ..... (15)$$

إنّ العمل الكلي يسبّب تغيّراً في الطاقة الميكانيكية لجسيمات السائل أي تغيّراً في كلٍّ من الطاقتين الحركية والكامنة الثقالية أي:

$$W = \Delta E_k + \Delta E_p \quad ..... (16)$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}(\Delta m)v_2^2 - \frac{1}{2}(\Delta m)v_1^2 \quad ..... (17)$$

$$\Delta E_p = (\Delta m) g z_2 - (\Delta m) g z_1 \quad ..... (18)$$

نعوض عن العلاقات (15) و(17) و(18) في العلاقة (16):

$$(P_1 - P_2)\Delta V = \frac{1}{2}(\Delta m)v_2^2 - \frac{1}{2}(\Delta m)v_1^2 + (\Delta m) g z_2 - (\Delta m) g z_1$$

ومنه نجد:

$$P_1 \Delta V + \frac{1}{2}(\Delta m)v_1^2 + (\Delta m) g z_1 = P_2 \Delta V + \frac{1}{2}(\Delta m)v_2^2 + (\Delta m) g z_2$$

نقسم طرفَيْ العلاقة على: ΔV

وبفرض أنّ الكتلة الحجميّة للسائل : $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$

نجد:

$$P_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2+\rho g z_1=P_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2+\rho g z_2 \;.....\;(19)$$

النتيجة:

$$P+\frac{1}{2}\rho v^2+\rho g z=const \;.....\;(20)$$

وهي معادلة برنولي.

حالة خاصة: $z_1=z_2$ نبدّل في (19) :

$$P_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2=P_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2$$

نضرب طرفي العلاقة بـ: $\frac{m}{\rho}$

$$P_1\frac{m}{\rho}+\frac{1}{2}m v_1^2=P_2\frac{m}{\rho}+\frac{1}{2}m v_2^2$$

النتيجة: ضغط السائل يقل عندما تزيد سرعته، ويزداد هذا الضغط بنقصانها كون ρ, m من الثوابت.

$$P\frac{m}{\rho}+\frac{1}{2}m v^2=const$$

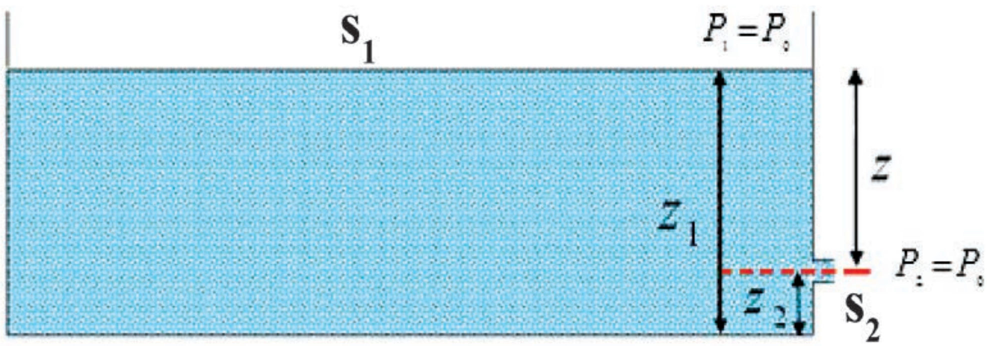
نختزل m :

$$\frac{P_1}{\rho}+\frac{1}{2}v_1^2=\frac{P_2}{\rho}+\frac{1}{2}v_2^2$$

$$p_1-p_2=\frac{\rho}{2}(v_2^2-v_1^2) \;.....\;(21)$$

ملاحظة: يمكن تعميم نظرية برنولي على السوائل التي تكون قريبة بخصائصها من السائل المثالي.

سرعة تدفُّق سائل من فتحة صغيرة أسفل خزان واسع جداً:



الشكل (16) يتغير ضغط السائل بتغير الارتفاع

خزان يحتوي على سائل، كتلته الحجميّة ρ ، سطح مقطعه s_1 ، كبير بالنسبة لفتحة جانبية s_2 صغيرة تقع قرب قعره وعلى عمق $(Z=Z_1-Z_2)$ عن السطح الحرِّ للسائل.

نطبّق معادلة برنولي على جزء صغير من السائل انتقل من سطحه (وضع 1) بسرعة ابتدائية معدومة $v_1=0$ ليخرج من الفتحة (وضع 2) إلى الوسط الخارجي بسرعة v_2

$$P_1+\frac{1}{2}\rho v_1^2+\rho g z_1=P_2+\frac{1}{2}\rho v_2^2+\rho g z_2$$

إنّ الضغط في كلٍّ من الوضعين 1، 2 هو الضغط الجوي أي

$$P_1=P_2=P_0$$

$$\frac{1}{2}v_1^2+g z_1=\frac{1}{2}v_2^2+g z_2$$

وبما أنّ $v_1=0$ نجد:

$$g z_1=\frac{1}{2}v_2^2+g z_2$$

$$\frac{1}{2}v_2^2=g z_1-g z_2$$

$$v_2^2=2g(z_1-z_2)$$

$$v_2=\sqrt{2gz} \quad ..... (22)$$

أسئلة وتدريبات

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية:

1- فسّر ما يأتي:

1. اختلاف سرعة جريان الماء عبر مقاطع مختلفة المساحة في مجرى نهر جريانه أفقي.
2. عدم تقاطع خطوط الانسياب لسائل فيما بينها.
3. يضيق مقطع الماء المتدفّق من صنبور أثناء سقوطه كلما اقترب من سطح الأرض.
4. تستطيع خراطيم سيارات الإطفاء إيصال الماء لارتفاعات، ومسافات كبيرة.
5. يتأثّر ضغط الدم عند الأشخاص المصابين بانسداد جزئي لشرايين الدم.

2- هل تنطبق نقطة تأثير دافعة أرخميدس على مركز ثقل الجسم المغمور؟

3- هل العمل المنجز من قبل المكبس الأول يساوي العمل المنجز من قبل المكبس الثاني في رافعة السيارات؟ علل إجابتك.

4- اختر الإجابة الصحيحة لكلّ ممّا يأتي:

1) عندما تهب رياح أفقية عند فوهة مدخنة فإنّ:

A) سرعة خروج الدخان من فوهة المدخنة:

A) تزداد. B) تنقص. C) تبقى دون تغير. D) تنعدم.

B) ويمكن تفسير النتيجة وفق:

A) مبدأ باسكال. B) معادلة برونولي. C) قاعدة أرخميدس. D) معادلة الاستمرارية.

2) يتّصف السائل المثالي بأنّه:

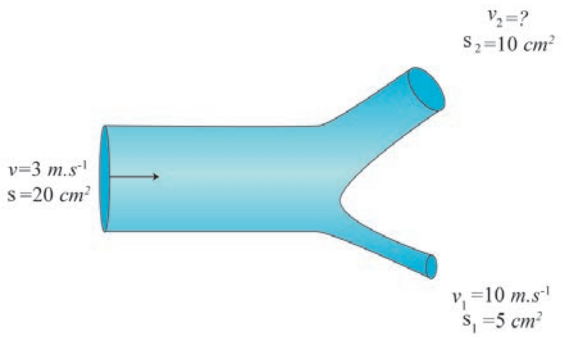
A) قابل للانضغاط وعديم اللزوجة. B) غير قابل للانضغاط ولزوجته غير مهملة.

C) غير قابل للانضغاط وعديم اللزوجة. D) قابل للانضغاط ولزوجته غير مهملة.

3) خرطوم مساحة مقطعه عند فوهة دخول الماء فيه s_1 ، وسرعة جريان الماء عند تلك الفوهة v_1،
فتكون سرعة خروج الماء v_2 من نهاية الخرطوم حيث مساحة المقطع $s_2 = \frac{1}{4} s_1$ مساوية:

v_1 (A $\qquad$ $\frac{1}{4} v_1$ (B $\qquad$ $4\, v_1$ (C $\qquad$ $16\, v_1$ (D

4) يبيّن الشكل المجاور دخول سائل مثالي عبر المقطع s بسرعة v ، ليتفرّع إلى فرعين مساحة مقطع الفرع الأول s_1 ، وسرعة جريان السائل عبره v_1 ، ومساحة مقطع الفرع الثاني s_2 ؛ فتكون سرعة جريان السائل عبر مقطع الفرع الثاني v_2 مساوية:



$1.5\, m.s^{-1}$ (A $\qquad$ $6\, m.s^{-1}$ (B

$1\, m.s^{-1}$ (C $\qquad$ $20\, m.s^{-1}$ (D

ثانياً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى:



يُضخّ الماء في أنبوب أفقي من النقطة A إلى النقطة B فيلزم بذل عمل ميكانيكي، قدره $200\ J$ لضخ $100\ l$ من الماء. والمطلوب:

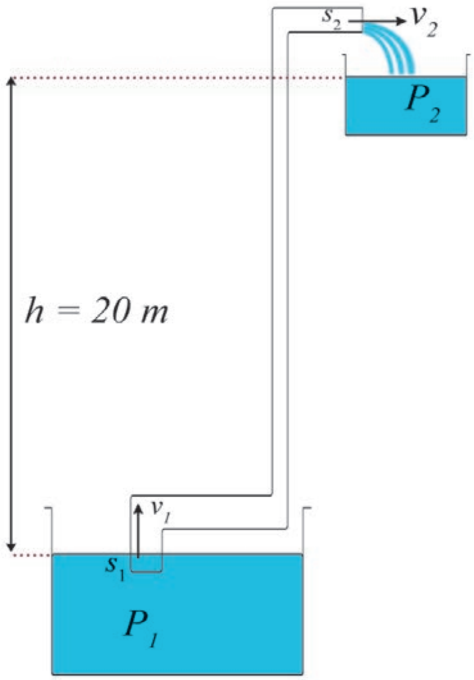
احسب التغيّر في الطاقة الحركيّة لوحدة الحجوم من الماء بين الوضعين A، B.

المسألة الثانية:

لملء خـزان حجمه $600\ l$ بالمـاء، استُخدِم خرطومُ مسـاحةٍ مقطعُه $5\ cm^2$، فـاستغرقت العملية $300\ s$ المطلوب:

1. احسب معدّل التدفق الحجمي Q.
2. احسب سرعة تدفّق الماء من فتحة الخرطوم.
3. كم تصبح سرعة تدفّق الماء من فتحة الخرطوم إذا نقص مقطعُها ليصبح ربع ما كان عليه؟

المسألة الثالثة:

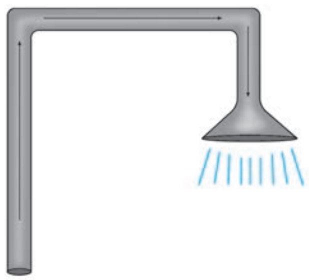


تقوم مضخّة برفع الماء من خزان أرضي عبر أنبوب مساحة مقطعه $(s_1 = 10\ cm^2)$ إلى خزان يقع على سطح بناء، فإذا علمت أنّ مساحة مقطع الأنبوب الذي يصب في الخزان العلوي $(s_2 = 5\ cm^2)$، وأنّ معدّل الضخِّ $Q = 0.005\ m^3/s$. والمطلوب حساب:

1. سرعة الماء عند دخوله الأنبوب، وعند فتحة خروجه من الأنبوب.
2. قيمة ضغط الماء عند دخوله الأنبوب. علماً أنّ الضغط الجوي $1\times10^5\ Pa$ والارتفاع بين الفوهتين $20\ m$.

$$\rho_{H_2O} = 1000\ kg.m^{-3} \text{ ، } g = 10\ m.s^{-2}$$

المسألة الرابعة:



ينتهي أنبوب ماء مساحة مقطعه $10\ cm^2$ إلى رشاش استحمام فيه 25 ثقباً متماثلاً مساحة مقطع كلِّ ثقب $0.1\ cm^2$.

فإذا علمت أنّ سرعة تدفّق الماء عبر الأنبوب $50\ cm.s^{-1}$.

احسب:

- معدّل التدفق الحجمي للماء.
- سرعة تدفّق الماء من كلِّ ثقب.

المسألة الخامسة:

يفرغ خزان ماء حجمه $8\ m^3$ بمعدل ضخٍّ $0.04\ m^3.s^{-1}$. والمطلوب حساب:

- الزمن اللازم لتفريغ الخزان.
- سرعة خروج الماء من فتحة الخزان عبر أنبوب مقطعه $100\ cm^2$.

المسألة السادسة:

كرة من الألمنيوم كتلتها 270 g ، وثقلها الظاهري عندما تُغمر في الماء 1.7 N، بيّن بالحساب أنّ هذه الكرة تحتوي على تجويف بداخلها، ثمَّ احسب حجم هذا التجويف .

$g = 10\ m.s^{-2}$ ، $\rho_{H_2O} = 1\ g/cm^3$ ، $\rho_{Al} = 2.7\ g/cm^3$

المسألة السابعة:

تطفو قطعة خشبية، حجمُها $V = 100\ cm^3$ فوق سطح الماء. احسب حجم الجزء غير المغمور من هذه القطعة الخشبية إذا علمت أنّ الكتلة الحجمية للخشب $\rho' = 800\ kgm^{-3}$ ، والكتلة الحجميّة للماء $\rho = 800\ kgm^{-3}$.

المسألة الثامنة:

جسم معدني ينقص وزنه 2 N عندما يغمر في الماء، وينقص وزنه 1.8 N عندما يغمر في سائل آخر، فإذا علمت أنّ الكتلة الحجميّة للماء $\rho = 1\ gm^{-3}$. احسب الكتلة الحجمية للسائل الآخر.

2

الكهرباء والمغناطيسية

أهداف الوحدة

يتوقّع من المتعلّم في نهاية هذه الوحدة أن يكون قادراً على أن:

- يصف أمثلة على تطبيقات عملية للقوى المغناطيسيّة.
- يبيّن آليّة توليد التيارات المتحرّضة.
- يوضّح خصائص التيار المتناوب الجيبي.
- يعطي أمثلة على دارات كهربائيّة، ويوضّح استخدامها.
- يستنتج العلاقات الرياضيّة المطبّقة في الدارات الكهربائية.
- يحلّ تمارينَ ومسائلَ تطبيقيّة.



الدرس الأول

فعل الحقل المغناطيسي في التيار الكهربائي
Effect of Magnetic Field on Electric Current

الأهداف التعليميّة

يُتوقّع من الطالب في نهاية الدرس أن يكون قادراً على أن:

- يتعرّف تجريبياً تأثير الحقل المغناطيسي المنتظم في التيار الكهربائي.
- يحدّد عناصر شعاع قوة لابلاس.
- يتعرّف المقياس الغلفاني ذا الإطار المتحرّك.
- يستنتج علاقة عمل القوة الكهرطيسية (نظرية مكسويل).
- يستنتج علاقة القوة المغناطيسية المؤثّرة في شحنة كهربائيّة متحرّكة ضمن منطقة يسودها حقل مغناطيسي منتظم.
- يحدّد عناصر شعاع القوة المغناطيسية.
- يتعرّف مبدأ جهاز المرنان (التصوير بالرنين المغناطيسي).
- يثمّن تطبيقات فعل الحقل المغناطيسي في التيار الكهربائي.

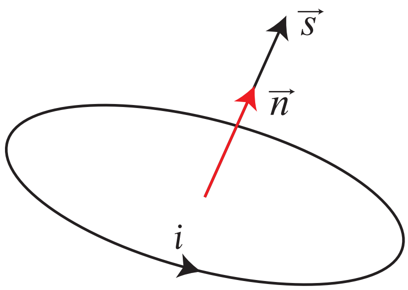
المصطلحات

عربي	إنكليزي
القوة الكهرطيسية (قوة لابلاس)	*Electromagnetic Force*
توازن مستقر	*Stable Equilibrium*
توازن قلق	*Unstable Equilibrium*
المقياس الغلفاني ذو الإطار المتحرك	*The Moving - Coilgalvanometer*
حساسية المقياس الغلفاني	*Galvanometer Sensitivity*
القوة المغناطيسية (قوة لورنز)	*Lorentz Force*
المرنان المغناطيسي	*Magnetic Resorator*
السبين	*Spin*
التدفق المغناطيسي	*Magnetic Flux*
شعاع السطح	*Area Vector*

التدفّق المغناطيسي:

لكلِّ حقل مغناطيسي $\vec{B}$ خطوطُ حقلٍ مغناطيسي، وعندما تجتاز هذه الخطوط سطحاً ما، فإنّنا نقول إنّ تدفّقاً مغناطيسياً اجتاز هذا السطح، ونرمز له بالرمز Φ .

1- شعاع السطح $\vec{s}$:



الشكل (1) شعاع السطح

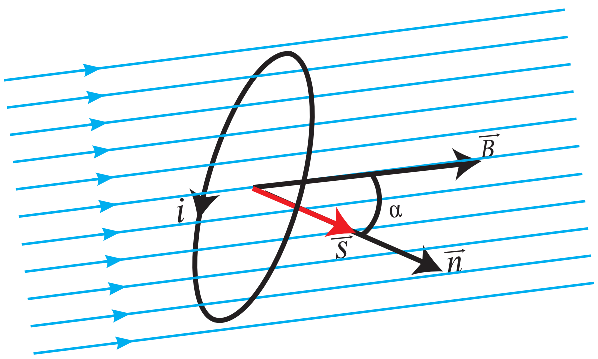
نختار على سطح دارة كهربائية مغلقة مستوية جهة موجبة - مستنتجة من جهة التيار - ويمثّل شعاع الواحدة $\vec{n}$ الناظم على السطح، ويتّجه من الوجه الجنوبي للدارة إلى وجهها الشمالي أو بجهة إبهام يد يمنى، أصابعُها توازي عنصر التيار، وتتَّجه باتجاهه.

نعرّف شعاع السطح $\vec{s}$ بالعلاقة:

$$\vec{s} = s\,\vec{n} \quad ..... (1)$$

حيث s مساحة سطح الدارة.

2- تعريف التدفّق المغناطيسي:



الشكل (2) التدفق المغناطيسي الذي يجتاز سطح دارة كهربائية

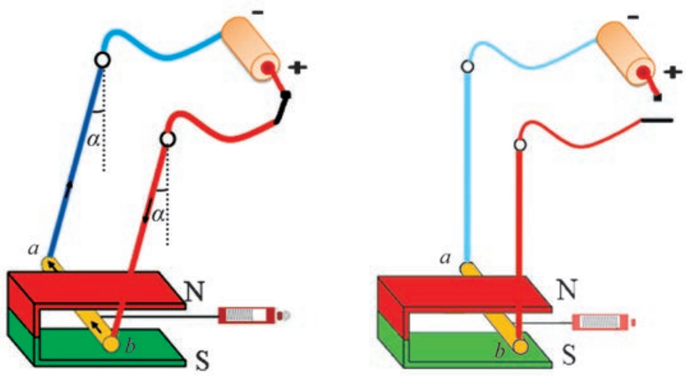
التدفّق المغناطيسي Φ الذي يجتاز دارة كهربائية مستوية في الخلاء المعرّفة بشعاع السطح $\vec{s}$، والموضوعة في منطقة يسودها حقل مغناطيسي منتظم $\vec{B}$، هو مقدار يعرّف بالعلاقة:

$$\Phi = B\,s\cos\alpha \quad ..... (2)$$

وهو مقدار جبري يتعلّق بقيمة $\cos\alpha$، حيث α هي الزاوية الكائنة بين شعاع الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ والناظم على السطح. $\alpha = (\widehat{\vec{B},\vec{n}})$

- **دراسة تجريبية:**

تجربة الأرجوحة:



الشكل (3)
تأثير الحقل المغناطيسي على ساق معدنية يجتازها تيار كهربائي

ساق نحاسية (ab) أفقية معلّقة بسلكي توصيل شاقوليّين موضوعة بين فرعي مغناطيس نضوي، خطوطُ حقله المنتظم شاقولية، يؤثر الحقل في جزء من الساق النحاسية، نمرّر في الساق

الأفقية تياراً كهربائياً متواصلاً، فينحرف سلكا التوصيل زاوية α ثابتة عن وضع الشاقول، ويدلُّ مؤشِّر الربيعة على قيمة معينة للقوة المؤثرة في الساق كما في الشكل (3)، وهذا يدلُّ على وجود قوة ثابتة أثَّرت في الساق نسمّيها القوة الكهرطيسية (قوة لابلاس). نستنتج: تتغيّر جهة هذه القوة بتغيّر جهة مرور التيار أو بتغير جهة شعاع الحقل المغناطيسي المؤثّر.

العوامل المؤثرة في شدة قوة لابلاس:

تبيّن التجارب وجود أربعة عوامل تؤثّر في شدّة القوة الكهرطيسية هي:

- **I شدّة التيار الكهربائي.**
- **B شدّة الحقل المغناطيسي المؤثّر.**
- **L طول الجزء من الناقل المستقيم الذي يجتازه التيار الكهربائي والخاضع لتأثير الحقل المغناطيسي.**
- **θ الزاوية بين الناقل المستقيم وشعاع الحقل المغناطيسي المؤثر.**

وقد تمت الدراسة التجريبية بتغيّير أحد هذه العوامل وثبات العوامل الأخرى.

من التجربة السابقة نجد:

- تتناسب شدّة القوّة طرداً مع شدة التيار I:

فإذا جعلنا شدة التيار مِثْلَي ما كانت عليها $2I$ يدلّ مؤشّر الربيعة على قيمة جديدة للقوة $2F$ مثلي ما كانت عليه في الحالة الأولى؛ أي أنّ شدّة القوة تصبح مثلي ما كانت عليها.

- تتناسب شدة القوة طرداً مع شدة الحقل المغناطيسي المؤثّر B:

فإذا جعلنا شدة الحقل المغناطيسي المؤثّر مثلي ما كانت عليها $2B$ يدل مؤشر الربيعة على أنّ شدّة القوة تصبح مثلي ما كانت عليها $2F$.

- تتناسب شدة القوة طرداً مع طول الجزء من الناقل المستقيم L الذي يجتازه التيار الكهربائي والخاضع للحقل المغناطيسي المنتظم.

- تكون شدة القوة عظمى عندما يتعامد شعاع الحقل المغناطيسي المؤثر مع الساق الأفقية، وتنقص بنقصان قيمة الزاوية θ الكائنة بين الساق $I\vec{L}$ وشعاع الحقل المغناطيسي المؤثر $\vec{B}$، فشدّة القوة تتناسب طرداً مع $\sin\theta$.

- تنعدم شدة القوة إذا توازت خطوط الحقل المغناطيسي المؤثّر مع الساق.

النتيجة: $F = k\ I L\ \ B \sin\theta$ ...... (3)

حيث: k ثابت التناسب وقيمته في الجملة الدولية $k\ = 1$

النتيجة:

$$F = I\,L\,B\,\sin\theta \quad ..... (4)$$

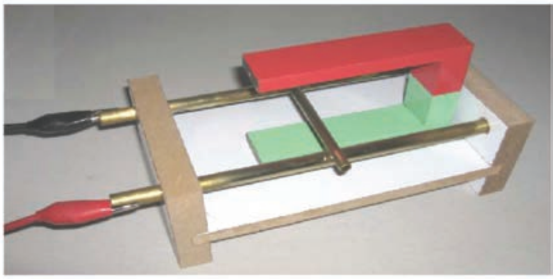
F: شدة القوة الكهرطيسية (N)
I: شدة التيار المار (A)
L: طول الجزء من الناقل الخاضع للحقل (m)
B: شدة الحقل المغناطيسي المؤثر (T)

يمكن أن تُكتب العبارة السابقة بشكل شعاعي وفق الآتي:

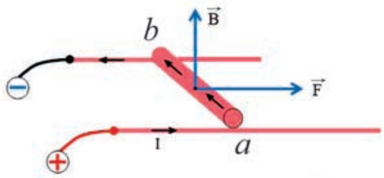
$$\vec{F} = I\vec{L} \wedge \vec{B} \quad ..... (5)$$

استناداً إلى خواصّ الجداء الشعاعي حيث أنّ الأشعة $I\vec{L}$, $\vec{B}$, $\vec{F}$ تحقّق الثلاثية مباشرة (مرتبة).

عناصر شعاع القوة الكهرطيسية:



(*a*) تجربة السكتين الكهرطيسية



(*b*) رسم تخطيطي لتجربة السكتين الكهرطيسية

الشكل (4)

في تجربة السكتين الكهرطيسية، لدينا ساق معدنية، طولها L يمكنها الانزلاق دون احتكاك على سكتين متوازيتين تقعان في مستوٍ أفقيٍّ، يتصل طرفا السكتين بمولّد تيار متواصل، ونطبق في منطقة تواجد الساق حقلاً مغناطيسياً منتظماً $\vec{B}$ باستخدام مغناطيس نضوي كما في الشكل (4-a).

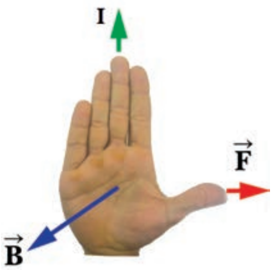
تفيدنا تجربة السكتين الكهرطيسية في تحديد عناصر شعاع القوة الكهرطيسية $\vec{F}$:

1- **نقطة التأثير:** منتصف الجزء من الناقل المستقيم (الساق المعدنية) الخاضع للحقل المغناطيسي المنتظم.

2- **الحامل:** عمودي على المستوي المحدّد بالناقل المستقيم وشعاع الحقل المغناطيسي.

3- **الجهة:** تحقّق الأشعة $I\vec{L}$, $\vec{B}$, $\vec{F}$ ثلاثية مباشرة وفق قاعدة اليد اليمنى:

- التيار يدخل من الساعد، ويخرج من أطراف الأصابع.
- شعاع الحقل المغناطيسي يخرج من راحة الكف.
- جهة القوة الكهرطيسية يشير إليها الإبهام كما في الشكل (5).



الشكل (5)
قاعدة اليد اليمنى في تحديد جهة القوة المغناطيسية

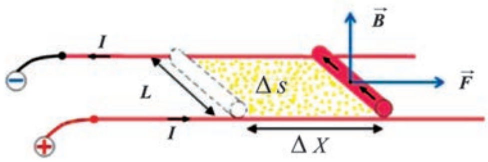
4- **الشدة:** تعطى بالعلاقة : $F = I\,L\,B\,\sin\theta$

حيث θ الزاوية الكائنة بين $\vec{B}$ و $I\vec{L}$

عمل القوة الكهرطيسية (نظرية مكسويل):

نستنتج عبارة عمل القوة الكهرطيسية في تجربة السكتين؛ حيث يكون شعاع الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ عمودياً على المستوي الأفقي للسكتين:

- تنتقل الساق الأفقية موازية لنفسها مسافة ΔX.
- تمسح سطحاً $\Delta s = L \ \Delta X$ وتنتقل نقطة تأثير القوة الكهرطيسية في حاملها وبجهتها مسافة ΔX.
- تقوم القوة الكهرطيسية بعمل محرِّك (موجب) $W \rangle 0$



الشكل (6) عمل القوة الكهرطيسية

$$W = F \ \Delta X \ ..... (6)$$

$$W = I \ B \ L \ \Delta X$$

$$W = I \ B \ \ \Delta s$$

لكن: $\Delta \Phi = B \ \Delta s \ \rangle \ 0$ يمثّل تزايد التدفّق المغناطيسي

$$W = I \ \Delta \Phi \ ..... (7)$$

حيث: W: العمل (J) ، I: شدة التيار الكهربائي (A)، $\Delta \Phi$: تغيّر التدفق المغناطيسي $(Weber)$

نصُّ نظرية مكسويل:

عندما تنتقل دارة كهربائية – أو جزء من دارة كهربائية – في منطقة يسودها حقل مغناطيسي، فإنَّ عمل القوّة الكهرطيسيّة المسبِّبة لذلك الانتقال يساوي جداء شدّة التيار المارِّ في الدارة في تزايد التدفّق المغناطيسي الذي يجتازها.

قاعدة التدفّق الأعظم:

نأخذ إطاراً مستطيلاً أو ملفاً، ونعلّقه بسلك عديم الفتل بحيث يمكنه أن يدور حول محور شاقولي مارٍّ بمركزه يجتازه تيار متواصل. نؤثّر فيه بحقل مغناطيسي منتظم خطوطه توازي سطح الإطار. ماذا نجد؟ نجد أنّ الإطار يدور ليستقرَّ في وضع يكون فيه التدفّق المغناطيسي الذي يجتازه من وجهه الجنوبي* أعظمياً، وبهذا نصل لما يُسمّى قاعدة التدفق الأعظمي، والتي تكون نتيجةً لنظرية مكسويل وهذه النتيجة هي:

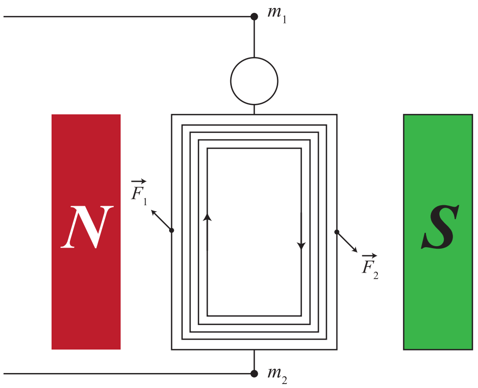
إذا أثّر حقل مغناطيسي في دارة كهربائية مغلقة انتقلت بحيث يزداد التدفق المغناطيسي الذي يجتازها من وجهها الجنوبي، وتستقرّ في وضع يكون التدفّق المغناطيسي فيها أعظمياً.

* الملفات والوشائع الكهربائية تكافئ مغانط: حيث يطلق اسم الوجه الشمالي على وجه الملف الذي يتجه نحو الشمال الجغرافي تقريباً عندما يكون الملف حراً (تكون جهة دوران التيار في الوجه الشمالي بعكس جهة دوران عقارب الساعة) أما الوجه الآخر للملف فهو الوجه الجنوبي.

المقياس الغلفاني ذو الإطار المتحرّك:

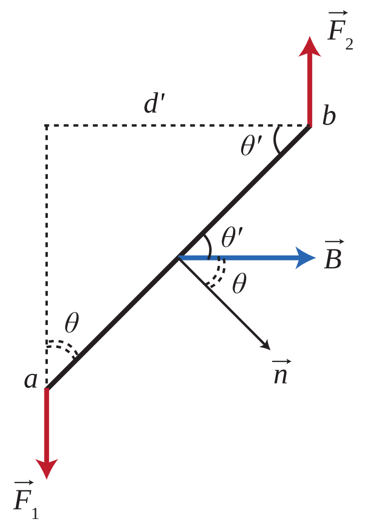
المقياس الغلفاني ذو الإطار المتحرّك جهاز لقياس شدات التيارات الصغيرة المارّة في دارة كهربائية مغلقة وذلك من خلال معرفة زاوية دوران الإطار.

مبدؤه: يعتمد على دوران دارة كهربائية في منطقة يسودها حقل مغناطيسي بحيث يزداد التدفق المغناطيسي الذي يجتازها من وجهها الجنوبي.



الشكل (7) المقياس الغلفاني ذو الإطار المتحرك

وصفه: يتألّف المقياس من ملفٍّ على شكل إطار مستطيل يتألّف من N لفة، يتصل أحد طرفي سلك الملف بسلك معدني رفيع شاقولي ثابت فتله k، أمّا الطرف الآخر من سلك الملف فيتّصل بسلك آخرَ شاقوليٍّ ليّن عديم الفتل، ويمكن للإطار أن يدور حول محوره الشاقولي المار بمركزه بين قطبي مغناطيس نضوي محيطاً بنواة أسطوانية من الحديد اللين بحيث يكون مستوي الإطار يوازي الخطوط الأفقية للحقل المغناطيسي للمغناطيس قبل إمرار التيار.



الشكل (8)

تتناسب زاوية دوران إطار المقياس الغلفاني طرداً مع شدة التيار الكهربائي الذي يجتازه

عمله: عند إمرار التيار الكهربائي المراد قياس شدته I (التي يجب أن تكون صغيرة) في إطار المقياس، فإنّ الحقل المغناطيسي المنتظم يؤثّر فيه بمزدوجة كهرطيسيّة تنشأ عن القوتين الكهرطيسيتين المؤثرتين في الضلعين الشاقوليين كما هو موضّح في الشكل (8).

تعمل هذه المزدوجة على تدوير الإطار حول محور الدوران فينشأ في سلك الفتل مزدوجة مقاومة تمانع استمرار الدوران تُسمّى مزدوجة الفتل، ويستقرّ الإطار بعد أن يدور زاوية θ' عندها يتحقّق شرط التوازن الدوراني:

$$\sum \overline{\Gamma} = 0 \Rightarrow$$

$$\underset{\text{كهرطيسية}}{\overline{\Gamma}_{\Delta}} + \underset{\text{فتل}}{\overline{\Gamma}'} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots (8)$$

عزم المزدوجة الكهرطيسية $\overline{\Gamma}_{\Delta}$:

$$\overline{\Gamma}_{\Delta} = d'F \quad .... (9)$$

حيث تمثّل d' ذراع المزدوجة الكهرطيسية: $d' = (ab)\sin\theta$

حيث θ الزاوية الكائنة بين شعاع الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ والناظم على سطح الإطار $\vec{n}$:

$$d' = d\sin\theta$$

وشدة القوة الكهرطيسية من أجل N لفة: $F_1 = F_2 = F$

$$F = N\,I\,L\,B\sin\frac{\pi}{2}$$

نعوّض عن d' ، F في العلاقة (9) فنجد:

$$\overline{\Gamma}_{\Delta} = N\,I\,d\,L\,B\sin\theta \quad .... (10)$$

لكن: $s = d\,L$ سطح الإطار:

$$\overline{\Gamma}_{\Delta} = N\,I\,s\,B\sin\theta \quad .... (11)$$

وهي عبارة عزم المزدوجة الكهرطيسية.

وبما أنّ:

$$\theta + \theta' = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\sin\theta = \cos\theta' \Rightarrow$$

$$\overline{\Gamma}_{\Delta} = N\,I\,s\,B\cos\theta'$$

وباعتبار θ' صغيرة، فإنّ: $\cos\theta' \simeq 1$، وتصبح عبارة عزم المزدوجة الكهرطيسية بالشكل:

$$\overline{\Gamma}_{\Delta} = N\,I\,s\,B \quad .... (12)$$

عزم مزدوجة الفتل $\overline{\Gamma}'$:

$$\overline{\Gamma}' = -k\,\theta' \quad .... (13)$$

نعوّض عن (12) و(13) في (8) فنجد:

$$N\,I\,s\,B - k\,\theta' = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\theta' = \frac{N\,s\,B}{k} I \quad .... (14)$$

s: مساحة سطح الملف (m^2)، B: شدة الحقل المغناطيسي (T)، k: ثابت فتل سلك التعليق $(m.N.rad^{-1})$

ندعو المقدار $G = \frac{N\,s\,B}{k}$ ثابت المقياس الغلفاني.

$$\theta' = G\,I \quad ..... (15)$$

حيث: θ': زاوية دوران الإطار (rad)، I: شدة التيار الكهربائي (A).

النتيجة:

تتناسب زاوية دوران الإطار θ' عن وضعه الأصلي طرداً مع شدة التيار الكهربائي I الذي يجتازه.

يفيد ذلك بقياس شدة التيار الكهربائي المارّ بمعرفة كلٍّ من θ', G بتكبير قيمة ثابت المقياس الغلفاني G حيث تزداد زاوية الانحراف من أجل شدة التيار نفسها، أي زيادة حساسية المقياس، ويتحقّق ذلك عملياً باستخدام سلك رفيع جداً من الفضة (لتصغير ثابت الفتل k).

القوة المغناطيسية (قوة لورنز) استنتاجها ـ عناصرها:

أثبتت التجربة أنّ الحقل المغناطيسي يؤثّر في الشحنة الكهربائية المتحرّكة بقوة مغناطيسية، فتنحرف عن مسارها، ويمكن استنتاج العبارة الشعاعية المعبِّرة عن تلك القوة انطلاقاً من قانون لابلاس.

- تقطع الشحنة المتحرّكة q بالسرعة $\vec{v}$ خلال فاصل زمني Δt مسافة مستقيمة $\overrightarrow{\Delta L}$:

$$\overrightarrow{\Delta L} = \vec{v}\,\Delta t \quad .... (16)$$

- تكافئ الشحنة المتحرّكة q تياراً كهربائياً، شدته:

$$I = \frac{q}{\Delta t} \quad .... (17)$$

- نعوّض عن العلاقة (16) و(17) في قانون لابلاس:

$$\vec{F} = I\,\overrightarrow{\Delta L} \wedge \vec{B}$$

فنجد:

$$\vec{F} = \frac{q}{\Delta t}\vec{v}\,\Delta t \wedge \vec{B}$$

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \wedge \vec{B} \quad ..... (18)$$

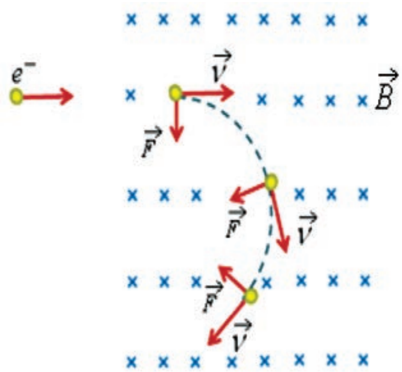
تفيد هذه العلاقة في تحديد عناصر شعاع القوة المغناطيسية:

1- **نقطة التأثير:** الشحنة المتحركة.

2- **الحامل:** عمودي على المستوي المُحدّد بالشعاعين $\vec{v}$, $\vec{B}$.

3- **الجهة:** تُحدَّد بقاعدة اليد اليمنى وفق الآتي:

- نجعل ساعد اليد اليمنى منطبقاً على حامل شعاع السرعة $\vec{v}$.
- أصابع اليد بعكس جهة $\vec{v}$ إذا كانت الشحنة سالبة وبجهة $\vec{v}$ إذا كانت الشحنة موجبة.
- يخرج شعاع الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ من راحة الكف.
- يشير الإبهام إلى جهة القوة المغناطيسية $\vec{F}$.



الشكل (9)
يؤثر الحقل المغناطيسي في الشحنة الكهربائية المتحركة ضمن منطقة الحقل المغناطيسي

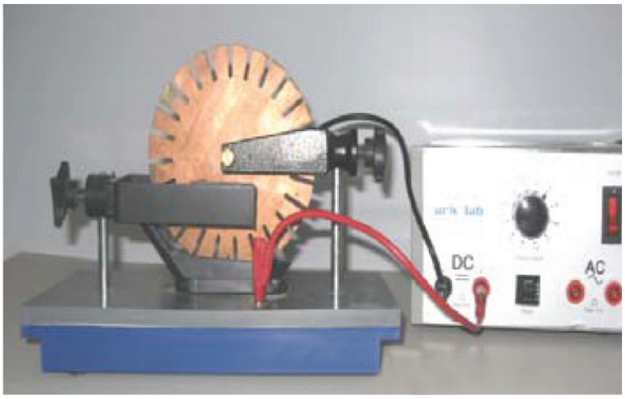
4 ـ الشدة: تُعطى بالعلاقة:

$$F = q\,v\,B\,Sin(\vec{v} \hat{,} \vec{B}) \quad ..... (19)$$

F: شدة القوة المغناطيسية (N)
q: الشحنة الكهربائية (C)
v: سرعة الشحنة الكهربائية المتحركة $(m.s^{-1})$
B: شدة الحقل المغناطيسي المؤثر (T)

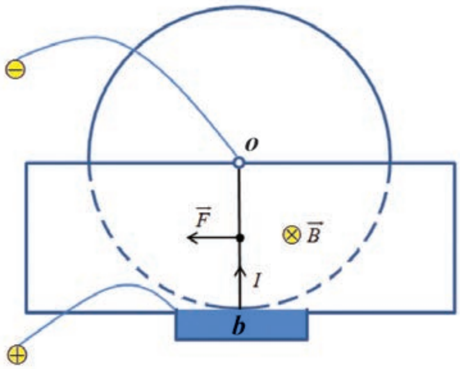
دولاب بارلو:

يتألّف دولاب بارلو من قرص من النحاس أو الألمنيوم يمكنه أن يدور في مستوٍ شاقوليٍّ حول محور أفقي مارٍّ بمركزه c، ويلامس بحافته السفلى زئبقاً، ويقع نصفه السفلي ضمن حقل مغناطيسي أفقي متولد عن مغناطيس نضوي كما في الشكل.



الشكل (10)
دولاب بارلو

نصل محور القرص، وحوض الزئبق بقطبي مولّد كهربائي لتيار متواصل مناسب كما في الرسم التخطيطي المجاور، فنشاهد دوران القرص بفعل القوة الكهرطيسية المؤثرة في منتصف (bo) في كل لحظة والناتجة عن تأثير الحقل المغناطيسي في جزء من القرص الموضوع داخل المنطقة التي يسودها الحقل، وتتعلق جهة الدوران بجهة الحقل المغناطيسي، وبجهة التيار المارِّ.



الشكل (11)
رسم تخطيطي يبين جهة قوة لابلاس المؤثرة في دولاب بارلو

يبيّن هذا الدولاب المبدأ الذي تعتمد عليه بعض المحركات الكهربائية حيث تتحوّل فيها الطاقة الكهربائية إلى طاقة ميكانيكية.

جهاز التصوير بالرنين المغناطيسي:

يمثّل الشكل (12) صورةً عامّة للجهاز المُستَخْدم في تصوير مناطق مختلفة من أجسامنا:

مبدأ عمل الجهاز:

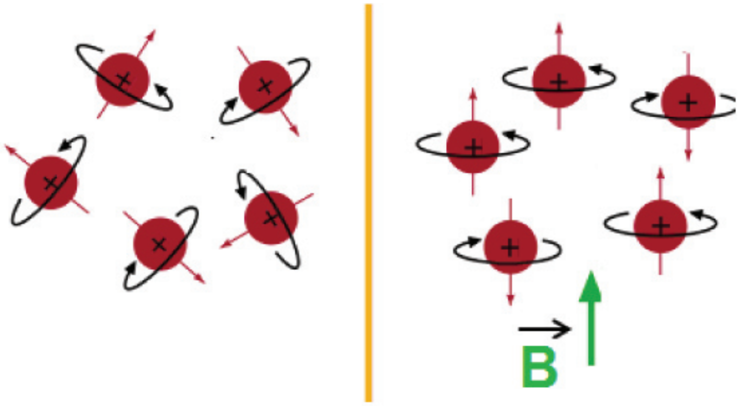
يعتمد جهاز التصوير بالرنين المغناطيسي على خواص الذرات للتمييز بين مختلف الأنسجة داخل جسم الإنسان.

أهمُّ هذه الخواص هي السبين، وهو عزم اللف الذاتي للجسيم، إنّ كلّاً من البروتون والنيوترون والإلكترون يمتلك عزماً مغناطيسياً ذاتياً يُسمّى سبين، ويمكن أن تجمع سبينات الجسيمات لتشكِّل محصّلتها عزوم سبين لها قيمة معدومة أو غير معدومة. عندما نعرض بروتونات ذرات الهدروجين الموجودة في جسم الإنسان لحقل ناتج عن جهاز الرنين فسوف تتأثّر به، ولفهم آلية هذا التأثير المتبادل بين العزم المغناطيسي للبروتونات والحقل المغناطيسي الخارجي المطبّق.



الشكل (12)
المرنان المغناطيسي

يوضّح الشكل (13) أثر تطبيق هذا الحقل في بروتونات ذرات الهدروجين.



تصبح محصلة العزوم المغناطيسية للبروتونات غير معدومة بعد تطبيق الحقل المغناطيسي

تكون محصلة العزوم المغناطيسية للبروتونات معدومة قبل تطبيق الحقل المغناطيسي

الشكل (13)

بالتزامن مع تطبيق الحقل الخارجي تُوجّه أمواج كهرطيسيّة على شكل نبضات إلى الجزء المراد فحصه أو تصويره من جسم الإنسان، وبتواتر مناسب لذرة الهدروجين، يسمّى تواتر الرنين، وهو يختلف من مادة إلى أخرى، ويتعلّق بالبنية الذريّة للمادة. تمتصُّ الذرّاتُ عند تواتر الرنين الطاقة من الأمواج الكهرطيسية، وعندما يتوقَّف توجيهُ الأمواج الكهرطيسية تعود البروتونات إلى حالتها الابتدائية بإصدار ما امتصته من طاقة على شكل إشارات، حيث تُلتَقَطُ هذه الإشارات، وتُرسل إلى الحاسوب، الذي يحلّلُها، ويترجمها إلى صورة.

أسئلة وتدريبات

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة لكلّ ممّا يأتي:

1) تنعدم شدة القوة الكهرطيسية عندما:

A) $I\vec{L}\,//\,\vec{B}$

B) $I\vec{L} \perp \vec{B}$

C) $I\vec{L}$ يصنع زاوية حادة مع $\vec{B}$

D) $I\vec{L}$ يصنع زاوية منفرجة مع $\vec{B}$

2) تكون شدة القوة الكهرطيسية عظمى عندما تكون الزاوية بين شعاع الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ ، $I\vec{L}$ θ مساوية:

A) 0

B) $\frac{\pi}{2}$

C) $\frac{\pi}{3}$

D) π

3) تنعدم قوة لورنز عندما:

A) $q\vec{v}\,//\,\vec{B}$

B) $q\vec{v} \perp \vec{B}$

C) $q \rangle 0$

D) $q \langle 0$

ثانياً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى:

نضع في مستوي الزوال المغناطيسي الأرضي سلكين طويلين متوازيين بحيث يبعد منتصفاهما (c_1 , c_2) عن بعضهما مسافة $d = 40\ cm$، ونضع إبرة بوصلة صغيرة في النقطة c منتصف المسافة $c_1 c_2$.

نمرّر في السلك الأول تياراً كهربائياً، شدته $I_1 = 3A$ ، وفي السلك الثاني تياراً كهربائياً، شدته $I_2 = 1A$ ، وبجهة واحدة. والمطلوب حساب:

1. شدة الحقل المغناطيسي المتولّد عن التيارين في النقطة c موضّحاً ذلك بالرسم.
2. الزاوية التي تنحرفها إبرة البوصلة عن منحاها الأصلي بفرض أنَّ قيمة المركبة الأفقية للحقل المغناطيسي الأرضي $B_H = 2 \times 10^{-5}\ T$.
3. شدة القوة الكهرطيسية التي يؤثر فيها أحد التيارين على طول $5\ cm$ من السلك الآخر.

المسألة الثانية:

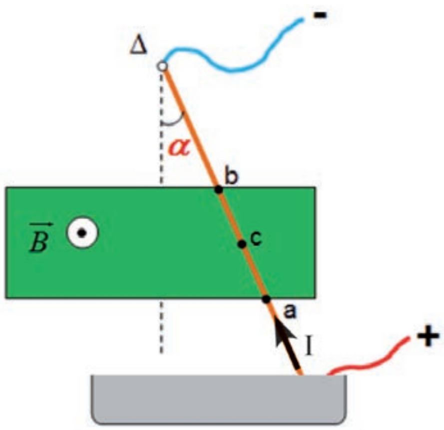
دولاب بارلو نصف قطر قرصه $r = 10\ cm$، نمرر فيه تياراً كهربائياً، شدّته $I = 5\ A$ ، ونخضع نصف القرص السفلي لحقل مغناطيسي أفقي منتظم، شدته $B = 2 \times 10^{-2}\ T$ **والمطلوب:**

1. اكتب عناصر شعاع القوة الكهرطيسية $\vec{F}$ التي يخضع لها الدولاب موضّحاً بالرسم كلّاً من (جهة التيار، $\vec{B}$، $\vec{F}$)، واحسب شدة القوة الكهرطيسية.
2. احسب عزم القوة الكهرطيسية المؤثّرة في الدولاب.
3. احسب الاستطاعة الميكانيكية الناتجة عندما يدور الدولاب بسرعة تقابل $\frac{5}{\pi}\ Hz$.
4. احسب عمل القوة الكهرطيسية بعد مضي $4\ s$ من بدء حركة الدولاب، وهو يدور بالسرعة الزاوية السابقة.

المسألة الثالثة:

لدينا في التجربة الموضّحة في الشكل المجاور:

ساق نحاسية متجانسة شاقولية كتلتُها $m = 50\ g$ معلّقة من نهايتها العلوية بمحور Δ أفقي يمكن أن تدور حوله بحرية. نغمس نهايتها السفلية في زئبق موضوع في حوض، ونمرّر فيها تياراً كهربائياً متواصلاً شدّته $I = 10\ A$ ، يؤثّر حقل مغناطيسي منتظم أفقي شدته $B = 5 \times 10^{-2}\ T$ في الجزء $ab = L = 2\ cm$ في القسم المتوسط من الساق. المطلوب:



حدّد على الرسم القوى المؤثرة في الساق، واستنتج العلاقة المحدِّدة للزاوية α التي تنحرفها الساق عن وضع الشاقول، واحسب قيمتها.

المسألة الرابعة:

نجري تجربة السكتين الكهرطيسية حيث يبلغ طول الساق النحاسية المستندة إلى السكتين الأفقيتين $L = 8\ cm$ تخضع بكاملها لتأثير حقل مغناطيسي منتظم شاقولي، شدته $B = 10^{-2}\ T$، ويمرُّ فيها تيّار كهربائي متواصل، شدته $20\ A$.

1. اكتب عناصر شعاع القوة الكهرطيسية $\vec{F}$ التي تخضع لها الساق موضحاً بالرسم كلّاً من (جهة التيار، $\vec{B}$، $\vec{F}$)، واحسب شدّة هذه القوة.
2. استنتج عبارة عمل القوة الكهرطيسية (نظرية ماكسويل) لو انتقلت الساق بسرعة ثابتة $2\ m.s^{-1}$ خلال $2s$ ، ثمَّ احسب قيمة هذا العمل، واحسب الاستطاعة الميكانيكية الناتجة.

3. نُميل السكّتين عن الأفق بزاوية، مقدارها $0.1\ rad$ ، احسب شدة التيار الواجب تمريره في الدارة لتبقى الساق ساكنة علماً أنّ كتلتها $40\ g$ (بإهمال قوى الاحتكاك)، ثم احسب قيمة فرق الكمون المطبّق على الدارة إذا كانت مقاومتها $0.5\ \Omega$.

المسألة الخامسة:

نخضع إلكتروناً يتحرّك بسرعة $v = 8 \times 10^{3}\ km.s^{-1}$ إلى تأثير حقل مغناطيسي منتظم ناظمي في شعاع سرعته شدّته $B = 5 \times 10^{-3}\ T$. المطلوب:

1. وازن بالحساب بين شدة ثقل الإلكترون وشدة قوة لورنز المؤثرة فيه. ماذا تستنتج؟
2. برهن أنَّ المسار الذي يرسمه الإلكترون دائريّ، واستنتج العلاقة المحدِّدة لنصف قطر هذا المسار، واحسب قيمته.
3. احسب دور الحركة.

$$(e = 1.6 \times 10^{-19}\ C\ ,\ m_e = 9 \times 10^{-31}\ kg)$$

الدرس الثاني

التحريض الكهرطيسي

The Electromagnetic Induction

الأهداف التعليميّة

يُتوقّع من الطالب في نهاية الدرس أن يكون قادراً على أن:

- يتعرّف ظاهرة التحريض الكهرطيسي.
- يتعرّف قانون فارادي.
- يحدّد جهة التيار المتحرّض في دارة (قانون لنز).
- يتعرّف التحريض الذاتي.
- يتعرّف ذاتية دارة.
- يتعرّف مبدأ توليد تيار جيبي.
- يعلّل مرور التيار في دارة يجتازها تدفق مغناطيسي متغيّر.
- يستنتج عبارة الطاقة الكهرطيسية المختزنة في وشيعة.

المصطلحات والرموز الجديدة:

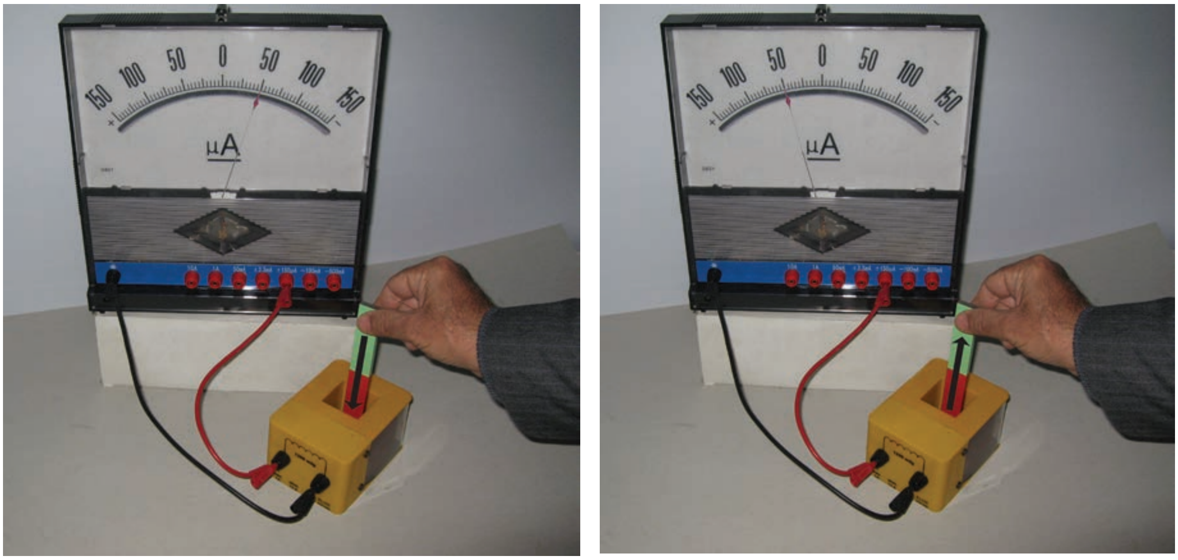
الرمز	عربي	انكليزي	وحدة
L	ذاتية دارة	**Self inductance**	هنري (H)

عربي	انكليزي
قانون لنـز	*Lenz Low*
قانون فارادي	*Faraday Low*
محوّلة	*transformator*
تيار متحرض	*Induced Current*
نواة حديدية	*Iron - Cored*
قوة محركة كهربائية متحرضة	*Induced Electromotive Force*

نشاط 1:

المواد اللازمة: مقياس ميكرو أمبير، وشيعة عدد لفاتها 600 لفة على الأقل، مغناطيس، أسلاك توصيل.

- نقوم بتشكيل دارة مغلقة مؤلفة من الوشيعة موصولة على التسلسل مع مقياس الميكروأمبير، كما في الشكل:



الشكل (1) تجربة تبين تولّد تيار كهربائي متحرض تتغير جهته بتقريب المغناطيس من الوشيعة وإبعاده عنها

- نقرّب أحد قطبي المغناطيس من الوشيعة وفق محورها، نلاحظ انحراف إبرة المقياس؛ وهذا يدلُّ على مرور تيار كهربائي في الوشيعة.

- نعيد التجربة، ونزيد من سرعة تقريب المغناطيس، نلاحظ انحراف إبرة المقياس بشكل أكبر ممّا كان عليه في السابق الأمر الذي يدلُّ على مرور تيار كهربائي شدّته أكبر من التيار الكهربائي السابق.

- إذا أبعدنا المغناطيس نلاحظ انحراف إبرة المقياس في الاتجاه المعاكس، وهذا يدلُّ على مرور تيار كهربائي في الاتجاه المعاكس لجهته السابقة.

- إذا ثبَّتنا بُعدَ المغناطيس عن الوشيعة لا تنحرف إبرة المقياس أي لا يمرُّ تيار كهربائي.

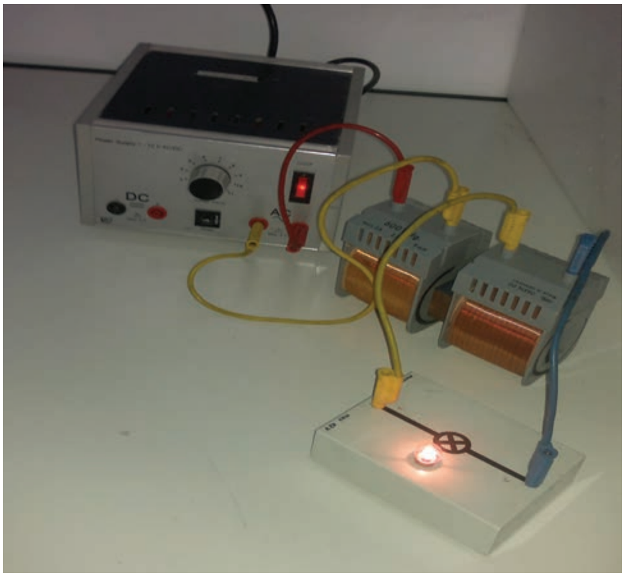
كيف تفسّر ذلك؟

نشاط 2:

المـواد اللازمـة: وشـيعتان كلٌّ منهما تحتـوي 600 لفـة، مـولّد تيـار متنـاوب. مصباح كهربـائي، أسـلاك توصيل.

- نقوم بتشكيل الدارة الآتية:
- نصل طرفي الوشيعة التي عدد لفاتها 600 لفة بمأخذي مولّد تيار جيبي، ونصل المصباح بين طرفي الوشيعة الثانية، ونضع الوشيعتين متقابلتين بحيث ينطبق محور كلٍّ منهما على الآخر كما في الشكل أعلاه.
- نغلق دارة المولّد، ونرفع قيمة التوتر الكهربائي الذي يقدّمه هذا المولّد، فنلاحظ أنّه ابتداءً من قيمة محدّدة للتيار يضيء المصباح.

كيف تفسّر ذلك؟



الشكل (2)
يتولد تيار متحرّض في دارة مغلقة عندما يتغيّر التدفق المغناطيسي الذي يجتازها حتى لو لم يكن فيها مولّد

شرح الظاهرة:

نلاحظ أنّ الشيء المشترك في النشاطين السابقين:

1. تولّد تيار كهربائي في الدارة دون أن تكون هذه الدارة موصولة بمنبع للتيار، لذلك نقول إنّ التيار المتولّد ناتج عن التحريض الكهرطيسي، ويُدعى بالتيار المتحرّض.
2. نلاحظ في **النشاط الأول** أنّ إبعاد أو تقريب المغناطيس من الوشيعة يؤدي إلى نشوء تيار متحرّض، وإذا تأملنا قليلاً نجد أنّ ما يتغيّر هو تدفق الحقل المغناطيسي المحرّض من خلال الوشيعة، إذن يؤدي تغيّر التدفق المغناطيسي الذي يجتاز الوشيعة إلى نشوء التيار المتحرّض، وعندما لا يتغيّر بُعد المغناطيس عن الوشيعة فإنّ التدفق المغناطيسي لا يتغيّر وبالتالي لا ينشأ تيار متحرّض فلا تنحرف إبرة المقياس.

نلاحظ في **النشاط الثاني** أنّ إضاءة المصباح الموصول بين طرفي الوشيعة الثانية يدل على نشوء تيار متحرّض فيها، بالرغم من عدم تحريك أي عنصر، وبما أنّ الوشيعة الأولى تولّد حقلاً مغناطيسياً متناوباً فإنّ التدفق المغناطيسي الذي يجتاز الوشيعة الثانية متناوب أيضاً، هنا نستنتج أنّ تغيّر التدفق المغناطيسي هو المسبب لنشوء التيار التحريضي.

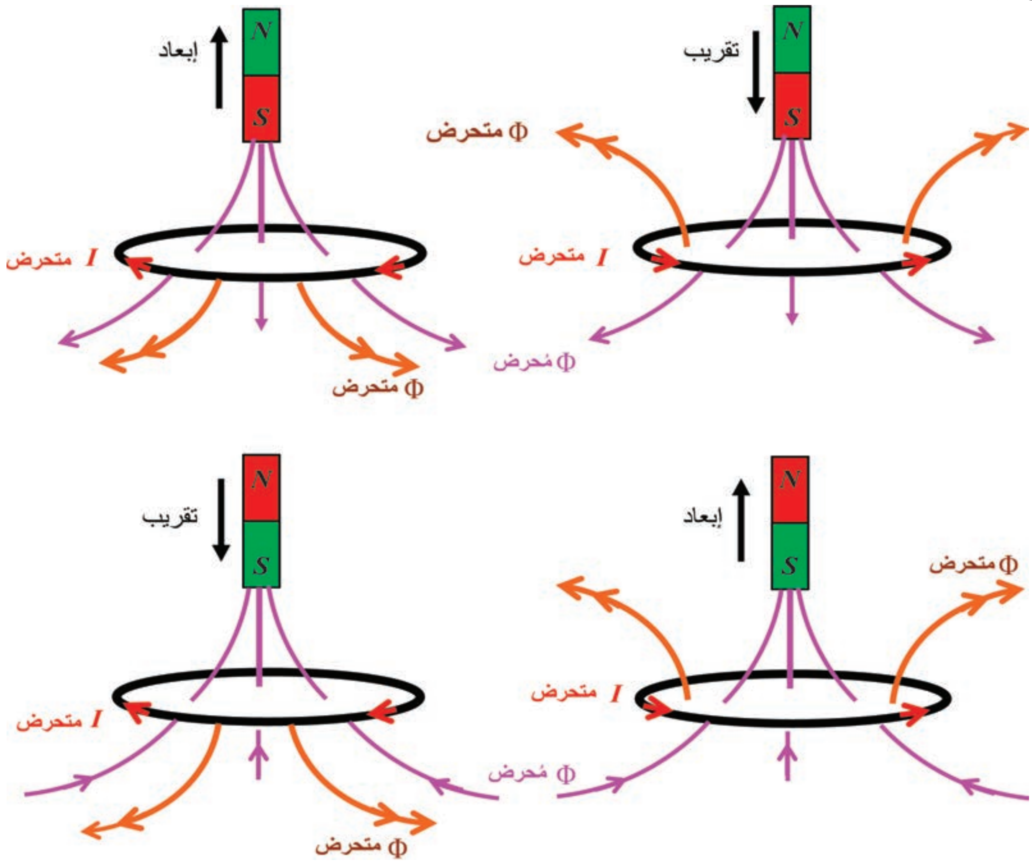
والنتيجة نتوصّل إلى نص قانون فاراداي:

يتولّد تيار متحرّض في دارة مغلقة إذا تغيّر التدفّق المغناطيسي الذي يجتازها، ويدوم هذا التيار بدوام تغيّر هذا التدفّق.

قانون لنـز:

يُمكن أن نلاحظ أنّه في حالة تقريب المغناطيس من الوشيعة فإنّ التيار المتحرّض المتولّد يولّد بدوره حقلاً مغناطيسياً، ولو حـدّدنا جهـة هذا الحقـل في نقطـة من محور الوشيعة بوساطة إبرة مغناطيسية (أو من جهة التيار المتحرّض الذي يدل عليها انحراف مؤشّر مقياس غلفاني صفره في الوسط) لوجدنا أنّه يعاكس جهة الحقل الناجم عن المغناطيس المحرّض الذي قربناه في النقطة المحدّدة، وبالعكس عند إبعاد المغناطيس عن الوشيعة فإنّ التيار المتولّد في الوشيعة يولّد حقلاً مغناطيسياً جهته تتّفق مع جهة الحقل الناجم عن المغناطيس.

في كلا الحالتين نلاحظ أنّ التيار المتحرّض يُظهر أفعالاً تعاكس سبب حدوثه، فالوشيعة تسعى لزيادة التدفق المغناطيسي الذي يجتازها في حال تناقص التدفق الناجم عن المغناطيس داخلها، كما أنّ الوشيعة تسعى لإنقاص التدفق المغناطيسي في حال تزايد التدفق المغناطيسي الناجم عن المغناطيس نتيجة تقريبه عن الوشيعة.



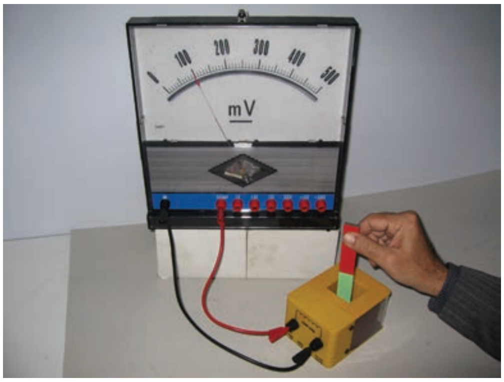
الشكل (3)

يقودنا هذا إلى نص قانون لنـز:

إنّ جهة التيار المتحرّض في دارة مغلقة تكون بحيث ينتج أفعالاً تعاكس السبب الذي أدى إلى حدوثه.

قانون فارادي:

لاحظنا في التجربة الأولى أنّ شدّة التيار المتحرّض تزداد بنقصان زمن تقريب المغناطيس أو إبعاده عن الوشيعة، أي كلّما كان معدّل تغيّر التدفق الذي يجتاز الوشيعة مع الزمن أكبر، كلّما كانت شدّة التيار المتحرّض أكبر.



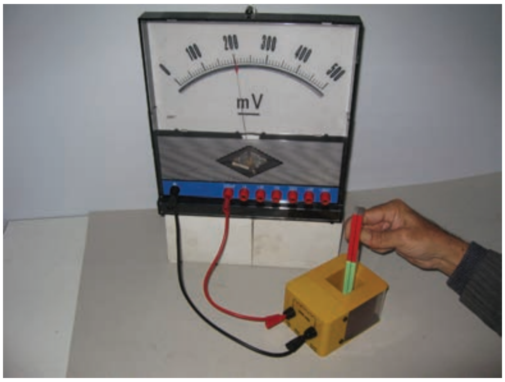
الشكل (4) تنشأ قوة محركة متحرضة من تحريك مغناطيس داخل الوشيعة

نشاط 3:

نعيد التجربة الأولى الواردة في النشاط (1) بعد أن نضع مقياس ميلي فولت بدلاً من مقياس الميكروأمبير، فإن هذا يسمح بقياس القوّة المحرّكة الكهربائية المتحرّضة في الوشيعة.

- نقرّب المغناطيس وفق محور الوشيعة، ونسجّل القيمة العظمى للقوّة المحرّكة الكهربائية المتحرّضة المتولّدة ε_1 التي نقرؤها على مقياس الفولت.

أ. نعيد التجربة بعد أن نُلصق بالمغناطيس مغناطيساً آخرَ مماثلاً بحيث تنطبق الأقطاب المتماثلة، ونقرّب جملة المغناطيسين من محور الوشيعة بالزمن نفسه تقريباً (بالسرعة السابقة نفسها)، ونسجّل القيمة العظمى للقوّة المحرّكة الكهربائية المتحرّضة المتولّدة بقراءتها على مقياس الفولت، فنجد $\varepsilon_2 \approx 2\varepsilon_1$. في هذه التجربة ضاعفنا الحقل المغناطيسي فتضاعف التدفق المغناطيس الذي يجتاز الوشيعة، ونتج عن ذلك تضاعف القوّة المحرّكة الكهربائية المتحرّضة.



الشكل (5)
تتضاعف القوة المحركة الكهربائية المتحرضة بمضاعفة الحقل المغناطيسي المؤثر

- نستنتج أنّ القوّة المحرّكة الكهربائية المتحرّضة تتناسب طرداً مع تغيّر التدفق.

ب. نعيد التجربة السابقة (لدينا مغناطيس وحيد)، ولكن بعد إنقاص زمن تغيّر التدفق المغناطيسي بحيث يصبح نصف ما كان عليه تقريباً (من خلال زيادة سرعة تقريب وإبعاد المغناطيس)، ونسجّل القيمة العظمى للقوّة المحرّكة الكهربائية المتولّدة فنجد $\varepsilon_3 \approx 2\varepsilon_1$. في هذه التجربة نلاحظ أنّ الحقل المغناطيسي لم يتغيّر، ولكن زمن تغيّر التدفّق أصبح نصف ما كان عليه.

- نستنتج أنّ القوّة المحرّكة الكهربائية المتحرّضة تتناسب عكساً مع زمن تغيّر التدفق.

بإجراء تجارب مماثلة توصّل فارادي إلى القانون الآتي الذي ينسجم مع نتيجة التجربة المشروحة أعلاه:

> تتناسب القوة المحرّكة الكهربائية المتحرّضة $\overline{\varepsilon}$ في دارة مغلقة طرداً مع تغيّر التدفق $\overline{d\,\Phi}$ وعكساً مع زمن هذا التغيّر dt، ويعبّر عنه بالعلاقة الآتية:
>
> $$\overline{\varepsilon} = -\frac{\overline{d\Phi}}{dt} \;.....\; (1)$$
>
> تدل الإشارة (-) على قانون لنز.

مثال من تطبيقات قانون فارادي:

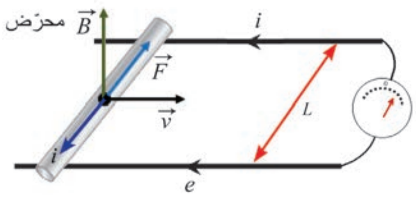
حالة ساق متحرّكة في حقل مغناطيسي مُنتظم:

تستند ساق نحاسية على سكّتين معدنيتين أفقيتين متوازيتين، البعدُ بينهما يساوي L، مربوط بين طرفيهما مقياس ميكروأمبير، نضع الجملة في منطقة يسودها حقل مغناطيسي منتظم $\vec{B}$ ناظمي على مستوي السكتين. نحرّك الساق إلى اليسار بحيث تبقى على تماس مع السكتين كما في الشكل. فنلاحظ انحراف إبرة المقياس، وهذا الانحراف يدلُّ على مرور تيار كهربائي.

ما تعليل ذلك؟

عند تحريك الساق بالسرعة $\vec{v}$ فإنّ شحنة كهربائية حرّة (إلكترون)، قيمتها q داخل الساق ستتحرّك بالسرعة الوسطية نفسها، فتخضع هذه الشحنة لقوّة لورنتز $\vec{F}$:

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B} \;.....\; (2)$$



الشكل (6) يمرّ تيار كهربائي متحرض من حركة الساق ضمن منطقة يسودها حقل مغناطيسي

بتطبيق قاعدة اليد اليُمنى نجد أنّ حامل هذه القوّة ينطبق على الساق، وهذا يؤدّي إلى تحرّك الشحنات وبالتالي توليد تيار كهربائي متحرّض في حال كانت الدارة مغلقة، وتتحدّد جهة التيار بعكس جهة قوّة لورنتز (حالة شحنة سالبة).

لحساب التيار المتحرّض نطبّق قانون فارادي:

إنّ حركة الساق بسرعة ثابتة $\vec{v}$ عمودياً على منحى الحقل المغناطيسي المنتظم $\vec{B}$ خلال الفاصل الزمني Δt تنقلها مسافة $x = v\,\Delta t$ فتتغيّر مساحة السطح الذي تخترقه خطوط الحقل المغناطيسي بمقدار:

$$\Delta s = L\,x \;.....\; (3)$$

$$\Delta s = Lv\,\Delta t$$

ويتغيّر التدفق: $$\Delta\Phi = B\,\Delta s = B\,L\,v\,\Delta t \;.....\; (4)$$

فتتولّد قوة محركة كهربائية متحرضة، قيمتها المطلقة:

$$\varepsilon = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = B\,v\,L \;..... (5)$$

لحساب قيمة شدّة التيار المتحرّض i يكفي أن نقسم القيمة السابقة على مقاومة جملة السكتين والساق R فنجد:

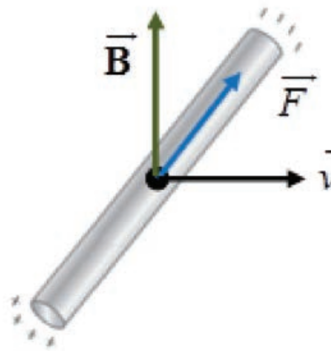
$$i = \frac{B\,v\,L}{R} \;..... (6)$$

ولتحديد جهة التيار المتحرّض نلجأ إلى قانون لنـز:

نلاحظ أنّ تحريك الساق إلى اليسار يؤدي إلى زيادة التدفّق في الدارة (نتيجة زيادة مساحة السطح s) وحسب قانون لنز تكون جهة التيار المتحرّض بحيث تُنقص هذا التدفق أي يجب أن يتولّد في الدارة تيار كهربائي متحرّض يولّد حقلاً معاكساً لـ $\vec{B}$، فيمرُّ تيار كهربائي كما في الشكل (6) تحدد جهته بقاعدة اليد اليمنى وفق الآتي:

قاعدة اليد اليُمنى لتحديد جهة التيار المتحرّض:

- جهة الأصابع بعكس جهة $\vec{v}$ للشحنة السالبة، وبجهة $\vec{v}$ للشحنة الموجبة.
- باطن الكف بجهة $\vec{B}$.
- جهة الإبهام تدلُّ على جهة القوة المغناطيسية $\vec{F}$ (قوة لورنز).
- جهة التيار الاصطلاحية بعكس جهة القوة المغناطيسية $\vec{F}$.



الشكل (7)
فرق الكمون بين طرفي الساق يمثّل القوة الكهربائية المتحرضة

ملاحظة: في حال كانت الدارة مفتوحة تتراكم شحنات سالبة في أحد طرفي الساق، وشحنات موجبة في الطرف الآخر فينشأ فرق في الكمون يمثّل القوة المحركة الكهربائية المتحرّضة. كما في الشكل (7).

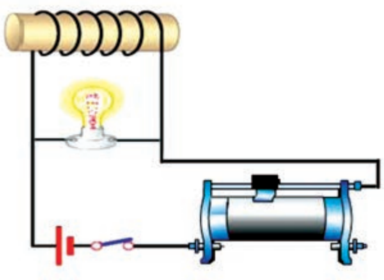
التحريض الذاتي:

نشاط 4:

المواد اللازمة: وشيعة، مصباح ذو مقاومة تنغستين، أبيال كهربائية مناسبة لتغذية المصباح، مقاومة متغيّرة مع زالقة (معدّلة) قاطعة، أسلاك توصيل.

نقوم بإجراء التجربة الموضّحة في الشكل المجاور.

- نضع الزالقة في البداية بحيث يدخل كامل المقاومة في الدارة، نغلق القاطعة، ثمّ نحرّك الزالقة بحيث نُنقص قيمة



الشكل (8)
التحريض الذاتي

المقاومة المتغيّرة، ونتوقّف عن ذلك عندما يضيء المصباح إضاءة خافتة.

- نفتح القاطعة، فنلاحظ أنَّ المصباح يتوهّج بشدة (مقارنة بإضاءته السابقة) قبل أن ينطفئ.
- نُغلق القاطعة من جديد فنلاحظ أنّ المصباح يتوهّج نسبياً، ثمَّ تخبو إضاءته كما كانت عليه في المرة الأولى.

كيف تفسّر ذلك؟

لتفسير ذلك نتعرّف ذاتية الدارة.

عند مرور تيار في دارة نلاحظ أنّ الدارة يجتازها تدفّق مغناطيسي Φ ناجم عن الحقل المغناطيسي $\overrightarrow{B}$ الذي تولدّه الدارة ذاتها، ولما كان التدفق Φ يتناسب طرداً مع شدة الحقل المغناطيسي $\overrightarrow{B}$، ونعلم أنّ الحقل يتناسب طرداً مع شدة التيار i، إذن التدفق يتناسب طرداً مع شدة التيار. نسمي معامل التناسب L بذاتية الدارة ووحدة قياسها في الجملة الدولية هي الهنري، ونرمز له بالرمز H.

$$\Phi = L\, i \;\; ..... \;(7)$$

نعرّف الهنري أنّه:

ذاتية دارة مغلقة يجتازها تدفّق، قدره ويبر واحد عندما يمرُّ فيها تيار قدره أمبير واحد.

إذا طبقنا قانون فارادي على دارة نجد:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -L\frac{di}{dt} \;\; ..... \;(8)$$

وهي العلاقة التي تربط بين القوّة المحرّكة المتحرّضة الذاتية المتولّدة في دارة، مقاومتها مهملة، والتيار المار الذي يجتاز هذه الدارة متغيّر الشدة.

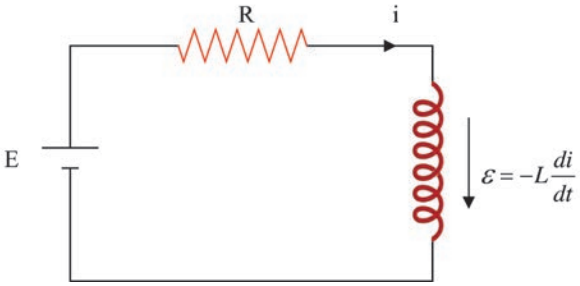
بناءً على ما سبق أصبح بالإمكان تفسير ما يحدث:

في البداية قمنا برفع التوتر المطبّق على طرفي كلٍّ من المصباح والوشيعة بشكل تدريجي، مما سمح بازدياد شدة التيار تدريجياً إلى أن بلغت القيمة اللازمة لإضاءة المصباح بشكل خافت.

في المرحلة الثانية فصلنا القاطعة، وقد نتوقّع هنا انطفاء المصباح مباشرة لعدم وجود تيار من المولّد، ولكن توهج المصباح يدلُّ على حصوله على الطاقة من مصدر آخر ولا يوجد في الدارة إلاّ الوشيعة، ويحدث ذلك نتيجة التحريض الذاتي في الوشيعة، حيث أنّ فصل المولّد يؤدي إلى تناقص شدة التيار الذي يمرّ في الوشيعة، وهذا يؤدي إلى تناقص تدفق الحقل المغناطيسي المولّد من قبل الوشيعة ذاتها، من خلال الوشيعة نفسها، الأمر الذي يولّد قوّة محرّكة كهربائية متحرّضة في الوشيعة، وتكون قيمة $(\frac{di}{dt})$ أعلى ما يُمكن لحظة فصل القاطعة فيؤدي إلى التوهج الشديد نسبياً لأن زمن تناقص شدة التيار متناهي الصغر.

عند إعادة إغلاق القاطعة، تمانع القوة المحركة المتحرّضة المتولدة في الوشيعة تيار المولّد من المرور فيها فيمرّ هذا التيار في المصباح فيسبِّبُ التوهجَ الشديد، ثُمّ تخبو إضاءته بسبب تناقص قيمة $(\frac{di}{dt})$ وازدياد مرور التيار تدريجياً في الوشيعة.

الطاقة الكهرطيسية المختزنة في وشيعة:



الشكل (9)
للوشيعة قوة محركة متحرضة ذاتية

في التجربة السابقة نلاحظ أنّ المصباح أضاء بالرغم من فصل المولّد، وهذا يدل كما أسلفنا على أنّ الوشيعة تُقدّم الطاقة إلى المصباح، أي أنّ الوشيعة تختزن طاقة، لنستنتج عبارة الطاقة المختزنة في وشيعة يجتازها تيار I.

نربط وشيعة مع مقاومة R ومولّد قوّته المحرّكة الكهربائية E على التسلسل.

في الدارة السابقة لدينا مولّدان موصولان على التسلسل الأول هو المولد وقوته المحرّكة الكهربائية E والثاني الوشيعة وقوتها المحرّكة الكهربائية المتحرضة ε لذلك نكتب:

$$E+\varepsilon=R\,i \quad ..... (9)$$

$$\Rightarrow E-L\frac{di}{dt}=Ri \quad ..... (10)$$

نضرب الطرفين بـ $i\,dt$ فنجد:

$$E\,i\,dt-L\,i\,di=R\,i^2dt \Rightarrow$$

$$E\,i\,dt=R\,i^2dt+L\,i\,di \quad ..... (11)$$

نلاحظ أنّ:

الحدّ الأول $E\,i\,dt$ يُمثّل الطاقة التي يقدّمها المولّد خلال الزمن dt.

في الطرف الثاني يمثل الحدّ $R\,i^2dt$ الطاقة الضائعة حرارياً بفعل جول.

إذن يمثّل الحدّ $L\,i\,di$ الطاقة المختزنة في الوشيعة خلال الزمن dt، ولاستنتاج الطاقة الكهرطيسية المختزنة في الوشيعة U في لحظة t نكامل هذا الحد بين 0، و I شدة التيار النهائي نجد:

$$U=\int_0^I L\,i\,di$$

$$U=\frac{1}{2}L\,I^2 \quad ..... (12)$$

وهكذا نحصل على الطاقة المختزنة في وشيعة ذاتيتها L يمرّ فيها تيار شدّته I ويمكن لهذه العلاقة أن تأخذ شكلاً آخرَ.

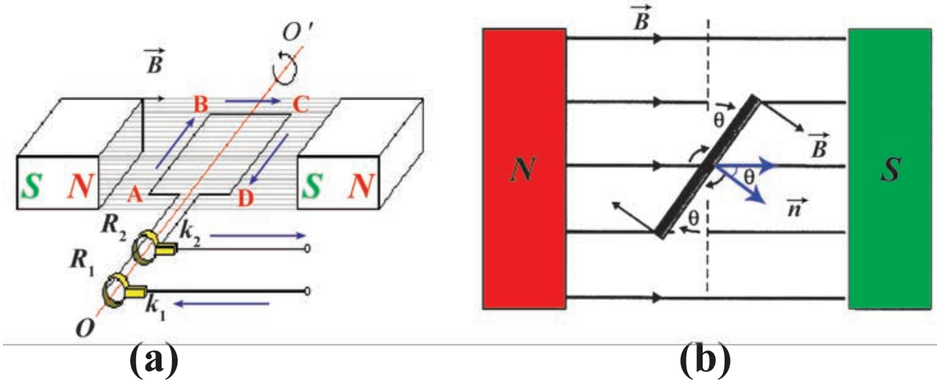
$$U=\frac{1}{2}\Phi\,I \quad ..... (13)$$

تطبيقات التحريض الذاتي

1. المولّد الكهربائي المتناوب (AC):

وجدنا أنّ تحريك وشيعة في منطقة يسودها حقل مغناطيسي منتظم يؤدّي إلى نشوء قوة محرّكة كهربائية متحرّضة في الوشيعة، ومن ثمّ يُمكننا صناعة مولّد بسيط بوضع الوشيعة في منطقة يسودها الحقل المغناطيسي، وتدوير هذه الوشيعة باستخدام طاقة ميكانيكية (محرّك ديزل، عنفة هوائية، عنفة مائية ....) بحيث يتغير التدفّق المغناطيسي الذي يجتازها.

يوضّح الشكل (10-a) طريقة عمل المولّد، والذي يتكون من إطار (ملف) من أسلاك ناقلة على شكل مستطيل $ABCD$، عدد لفاته N، ومساحة سطحه s، يدور حول محور $o - o'$ في حقل مغناطيسي منتظم $\overrightarrow{B}$، ويتصل طرفا الملف بحلقتين R_1، R_2 بحيث يمر محور الدوران بمركز هاتين الحلقتين، وتدور الحلقتان بدوران الملف، ويمس محيط كل حلقة مسفرة معدنية (ناقلة) k_1، k_2 وهاتان المسفرتان تصلان الملف بالدارة الخارجية وتُعدّان مصدر القوة المحركة الكهربائية المتحرّضة التي ستتولد بين طرفي الملف عند الدوران.



الشكل (10)
رسم تخطيطي لمولد التيار المتناوب

نستخدم الآلات الحراريّة أو التوربينات المائية أو طاقة الرياح (الطاقات المتجددة) في تدوير الملف المذكور أعلاه.

لنحسب القوة المحرّكة الكهربائية المتحرّضة:

بفرض أنّه في لحظة ما أثناء الدوران كان مستوي الملف يصنع مع المستقيم العمودي على الحقل $\overrightarrow{B}$ زاوية، قدرُها θ كما في الشكل (10-b)، فيكون التدفق المغناطيسي الكلي Φ الذي يجتاز الملف في هذه الحالة هو:

$$\Phi = N\ s\ B \cos\theta \ ..... \ (14)$$

وإذا كانت ω السرعة الزاوية للإطار (الملف) ثابتة فإنّ الزاوية θ التي يدوِّرها الملفُّ في زمن قدره t هي $\theta = \omega t$ فيمكننا أن نكتب العلاقة السابقة بالشكل:

$$\Phi = N\ s\ B \cos\omega t \ ..... \ (15)$$

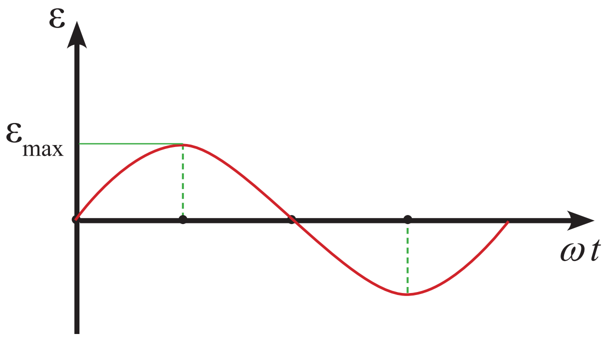
وتتولّد قوّة محرّكة الكهربائية متحرّضة ε:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = N s\ B\ \omega \sin\omega t \quad ..... (16)$$

وتكون $\varepsilon = \varepsilon_{max}$ أعظمية عندما: $\sin\omega t = 1$

يكون: $\varepsilon_{max} = N s\ B\ \omega$

$$\Rightarrow \varepsilon = \varepsilon_{max} \sin\omega t \quad ..... (17)$$



الشكل (11)

وبذلك نحصل على التيار المتناوب الجيبي نظراً لأنّ القوة المحركة الكهربائية المتحرضة ε متناوبة جيبية.

بدراسة تغيرات ε بدلالة $\sin\omega t$ نحصل علـى المنحني البيـاني الموضّـح فـي الشكل (11).

2- المحوّلات:

سنتناول المحوّلات في درس لاحق.

أسئلة وتدريبات

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية:

1. ملفَّان متقابلان الأوّل موصول إلى بيل كهربائي والثاني إلى مصباح، هل يضيء المصباح إذا كان الملفان ساكنين؟ في حال النفي ماذا نفعل ليضيء المصباح؟ ولماذا؟
2. هل تدوير ملف بجوار سطح الأرض يؤدّي إلى توليد الكهرباء؟ في حال الإيجاب لم لا نستغلُّ الحقل الأرضيَّ لهذه الغاية؟
3. عدّد الأجهزة الموجودة في منزلك والتي تستخدم التحريض الكهرطيسي في عملها.
4. استنتج العلاقة المعبّرة عن ذاتية وشيعة طولها L وعدد لفاتها N وسطح اللفة s ونصف قطر مقطعها r صغير مقارنة مع طولها.
5. في تجربة الساق المتحرّكة ضمن الحقل المغناطيسي المنتظم في دارة مفتوحة تتراكم الشحنات الموجبة في طرف والشحنات السالبة في الطرف الآخر ويستمرّ ذلك التراكم إلى أن يصل إلى قيمة حدّية يتوقّف عندها. فسّر ذلك.

ثانياً: حلّ المسائل الآتية:

المسألة الأولى:

1. لدينا وشيعة طولها $30\ cm$ قطرها $4\ cm$ تحوي 1200 لفة نمرّر فيها تياراً شدَّته 4 أمبير. احسب شدة الحقل المغناطيسي في مركز الوشيعة.
2. نلفُّ حول القسم المتوسط من الوشيعة ملفاً يحوي 100 لفة معزولة، ونصل طرفيه بمقياس غلفاني بحيث تكون المقاومة الكلية للدارة الجديدة 16 أوم. ما دلالة المقياس عند قطع التيار عن الوشيعة خلال 0.5 ثانية تتناقص فيها الشدة بانتظام؟

المسألة الثانية:

تتألف وشيعة من 3000 لفة قطرها الوسطي $5\ cm$ دون نواة حديدية يتصل طرفاها ببعضها. نضع الوشيعة في حقل مغناطيسي منتظم $\vec{B}$ يوازي محور الوشيعة شدّته 0.1 تسلا.

1. احسب قيمة القوة المحركة الكهربائية الوسطى المتولدة عندما نضاعف شدة الحقل المغناطيسي بانتظام خلال 0.5 ثانية. ما جهة التيار المتولد؟
2. نعيد الحقل المغناطيسي الأول $\vec{B}$، ونحرّك الوشيعة فجأة وخلال 0.5 ثانية ليصبح محورها عمودياً على منحى $\vec{B}$. احسب القوة المحركة الكهربائية الوسطية المتولدة. ماجهة التيار المتولد؟

المسألة الثالثة:

فــي تجربــة الســكّتين الكهــرطيسية يبلغ طــول الســاق النحاسية المستندة عمودياً عليهما $40\ cm$ وكتلتها $10\ g$:

1. ما شدة الحقل المغناطيسي المنتظمة المؤثر عمودياً في السكّتين لتكون شدّةُ القوة الكهرطيسية مساويةً مثلي ثقل الساق وذلك عند إمرار تيار كهربائي، شدَّتُه $20\ A$.
2. احسب عمل القوة الكهرطيسية المؤثرة في الساق إذا تدحرجت بسرعة ثابتة، قدرُها $0.2\ m.s^{-1}$ لمدة ثانيتين.
3. نرفــع المولّــد من الــدارة الســابقة، ونســتبدله بمقياس غلفاني، وندحرج الساق بسرعة وسطية ثابتة $5\ m.s^{-1}$ ضمن الحقل السابق. استنتج عبارة القوة المحركة الكهربائية المتحرّضة، ثمَّ احسب قيمتها، واحسب شدة التيار المتحرض بافتراض أنّ المقاومة الكلية للدارة ثابتة وتساوي $5\ \Omega$ ، ثمَّ ارسم شكلاً توضيحياً يبيّن جهة كل من $\vec{B}$، $\vec{v}$ ، جهة التيار المتحرض.
4. احسب الاستطاعة الكهربائية الناتجة، ثمَّ احسب شدة القوة الكهرطيسية المؤثرة في الساق أثناء تدحرجها.

$(g = 10\ m.s^{-2})$

المسألة الرابعة:

لدينا وشيعة طولها $L = 1\ m$ مؤلّفة من طبقة واحدة من اللفات المتلاصقة، نصف قطرها $5\ cm$، ويبلغ قطر سلكها $1\ mm$. احسب قيمة القوة المحركة التحريضية الذاتية إذا مرّ فيها تيار تُعطى شدته بالعلاقة: $i = 5 - 2\ t$.

الدرس الثالث

الاهتزازات الكهربائية القسرية
Forced Electric Vibration
التيار المتناوب الجيبي Sinusoidal Alternating Current

الأهداف التعليميّة

يُتوقّع من الطالب في نهاية الدرس أن يكون قادراً على أن:

- يتعرّف التيار المتناوب تجريبيّاً.
- يفسّر التيار المتناوب إلكترونيّاً.
- يبيّن مبدأ توليد التيار المتناوب تجريبيّاً.
- يقوم بتجارب يبيّن فيها آثار التيار المتناوب.
- يتعرّف الاستطاعات.
- يتعرّف عامل الاستطاعة.
- يتعرّف التابع الزمني للشدة اللحظية في التيار المتناوب.
- يتعرّف التابع الزمني للتوتر اللحظي في التيار المتناوب.
- يطبق إنشاء فرينل.
- يقوم بتجارب على الدارات الكهربائية.
- يتعرّف قوانين أوم.
- يصمّم دارات كهربائية.
- يتعرّف حالة التجاوب (الرنين) الكهربائي

- تعطي البطاريات وأجهزة الشحن تياراً متواصلاً (مستمراً) DC كنا قد درسناه سابقاً.
أمّا الشبكة الخارجية (تيار المدينة) فتعطي تياراً متناوباً (AC) يتغير فيه التوتر (فرق الكمون) والتيار مع الزمن، وهذا ما سندرسه في هذا الدرس.
- يستخدم كلٌّ من التيار المتواصل والتيار المتناوب لتقديم الطاقة الكهربائية للأجهزة المختلفة .
- يتميّز التيار المتناوب عن التيار المتواصل من حيث تنوع استخداماته لسهولة نقله عبر الأسلاك إلى مسافات بعيدة، ولسهولة رفع التوتر أوخفضه بواسطة المحولات حسب الطلب كما يمكن نقل المعلومات بواسطة التيار المتناوب فيما يُسمّى عملية تعديل السعة أو التردد أو الطور، ويمكن توليد التيار المتناوب ليلبي حاجة المعامل التي تحتاج إلى طاقة كبيرة .
- ينشر التيار الكهربائي المتواصل حرارة أكثر من التيار المتناوب، ولذلك لا يمكن نقل التيار المتواصل إلى مسافات بعيدة.

نرمز لمنبع التيار المتناوب في الدارات الكهربائية بالرمز:



الشكل (1)
رمز منبع التيار المتناوب

مصطلحات التيارات المتناوبة:

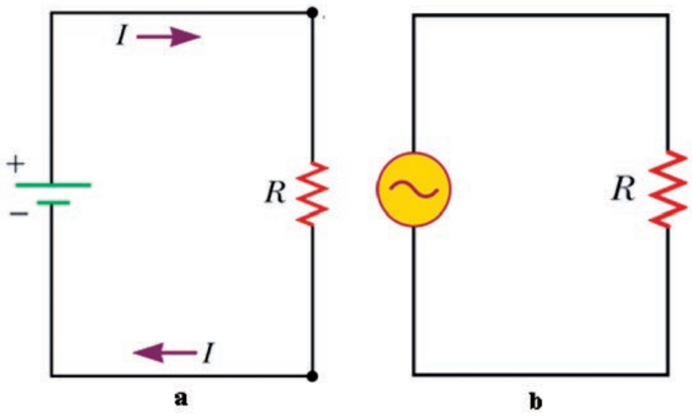
القيمة	التيار المتناوب	التيار المتواصل
التوتر اللحظي	u	U
التوتر المنتج	U_{eff}	
التوتر الأعظمي	U_{max}	
الشدة اللحظية	i	I
الشدة المنتجة	I_{eff}	
الشدة العظمى	I_{max}	
الاستطاعة	P	
الاستطاعة المتوسطة	P_{avg}	

المصطلحات

Electric current	تيار كهربائي
Direct current	تيار متواصل (مستمر)
Alternating current	تيار متناوب
Electric Circuit	دارة كهربائية
Electric Resistance	مقاومة كهربائية
Phase	طور
Phasor Diagram	مخطط ضابط الطور
Phase difference	فرق الطور
Instant Power	الاستطاعة اللحظية
Effective Value	القيمة المنتجة (الفعالة)
Average Value	القيمة الوسطى
Capacitance	مكثفة
Impedance	ممانعة
Capacitive Impedance	اتساعية المكثفة (ممانعة سعوية) (ممانعة المكثفة)
Coil	وشيعة (ملف)
Inductance	ذاتية (حث)
Inductive Impedance	ردّية الوشيعة (ممانعة حثية) (ممانعة الوشيعة)
Magnetic Field	حقل مغناطيسي
Stored Energy in Magnetic Field	الطاقة المختزنة في حقل مغناطيسي
Conduction in Series	وصل على التسلسل
Conduction in Parallel	وصل على التفرع (التوازي)
Resonance	تجاوب (طنين)
Frequency	تواتر
Self Frequency	تواتر ذاتي
Tunning Process	عملية التوليف
Potential Difference	توتّر (فرق كمون)
High Voltage	توتّر عال
Power Supply	منبع كهربائي
Power factor	عامل الاستطاعة

التفسير الإلكتروني للتيار المتناوب:

يمثل الشكلين (a.2)، (b.2) رسماً تخطيطياً لدارتي تيار متواصل وآخر متناوب.



دارة تيار متواصل   دارة تيار متناوب

الشكل (1)

ينشأ التيار المتواصل من حركة الإلكترونات الحرة بحيث تكون الحركة الإجمالية وفق اتجاه واحد، من الكمون المنخفض إلى الكمون المرتفع بسبب وجود حقل كهربائي ناتج عن التوتر المطبق. وبالمقابل ينشأ التيار المتناوب من الحركة الاهتزازية للإلكترونات الحرّة حول مواضع وسطية بسعة صغيرة من مرتبة الميكرومتر، ويكون تواترُ هذه الحركة مساوياً لتواتر التيار.تنتج الحركة الاهتزازية للإلكترونات عن الحقل الكهربائي المتغيّر بالقيمة والاتجاه الذي ينتشر بسرعة الضوء بجوار الناقل، وينتج هذا التغيّر في الحقل الكهربائي، من تغيّر قيمة وإشارة التوتّر (فرق الكمون) بين قطبي المنبع الكهربائي.

يُعطى طول موجة الاهتزاز للإلكترونات λ في التيار المتناوب بالعلاقة: $\lambda = \frac{c}{f}$

حيث: c: سرعة الضوء.

f: تواتر التيار (تردد) التيار.

فمن أجل تيار المدينة الذي تواتره في معظم دول العالم هو $f = 50\ Hz$، نجد أنّ $\lambda = \frac{3 \times 10^8}{50} = 6 \times 10^6\ m$ وهذا طول موجة كبير مقارنة مع أبعاد الدارات المستخدمة في الأجهزة الكهربائية والإلكترونية، فإذا أخذنا دارة أبعادها من رتبة عدة أمتار فإنّ الإلكترونات تتحرك بالاتجاه نفسه في كامل الدارة في لحظة ما، ويجتاز مقطع السلك العدد نفسه من الإلكترونات في كل نقاط الدارة وهذا يسمح بتطبيق قوانين أوم في التيار المتواصل على دارة التيار المتناوب في كلِّ لحظة عندما يتحقق الشرطان الآتيان:

1. تواتر التيار المتناوب الجيبي صغير.
2. الدارة قصيرة بالنسبة لطول الموجة.

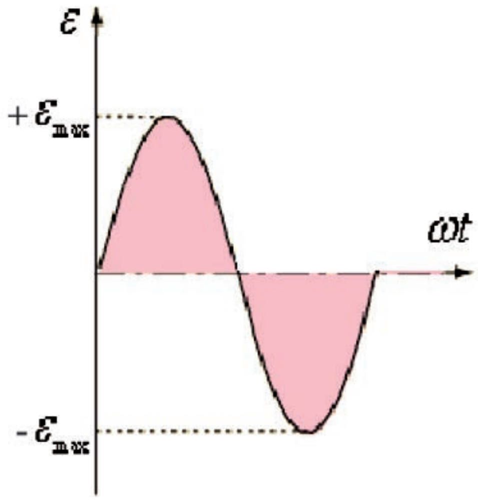
توليد التيار المتناوب:

درسنا في التحريض الكهرطيسي كيف تتولّد قوة محركة كهربائية من دوران ملفٍّ في منطقة يسودها حقل مغناطيسي، ووجدنا أنّ القوة المحركة الكهربائية المتحرضة تعطى بالعلاقة:

$$\varepsilon = \varepsilon_{max} \sin \omega t \quad .... (1)$$

تمثل هذه العلاقة معادلة منحنى جيبي.

يمكن تمثيل المنحني الجيبي للقوة المحرّكة الكهربائية المتحرّضة بحسب المعادلة (1) كما هو مبيّن في الشكل (2)، ويُلاحظ أنّ قيمة ε تتغيّر من لحظة إلى أخرى، وتكون موجبة في النصف الأول للدور وسالبة في النصف الثاني منه بحيث تأخذ قيمةً عظمى موجبة في نهاية ربع الدور الأول، وسالبة في نهاية ثلاثة أرباعه، والقيمة صفر في بداية ومنتصف ونهاية الدور.



الشكل (2)
المنحني الجيبي للقوة المحركة الكهربائية المتحرضة

نستنتج: أنّها قوة محركة تتغير قيمتها بشكل دوري بالتناوب ونُسمّيها القوة المحرّكة الكهربائيّة المتناوبة الجيبيّة، ويتغيّر التيار الناتج عنها بالطريقة نفسها بالتناوب؛ لذلك نسمّيه تياراً كهربائيّاً متناوباً جيبيّاً، ونسمّي التوتّرَ المتناوبَ جيبيّاً أيضاً، وهو يساوي تقريباً القوة المحركة الكهربائية في كلِّ لحظة، لذلك سنستخدم التوتّر بدلاً من القوة المحرّكة الكهربائيّة. ونكتب:

- تابع الشدة اللحظية:

$$i = I_{max} \cos(\omega t + \overline{\varphi}_1) \quad .... (2)$$

تمثّل $\overline{\varphi}_1$ الطور الابتدائي لشدة التيار.

- تابع التوتر اللحظي:

$$u = U_{max} \cos(\omega t + \overline{\varphi}_2) \quad .... (3)$$

تمثّل $\overline{\varphi}_2$ الطور الابتدائي للتوتر.

- $\overline{\varphi} = \overline{\varphi}_2 - \overline{\varphi}_1$ تمثّل فرق الطور بين الشدة والتوتر، وسنرى في الفقرات اللاحقة أنّ فرقاً في الطور ينشأ بين الشدة والتوتر يتغيّر بتغيّر مكوّنات الدارة.

مثال محلول (1)

يدور ملفٌّ لمولّد كهربائي AC، بسرعة ثابتة بمعدل 1800 دورة في الدقيقة ضمن حقل تحريض مغناطيسي، شدّتُه $B = 0.85\ Tesla$، فإذا كانت مساحة الملف $0.06\ m^2$ وعدد لفاته $N = 25$

المطلوب حساب:

a) القيمة العظمى للقوة المحركة الكهربائية المتولّدة في الملفّ.

b) القوة المحرّكة الكهربائيّة اللحظيّة المتولّدة في الملفّ عند دورانه زاوية 30^o مع وضعه الأصلي.

الحـل:

الطلب a): حساب القيمة العظمى للقوة المحركة الكهربائية المتولدة:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi \times 1800}{60} = 60\pi\ rad\ s^{-1}$$

$$\varepsilon_{max} = N\ s\ B\ \omega = 25 \times 0.06 \times 0.85 \times 60\ \pi = 240\ V$$

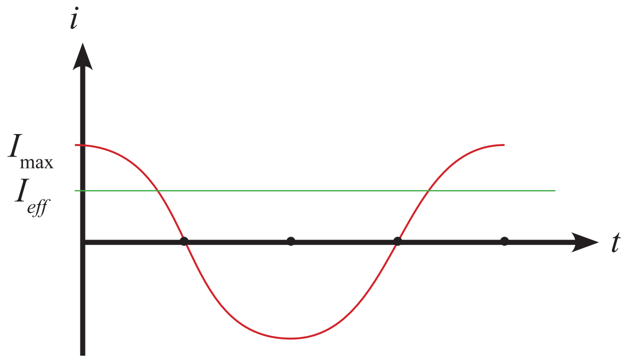
الطلب b): حساب القيمة اللحظية للقوة المحركة الكهربائية المتولدة:

$$\omega t = 30^\circ \Rightarrow \quad \varepsilon = \varepsilon_{max} \sin 30^\circ = 240 \times 0.5 = 120\ V$$

القيم المنتجة (الفعّالة) للتيار المتناوب:

تعرّف الشدة المنتجة (الفعّالة) I_{eff} لتيار متناوب أنّها شدّةُ التيار المتواصل الذي يعطي كمية الحرارة نفسها التي يعطيها التيار المتناوب الجيبي في الناقل نفسه خلال الزمن نفسه، وتعطى بالعلاقة:

$$I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \quad ...... \quad (4)$$



الشكل (3)

المنحني البياني الممثل للشدة المنتجة للتيار الكهربائي المتناوب

والتوتر المنتج (الفعّال) U_{eff} هو التوتر اللازم لتمرير الشدة المنتجة، ويُعطى بالعلاقة:

$$U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{2}} \quad ...... \quad (5)$$

إنّ مقاييس الفولت والأمبير المُستخدمة في التيار المتناوب تدلّ على القيم المنتجة دوماً.

الاستطاعات في التيار المتناوب الجيبي:

1. الاستطاعة اللحظية :

تُعرّف الاستطاعة اللحظيّة P للتيار المتناوب الجيبي أنّها جداء التوتر اللحظي u في الشدة اللحظية للتيار i ، وتُعطى بالعلاقة:

$$P = u\,i \quad ...... \quad (6)$$

وهذه الاستطاعة تتغيّر من لحظة إلى أخرى تبعاً لتغيّرات كلٍّ من i و u مع الزمن؛ لذلك تُدعى بالاستطاعة اللحظيّة.

2. الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في دارة P_{avg}:

تعرّف الاستطاعة المتوسطة أنّها الاستطاعة الثابتة التي تقدّم في الزمن t الطاقة الكهربائية E نفسها التي يقدّمها التيار المتناوب الجيبي للدارة، وهي معدل الطاقة الكهربائية المقدمة نتيجة مرور التيار المتناوب خلال الزمن t ، وتعطى بالعلاقة:

$$P_{avg} = I_{eff}\,U_{eff}\,\cos\bar{\varphi} \quad ...... \quad (7)$$

حيث: $\bar{\varphi}$ هو فرق الطور بين التوتّر اللحظي، والشدّة اللحظيّة للتيار.

3. الاستطاعة الظاهرية (المقدّمة) P_A وعامل الاستطاعة:

اصطلح على تسمية جداء التوتر المنتج U_{eff} في الشدة المنتجة I_{eff} للتيار المتناوب الجيبي بالاستطاعة الظاهرية (المقدّمة) P_A، وهي تمثّل أكبر قيمة للاستطاعة المتوسطة، وتقاس بالجملة الدولية بوحدة فولت. أمبير $(V.A)$ عندما:

$$\bar{\varphi}=0 \Rightarrow \cos\bar{\varphi}=1 \Rightarrow$$

$$P_A = I_{eff}\,U_{eff} \quad ...... \quad (8)$$

نسمي المعامل $\cos\bar{\varphi}$ بعامل الاستطاعة وهو النسبة بين الاستطاعة المتوسطة P_{avg} والاستطاعة الظاهرية P_A.

$$\text{عامل الاستطاعة} = \frac{P_{avg}}{P_A} = \frac{I_{eff}\,U_{eff}\,\cos\bar{\varphi}}{I_{eff}\,U_{eff}} = \cos\bar{\varphi}$$

لاحظ أنّ لا وحدة لعامل الاستطاعة.

الوصل على التسلسل في دارة تيار متناوب:

1) مقاومة أومية في دارة تيار متناوب:

نأخذ دارة تيار متناوب تحوي مقاومة أومية صرفة R، نطبق بين مأخذي المولّد في هذه الدارة توتّراً لحظياً u كما في الشكل (4)، فيمرُّ في الدارة تيار كهربائيٌّ متناوب، تُعطى شدّته اللحظية وفق التابع بأبسط أشكاله، وذلك باختيار شروط ابتدائية مناسبة:

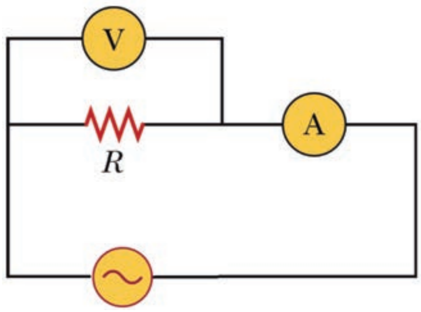
$$i = I_{max} \cos \omega t \quad ...... \quad (9)$$

لكن:

$$u = R\, i$$

نعوّض عن العلاقة (9)، فنجد:

$$u = R\, I_{max} \cos \omega t \quad .... \quad (10)$$



الشكل (4)
دارة تيار متناوب تحوي مقاومة صرفة

لكن: $X_R = R$ تُدعى ممانعة المقاومة، وتُقدّر بوحدة الأوم.

$$U_{max} = R\, I_{max}$$

نجد:

$$U_{max} = X_R\, I_{max} \quad .... \quad (11)$$

إذاً يكون تابع التوتر بين طرفي المقاومة الصرف:

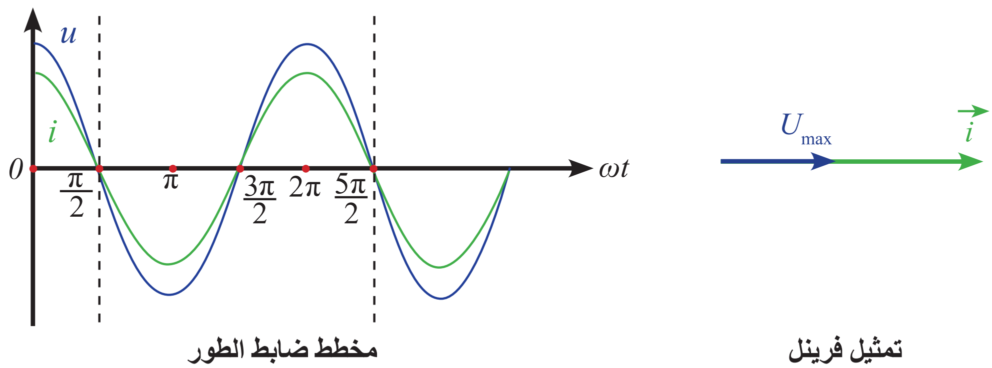
$$u = U_{max} \cos \omega t \quad .... \quad (12)$$

بالمقارنة بين تابعي الشدة والتوتر نجد أنّ $\overline{\varphi} = 0$ أي أنّ التوتر المطبق بين طرفي الدارة على توافق بالطور مع الشدة.

للحصول على القيم المنتجة نقسّم طرفي العلاقة (11) على $\sqrt{2}$:

$$\frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = X_R \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$U_{eff} = X_R\, I_{eff} \quad .... \quad (13)$$



الشكل (6)

يُسمّى هذا التمثيل بمخطّط ضابط الطور، وهو يمثل التوتّر والتيار اللحظيان، والغرض من ذلك هو معرفة فرق الطور $\overline{\varphi}$ بينهما.

تُعطى القيمة المتوسطة P_{avg} للاستطاعة بالعلاقة: $P_{avg} = U_{eff}\, I_{eff} \cos\varphi$

لكن في حالة المقاومة الصّرف: $\varphi = 0$

$$\Rightarrow \quad \cos\varphi = 1 \quad \Rightarrow$$

$$P_{avg} = U_{eff} \quad I_{eff}$$

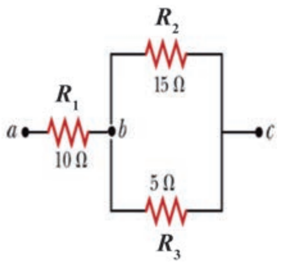
لكن: $U_{eff} = R\, I_{eff}$ نعوّض فنجد:

$$P_{avg} = R\, I_{eff}^2 \qquad ....(14)$$

وهذا يدل على أنّ الطاقة تصرف في المقاومة حرارياً بفعل جول.

مثال محلول (2)

تعطى القيمة اللحظية لشدة التيار المتناوب المار في المقاومة R_3 في دارة التيار المتناوب الجيبي الموضّحة في الشكل جانباً بالمعادلة $i_3 = 6 \cos \omega t$



المطلوب:

A) استنتج تابع شدة التيار المار في كلٍّ من المقاومتين R_2، R_1 انطلاقاً من شكله العام، ثم أوجد تابع التوتّر اللحظي بين النقطتين a و b.

B) احسب الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في كلِّ مقاومة من الدارة.

الحـل:

A) فرق الكمون u_{bc} بين طرفي المقاومة R_3 يساوي فرق الكمون بين طرفي المقاومة R_2

$$\Rightarrow \quad u_{bc} = i_3\, R_3 = 6 \cos\omega t \times 5 = 30 \cos \omega t$$

$$i_2 = \frac{u_{bc}}{R_2} = \frac{30 \cos \omega t}{15} = 2 \cos\omega t$$

$$i_1 = i_2 + i_3 = 2 \cos \omega t + 6 \cos \omega t = 8 \cos \omega t$$

$$\Rightarrow \quad u_{ab} = R_1\, i_1 = 10 \times 8 \cos\omega t = 80 \cos \omega t$$

B) حساب الاستطاعة المتوسطة:

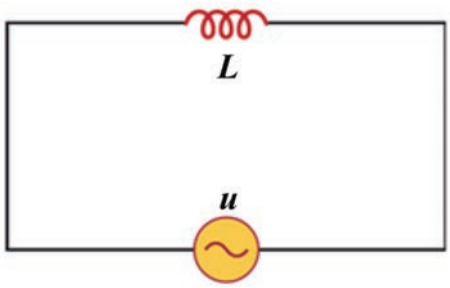
في المقاومة R_3: $P_{avg_3} = \dfrac{I_{max_3} \times U_{max_3}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \dfrac{6 \times 30}{2} = 90\,W$

في المقاومة R_2: $P_{avg_2} = \dfrac{I_{max_2} \times U_{max_2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \dfrac{2 \times 30}{2} = 30\,W$

في المقاومة R_1: $P_{avg_1} = \dfrac{I_{max_1} \times U_{max_1}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \dfrac{8 \times 80}{2} = 320\,W$

2) وشيعة (ذاتية) في دارة تيار متناوب:

نأخذ دارة تيار متناوب تحوي وشيعة ذاتيتها L مقاومتها الأومية مهملة، ونطبّق بين طرفيها توتّراً لحظياً u كما في الشكل (5).



الشكل (5)
دارة تيار متناوب تحوي ذاتية صرفة

إذا كانت i الشدة اللحظية للتيار المار في هذه الدارة تعطى بالعلاقة:

$$i = I_{max} \cos \omega t \quad .... \quad (15)$$

والتوتر اللحظي بين طرفي الوشيعة u يعطى بالعلاقة:

$$u = L \frac{di}{dt} \quad .... \quad (16)$$

لكن:

$$\frac{di}{dt} = -I_{max}\, \omega \sin \omega t$$

لكن:

$$-\sin \omega t = \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

أي:

$$\frac{di}{dt} = I_{max}\, \omega \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad .... \quad (17)$$

نعوّض في العلاقة (16) نجد:

$$u = L\, \omega I_{max} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad .... \quad (18)$$

نسمّي المقدار $X_L = L\,\omega$ بممانعة الوشيعة (ردّية الوشيعة)، ويُقدَّر بالأوم في الجملة الدوليّة فتصبح العلاقة (18) بالشكل:

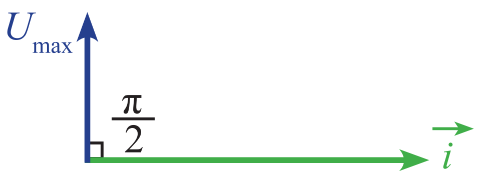
$$u = X_L\, I_{max} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad .... \quad (19)$$

لكن:

$$U_{max} = X_L\, I_{max} \quad .... \quad (20)$$

يصبح تابع التوتر بين طرفي الوشيعة:

$$u = U_{max} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad .... \quad (21)$$



تمثيل فرينل

الشكل (6)

- بمقارنة العلاقة (15) بالعلاقة (21) نجد أنّ التوتر اللحظي يتقدم بالطور على الشدة اللحظية بمقدار $\frac{\pi}{2}$ (ترابع متقدم).

للحصول على القيم المنتجة نقسّم طرفي العلاقة (20) على $\sqrt{2}$:

$$\frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = X_L \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \Rightarrow U_{eff} = X_L\, I_{eff}$$

تُعطى القيمة المتوسطة P_{avg} للاستطاعة بالعلاقة:

$$P_{avg} = U_{eff}\ I_{eff}\ \cos\varphi$$

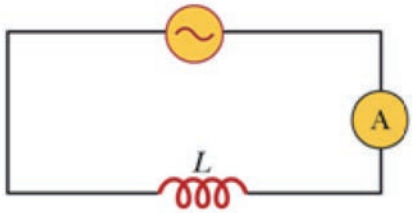
لكن في حالة الوشيعة مهملة المقاومة تكون $\overline{\varphi} = \frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow \quad \cos\varphi = 0 \quad \Rightarrow$$

$$P_{avg} = 0$$

أي أنّ الاستطاعة المتوسطة في الوشيعة معدومة. فالوشيعة تختزن طاقة كهرطيسية خلال ربع الدور الأول لتعيدها كهربائياً إلى الدارة الخارجية خلال ربع الدور الذي يليه. أي أنّ الوشيعة لا تستهلك طاقة.

مثال محلول (3)



نطبّق توتّراً متناوباً تُعطى قيمته اللحظية بالمعادلة: $u = 150 \cos 1000\,t$ على وشيعة ذاتيتها $L = 0.02\ H$، مقاومتها الأومية مهملة في الدارة المبيّنة في الشكل جانباً.

المطلوب:

اكتب تابع الشدة اللحظية للتيار i ، ثم احسب الاستطاعة المتوسطة P_{avg}.

الحل:

بما أنّ التوتر المطبّق بين طرفي الوشيعة متقدّم بالطور على الشدة بمقدار $\frac{\pi}{2}$ يكون الشكل العام لتابع الشدة اللحظية المار بالوشيعة:

$$i = I_{max} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

حيث أنّ الشدة اللحظية تتأخّر بالطور بمقدار $\frac{\pi}{2}$ عن التوتر المطبق بين طرفي الوشيعة. ولدينا:

$$I_{max} = \frac{U_{max}}{X_L} = \frac{U_{max}}{\omega L} = \frac{150}{1000 \times 0.02}$$

$$I_{max} = 7.5\ A$$

نعوّض فنجد:

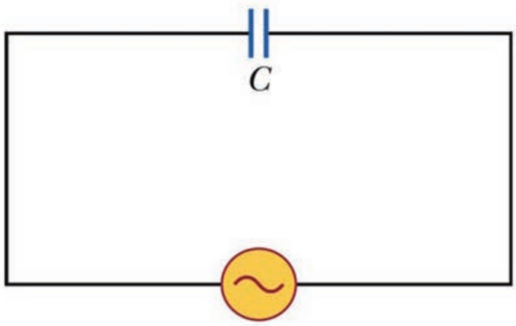
$$i = 7.5 \cos(1000\,t - \frac{\pi}{2})$$

الاستطاعة المتوسطة:

$$P_{avg} = I_{eff}\ U_{eff} \cos\frac{\pi}{2} \Rightarrow P_{avg} = 0$$

3) مكثفة في دارة تيار متناوب:

نـأخذ دارة تيـار متنـاوب جيبي تحوي مكثفة غير مشحونـة، ونطبّق بين طرفيها توتّراً لحظياً u، كمـا في الشـكل (7).



الشكل (7)
دارة تيار متناوب تحوي مكثفة

إنّ تابع الشدة اللحظية المارّة في دارة المكثفة بأبسط أشكاله هو:

$$i = I_{max} \cos \omega t \quad ...... \quad (22)$$

التوتر اللحظي بين لبوسي المكثفة يُعطى بالعلاقة:

$$u = \frac{q}{C} \quad .... \quad (23)$$

بفرض أنّ C سعة المكثفة ثابتة، q شحنتها المتغيرة مع الزمن. فخلال فاصل زمني dt تتغير شحنة المكثفة بمقدار dq ، ولدينا:

$$dq = i\, dt \quad ...... \quad (24)$$

ولحساب شحنة المكثفة في اللحظة t نكامل فنجد:

$$q = \int i\, dt = \int I_{max} \cos(\omega t)\, dt = I_{max} \int \cos(\omega t) d\,t$$

ولكن:

$$\int \cos(\omega t) d\,t = \frac{1}{\omega} \sin \omega t$$

$$q = \frac{1}{\omega} I_{max} \sin \omega t$$

نعوّض في (23) نجد:

$$u = \frac{1}{\omega C} I_{max} \sin \omega\, t$$

لكن:

$$\sin \omega t = \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

نعوّض:

$$u = \frac{1}{\omega C} I_{max} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

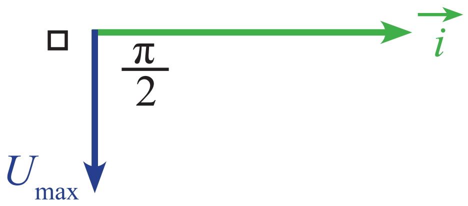
ندعو المقدار $X_C = \frac{1}{\omega C}$ ممانعة المكثفة (اتساعية المكثفة أو الممانعة السعوية للمكثفة)، والتي تقدّر بوحدة الأوم في الجملة الدولية.

$$u = X_C I_{max} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

$$U_{max} = X_C I_{max} \quad .... \quad (25)$$

إذاً:

$$u = U_{max} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2}) \quad .... \quad (26)$$



تمثيل فرينل

الشكل (8)

بمقارنة العلاقة (26) مع تابع الشدة في العلاقة (22) نجد أنّ فرق الطور هو $\bar{\varphi} = \frac{\pi}{2}$ أي أنّ التوتر اللحظي بين طرفي المكثفة يتأخر عن التيار بالمقدار $\frac{\pi}{2}$ (ترابع متأخر).

للحصول على القيم المنتجة (الفعّالة) نقسّم طرفي العلاقة (25) على $\sqrt{2}$ نجد:

$$\frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = X_C \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

$$U_{eff} = X_C\, I_{eff} \quad ....\ (27)$$

تعطى الاستطاعة المصروفة بين طرفي المكثفة بالعلاقة:

$$P_{avg} = U_{eff}\, I_{eff} \cos\varphi$$

ولكن وجدنا أنّ: $\bar{\varphi} = -\frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow \cos\varphi = 0 \ \Rightarrow P_{avg} = 0$$

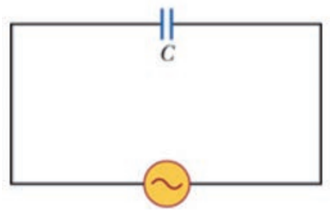
والاستطاعة المتوسطة في المكثفة معدومة. والمكثفة لا تستهلك أية طاقة؛ لأنّها تختزن الطاقة كهربائياً خلال ربع الدور، وتعيدها نفسها كهربائياً في ربع الدور الذي يليه.

مثال محلول (4)

إذا كانت سعة المكثفة المبيّنة في الشكل المرافق، تساوي $2\ \mu F$ وكان فرق الكمون اللحظي بين طرفيها يُعطى بالمعادلة: $u = 100 \cos 1000\, t$

احسب ممانعة هذه المكثفة، واكتب التوابع اللحظية لكلٍّ من التيار والشحنة الكهربائية.

الحل:



حساب الممانعة:

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{(1000)(2 \times 10^{-6})} = 5 \times 10^2\ \Omega$$

تابع الشدة اللحظية للتيار:

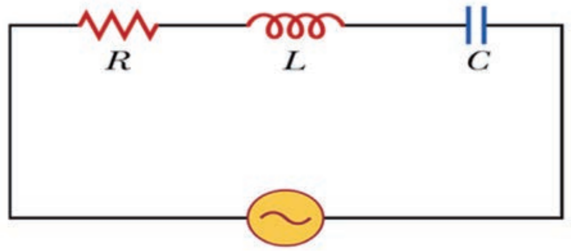
$$I_{max} = \frac{U_{max}}{X_C} = \frac{100}{5 \times 10^2} = 0.2\ A$$

$$i = I_{max} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) = 0.2 \cos(1000\, t + \frac{\pi}{2})$$

تابع الشحنة: $q = C\, U_{max} \cos 1000\, t = 2 \times 10^{-4} \cos 100\, t$

4) دارة تيار متناوب تحوي مقاومة ووشيعة ومكثفة متصلة على التسلسل:

نأخذ دارة تيار متناوب تحوي مقاومة R، ووشيعة ذاتيتُها L مقاومتها مهملة، ومكثفة سعتها C موصولة على التسلسل مع مولّد تيارمتناوب جيبي كما في الشكل (9)، نطبّق بين طرفي الدارة توتراً لحظياً u تُعطى الشدة اللحظية للتيار بالمعادلة:



الشكل (9)
دارة على التسلسل لتيار متناوب تحوي مقاومة، ذاتية، مكثفة

$$i = I_{max} \cos \omega t \quad .... \quad (28)$$

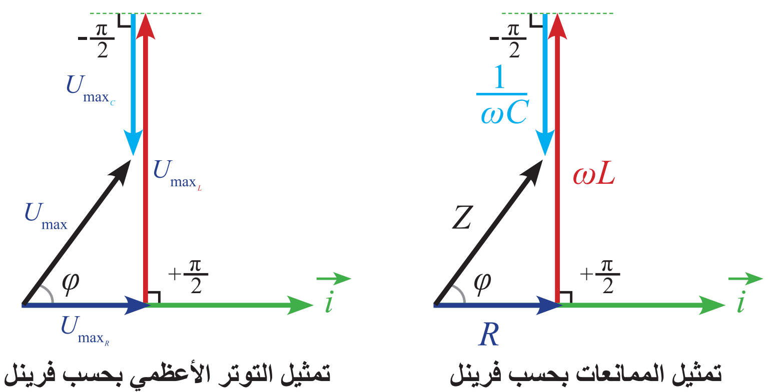
ممانعة المقاومة $X_R = R$، ممانعة الوشيعة $X_L = \omega L$ وممانعة المكثفة $X_C = \frac{1}{\omega C}$

لحساب التوتّر الأعظمي الكلي نستخدم تمثيل فرينل حيث ينقسم هذا التوتر إلى:

1. توتر أعظمي بين طرفي المقاومة $U_{max_R} = R\, I_{max}$ ، ويكون على توافق في الطور مع الشدة، ويمثّل التوتر بشعاع منطبق على محور الشدة.

2. توتر أعظمي بين طرفي الوشيعة $U_{max_L} = \omega L\ I_{max}$ ، ويكون متقدماً في الطور على الشدة بزاوية $\frac{\pi}{2}$، ويمثّل التوتر بشعاع يصنع زاوية $+\frac{\pi}{2}$ مع محور الشدة.

3. توتر أعظمي بين طرفي المكثّفة $U_{max_C} = \frac{1}{\omega C} I_{max}$ ، ويكون متأخّراً في الطور عن الشدة بزاوية $(\frac{\pi}{2})$، ويمثّل التوتر بشعاع يصنع زاوية $(-\frac{\pi}{2})$ مع محور الشدة.



الشكل (10)

$$\vec{U}_{max} = \vec{U}_{max_R} + \vec{U}_{max_L} + \vec{U}_{max_C}$$

من الشكل نجد أنّ التوتّر الأعظمي الكلي U_{max}:

$$U_{max}^2 = U_{max_R}^2 + (U_{max_L} - U_{max_C})^2$$

$$U_{max} = \sqrt{U_{max_R}^2 + \left(U_{max_L} - U_{max_C}\right)^2} \quad ..... \quad (29)$$

$$\Rightarrow U_{max} = I_{max}\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} ....(30)$$

ندعو المقدار:

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2} \quad .... \quad (31)$$

بالممانعة الأومية للدارة. فتصبح العلاقة (30) كما يأتي:

$$U_{max} = Z\ I_{max} ....(32)$$

للحصول على القيم المنتجة (الفعّالة) نقسّم طرفي العلاقة (32) على $\sqrt{2}$ فنجد:

$$\frac{U_{max}}{\sqrt{2}} = Z\frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow$$

$$U_{eff} = Z\ I_{eff} ....(33)$$

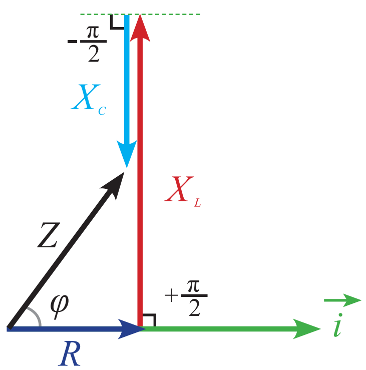
ولمعرفة زاوية الطور بين الشدة والتوتر (الشكل 10):

$$\cos\bar{\varphi} = \frac{U_{max_R}}{U_{max}} \quad \Rightarrow \quad \cos\bar{\varphi} = \frac{R\ I_{max}}{Z\ I_{max}}$$

$$\cos\bar{\varphi} = \frac{R}{Z} \quad ...... \quad (34)$$

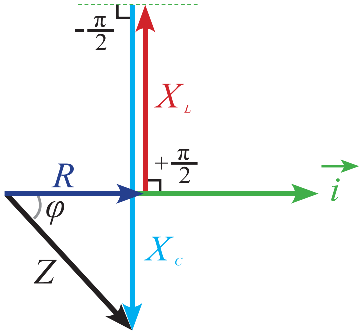
توجد ثلاث حالات مختلفة بالنسبة للنتيجة التي نحصل عليها من كلٍّ من المعادلتين (31)، (34) وهي:

1. عندما تكون ممانعة الوشيعة X_L أكبر من ممانعة المكثفة X_C أي $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ يكون التيار متأخراً عن التوتّر ويتضح ذلك في الشكل (13-a)، ويُقال في هذه الحالة إنَّ الدارة ذات ممانعة ذاتية (حثية) مكافئة لـ $(X_L - X_C)$ كما في الشكل (11).



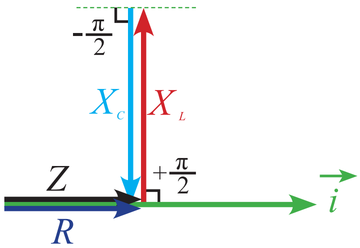
الشكل (11)
تمثيل الممانعات من أجل $X_L > X_C$

2. عندما تكون ممانعة المكثفة X_C أكبر من ممانعة الوشيعة X_L أي $\frac{1}{\omega C} > \omega L$ يكون التيار متقدّماً على التوتّر، ويتضّح ذلك من الشكل (12)، ويقال في هذه الحالة إنَّ الدارة ذات ممانعة سعوية مكافئة.



الشكل (12)
تمثيل الممانعات من أجل
$X_C < X_L$

3. عندما تتساوى كلٌّ من X_L ، X_C تكون ممانعة الدارة في هذه الحالة أصغر ما يمكن، وتساوي قيمة المقاومة R فقط، وتكون قيمة التيار الذي يمرّ في الدارة أكبر ما يمكن (عظمى) $I_{max} = \frac{U_{max}}{R}$ كما أنّ التيار يصبح متّفقاً في الطور مع التوتّر؛ حيث $(\varphi = 0)$ ويُقال إنَّ الدارة في حالة تجاوب كهربائي (طنين) كما في الشكل (13).



الشكل (13)
تمثيل فرينل في حالة الطنين عندما
$X_L = X_C$

وتكون الاستطاعة المتوسطة في الدارة أكبر ما يمكن وذلك لأنَّ قيمة التيار عظمى كما أنَّ عامل الاستطاعة $\cos\varphi = 1$ لأن $\varphi = 0$.

ويلاحظ من الشكل أنّ التوتّر الأعظمي بين طرفي المقاومة هو $(R\ I_{max})$ مساوٍ لتوتّر المنبع الأعظمي U_{max}، وذلك لأنّ التوتّر بين طرفي الوشيعة $(X_L\ I_{max})$ يساوي بالقيمة، ويعاكس بالجهة التوتّر بين طرفي المكثفة $(X_C\ I_{max})$، وقد تكون قيمة كلٍّ منهما كبيرة جداً بالنسبة لتوتّر المنبع.

تستخدم هذه الطريقة في دارات الراديو للحصول على توترات كبيرة بين أطراف الوشائع والمكثّفات باستخدام منابع ذات توتّرات محدودة القيمة.

ممّا سبق يتضّح أنَّ شرطَ الطنين في حال $R.L.C$ موصولة على التسلسل في دارة تيار متناوب جيبي هو: تساوي النبض الخاص لاهتزاز الإلكترونات ω_0 مع النبض القسري ω الذي يفرضه المولد على الدارة، ونرمز للنبض عندئذٍ بالرمز ω_r ويكون:

$$\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C} \Rightarrow 2\pi f_r L = \frac{1}{2\pi f_r C} \Rightarrow$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad .... \quad (35)$$

ويكون دور التيار في هذه الحالة:

$$T_r = 2\pi\sqrt{LC} \quad .... \quad (36)$$

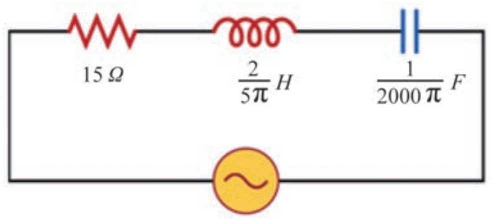
• تدعى f_r هنا بالتواتر الذاتي للدارة، وتستخدم خاصِّيّة الطنين في عملية التوليف في أجهزة الاستقبال؛ حيث تتكوّن دارة الهوائي من وشيعة ومكثفة موصولين على التسلسل، وتتولّد في هذه الدارة قوة محرّكة بوساطة الموجات المنتشرة من محطات الإذاعة المختلفة وعند تغيير سعة

المكثفة C حتى يصبح التواتر f_r مساوياً لتواتر الإذاعة المطلوب سماعها، فإنّ التيار المتحرّض (التأثيري) المتولد يكون أكبر ما يمكن بالنسبة لهذا التواتر دون غيره، ونتمكّن بذلك من سماع الإذاعة المطلوبة.

- يمكن تحقيق الشرط الوارد في المعادلة (36) بتغيير قيمة تردُّدِ المنبع أو تغيير قيمة كلٍّ من L أو C أو كليهما معاً.

مثال محلول (5)

وُصِل C، L، R على التسلسل في دارة تيار متناوب كما في الشكل حيث تواتر المنبع $f = 50\ Hz$ القيمة الفعالة لتوتّره $U_{eff} = 50\ V$، $R = 15\ \Omega$، $C = \frac{1}{2000\,\pi} F$، $L = \frac{2}{5\,\pi} H$، **المطلوب:** حساب كلّاً ممّا يأتي:



المانعة الكلية للدارة، القيمة العظمى للتيار المار في الدارة، عامل الاستطاعة، الاستطاعة المتوسطة.

الحل:

ممانعة الوشيعة: $$X_L = \omega L = 2\pi f\ L = 2\pi \times 50 \times \frac{2}{5\,\pi} = 40\,\Omega$$

ممانعة المكثفة: $$X_C = \frac{1}{\omega\ C} = \frac{1}{2\pi\ f\ C} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times \frac{1}{2000\,\pi}} = 20\ \Omega$$

الممانعة الكلية: $$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{(15)^2 + (40-20)^2} = 25\,\Omega$$

القيمة الفعالة للتيار (الشدة العظمى): $$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{Z} = \frac{50}{25} = 2\ A$$

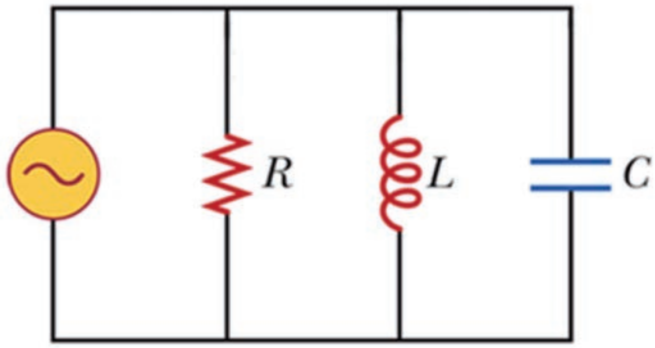
القيمة العظمى للتيار: $$I_{\max} = I_{eff}\sqrt{2} \Rightarrow I_{\max} = 2\sqrt{2}\ A$$

عامل الاستطاعة: $$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$

الاستطاعة المتوسطة: $$P_{avg} = I_{eff}\ U_{eff}\ \cos\varphi = 2 \times 50 \times \frac{3}{5} = 60\ W$$

الوصل على التفرع (التوازي) في دارة تيار متناوب:

1) مقاومة ووشيعة ومكثفة موصولة على التفرّع في دارة تيار متناوب:



الشكل (14)
دارة على التفرع متناوب جيبي تحوي مقاومة ووشيعة ومكثفة

نأخذ دارة تيار متناوب تحوي مقاومة R ومكثفة C ووشيعة L على التفرّع كما في الشكل (14). وجدنا أنّه في حالة دارة التيار المتناوب التي تحوي عناصر موصولة على التسلسل تكون شدة التيار نفسها في جميع هذه العناصر، أما في دارات التيار المتناوب التي تحوي عناصر موصولة على التفرع فإنّ قيمة التيار المارّ في كل فرع تتوقّف على قيمة المقاومة أو الممانعة في هذا الفرع، ويكون المجموع الشعاعي (المتجه) للتيارات المنتجة المارة بجميع الفروع يساوي التيار المتجه المنتج الكلي للدارة.

بفرض أنَّ التوتر المطبق بين طرفي الدارة يُعطى بالمعادلة:

$$u = U_{\max} \cos \omega t \quad ...... \quad (37)$$

ولتكن:

$X_R = R$ هي ممانعة المقاومة، $X_L = \omega L$ ممانعة الوشيعة، $X_C = \dfrac{1}{\omega C}$ ممانعة المكثفة. فإذا كان i هو التيار الكلي فإنّ:

$$\overline{i} = \overline{i_R} + \overline{i_L} + \overline{i_C} \quad .....(38)$$

- تيار المقاومة على توافق بالطور مع التوتر المطبق بين طرفيها:

$$i_R = I_{\max_R} \cos \omega t$$

- تيار الوشيعة على تأخر بالطور عن التوتر المطبق بين طرفيها بمقدار $\dfrac{\pi}{2}$:

$$i_L = I_{\max_L} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

- تيار المكثفة على تقدّم بالطور عن التوتر المطبق بين طرفيها بمقدار $\dfrac{\pi}{2}$:

$$i_C = I_{\max_C} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

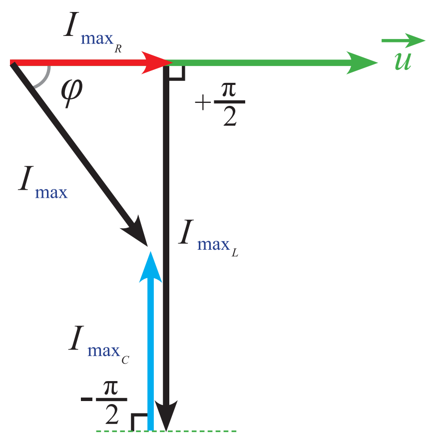
نلاحظ أنّ تمثيل تيار الوشيعة، وتيار المكثفة يكون بشعاعين لهما الحاملُ نفسه، وجهتان متعاكستان.

إنّ التيار الكلي المار في الدارة الأصلية هو مجموع توابع جيبيّة لها النبض نفسه، فهو تابع جيبي يملك النبض نفسه، ويختلف بالطور $\overline{\varphi}$ عن التوتر المطبّق بين طرفي الدارة:

$$i = I_{max} \cos(\omega t + \overline{\varphi})$$

ولمعرفة: I_{max} و $\overline{\varphi}$ نلجأ إلى تمثيل فرينل: $\vec{I}_{max} = \vec{I}_{max_R} + \vec{I}_{max_C} + \vec{I}_{max_L}$

باعتبار: $\frac{1}{\omega C} \rangle L\omega$ يكون: $I_{max_C} \rangle I_{max_L}$:



الشكل (15) تمثيل فرينل للشدة العظمى

$$I^2_{max} = I^2_{max_R} + \left(I_{max_C} - I_{max_L}\right)^2$$

$$I_{max} = \sqrt{I^2_{max_R} + \left(I_{max_C} - I_{max_L}\right)^2} \quad .... (39)$$

ولمعرفة $\overline{\varphi}$: من تمثيل فرينل من الشكل (17) نجد:

$$\cos\overline{\varphi} = \frac{I_{max_R}}{I_{max}} \quad .... (40)$$

◄ **حالات خاصة:**

A. حالة فرعين في كلٍّ منهما مقاومة أومية:

التوتّر المطبّق بين طرفي المنبع، هو نفسه بين الفرعين أي:

$$u = u_1 = u_2 \quad ...... \quad (41)$$

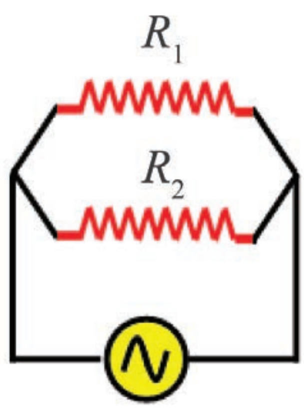
وبما أنّ التوتّر المطبّق بين طرفي الدارة والشدة المنتجة المارّة في كلّ فرع على توافق بالطور تصبح الشدات المنتجة (الفعّالة) على حامل واحد، ويكون:

$$I_{eff} = I_{eff_1} + I_{eff_2} \quad ...... \quad (42)$$

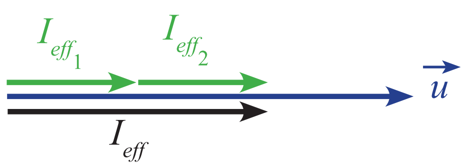
$$\Rightarrow \quad \frac{U_{eff}}{R} = \frac{U_{eff}}{R_1} + \frac{U_{eff}}{R_2}$$

وبما أنّ التوتر نفسه يكون:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad ...... \quad (43)$$



الشكل (16)
دارة على التفرع لتيار متناوب جيبي تحوي مقاومتين

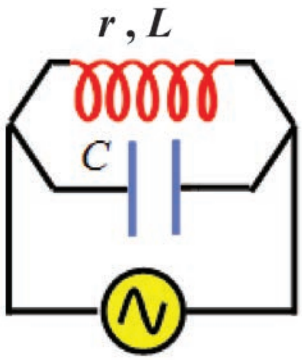


الشكل (17)
تمثيل فرينل للشدات المنتجة

B. حالة فرعين في الأوّل وشيعة لها مقاومة، وفي الثاني مكثّفة:

يُعطى تابع التوتر بين طرفي الدارة الموضّحة بالشكل (20) بالمعادلة:

$$u = U_{max} \cos \omega t \quad .... \quad (44)$$



الشكل (18)
دارة على التفرع لتيار متناوب جيبي تحوي فرعين في أحدهما وشيعة لها مقاومة والآخر مكثفة

تتأخر الشدة في فرع الوشيعة بالطور عن التوتّر المطبّق بمقدار $\overline{\varphi}_1$ ، ويُعطى بالمعادلة:

$$i_1 = I_{max} \cos(\omega t - \overline{\varphi}_1)$$

وتتقدم الشدة في فرع المكثفة بالطور عن التوتر المطبق بمقدار $\frac{\pi}{2}$ ، ويُعطى بالمعادلة:

$$i_2 = I_{max} \cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

فتكون معادلة الشدة اللحظية في الدارة الأصلية (قبل التفرّع) بملاحظة أنّ معادلتي الشدة والتوتّر لهما النبض نفسه يمكننا كتابة:

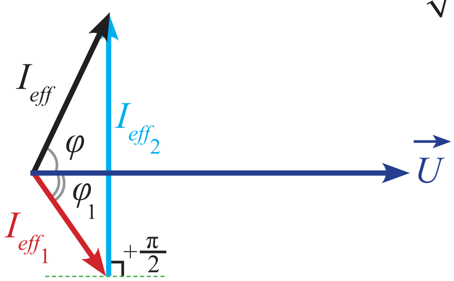
$$i = I_{max} \cos(\omega t + \overline{\varphi})$$

ويكون:

$$\vec{I}_{max} = \vec{I}_{max_L} + \vec{I}_{max_C}$$

$$\Rightarrow \frac{\vec{I}_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{\vec{I}_{max_L}}{\sqrt{2}} + \frac{\vec{I}_{max_C}}{\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$\vec{I}_{eff} = \vec{I}_{eff_L} + \vec{I}_{eff_C} \quad .... \quad (45)$$



الشكل (19)
تمثيل فرينل للشدات المنتجة

باستخدام تمثيل فرينل في هذه الحالة باعتبار $\overline{\varphi} \rangle 0$ أي أنّ الشدة في الدارة الأصلية متقدمة بالطور على التوتر بمقدار $\overline{\varphi}$ يمكننا أن نحسب الشدة المنتجة في الدارة الأصلية إمّا هندسياً أو من العلاقة:

$$I_{max} = \sqrt{I^2_{max_L} + I^2_{max_C} + 2 I_{max_L} I_{max_C} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} \quad .... \quad (46)$$

عندما تكون مقاومة الوشيعة مهملة تصبح $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$ عندئذٍ تهتزُّ الإلكترونات في الفرعين على تعاكس بالطور، ويمرُّ في كلٍّ من الفرعين تياران متعاكسان بالجهة.

☒ إذا كان: $\omega L > \frac{1}{\omega C}$

فإنّ: $I_{eff_L} < I_{eff_C}$ ونحسب الشدة المنتجة في الدارة الأصلية من تمثيل فرينل:

$$I_{eff} = I_{eff_C} - I_{eff_L}$$

☒ إذا كان: $\omega L < \frac{1}{\omega C}$

فإنّ: $I_{eff_C} < I_{eff_L}$ ، ونحسب الشدة المنتجة في الدارة الأصلية من تمثيل فرينل:

$$I_{eff} = I_{eff_L} - I_{eff_C}$$

☒ إذا كان: $\omega L = \frac{1}{\omega C}$

فـإنّ: $I_{eff_C} = I_{eff_L}$ ، وتكون الشـدة المنتجة فـي الدارة الأصلية:

$$I_{eff} = 0$$

وتنعدم الشدة، وتُسمّى هذه الحالة اختناق التيار، وتُوصف الدارة بأنّها خانقة للتيار، ويكون عندها:

$$\omega = \omega_r$$

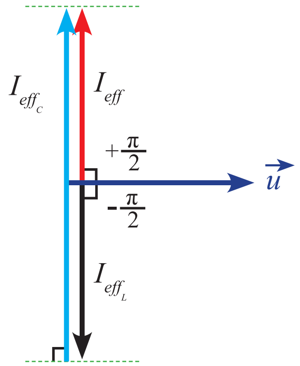
$$\omega_r C = \frac{1}{\omega_r L} \Rightarrow \omega_r^2 = \frac{1}{C\,L} \Rightarrow$$

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L\,C}} \qquad \Rightarrow$$

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\,C}} \quad .... \quad (47)$$

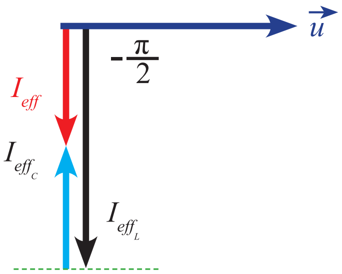
حيث f_r هو تواتر (تردد) الطنين الذاتي للدارة والذي يكون التيار المحصّل عنده معدوماً، ويكون دور التيار:

$$T_r = 2\pi\sqrt{L\,C} \quad ...... \quad (48)$$



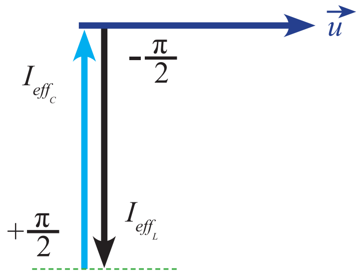
الشكل (20)

تمثيل فرينل في حالة $\omega L > \frac{1}{\omega C}$



الشكل (21)

تمثيل فرينل في حالة $\omega L < \frac{1}{\omega C}$



الشكل (22)

تمثيل فرينل في حالة $\omega L = \frac{1}{\omega C}$

أسئلة وتدريبات

أولاً: أعط تفسيراً علمياً لما يأتي باستخدام العلاقات الرياضية المناسبة عند اللزوم:

1) لا تمرّر المكثفة تياراً متواصلاً عند وصل لبوسيها بمأخذ تيار متواصل.

2) تسمح المكثّفة بمرور تيار متناوب جيبي عند وصل لبوسيها بمأخذ هذا التيار المتناوب.

3) تُبدي المكثفة ممانعة كبيرة للتيارات منخفضة التواتر.

4) تُبدي الوشيعة ممانعة كبيرة للتيارات عالية التواتر.

5) تكون الشدة المنتجة واحدة في عدّة أجهزة موصولة على التسلسل مهما اختلفت قيم ممانعاتها.

6) لا تستهلك الوشيعة مُهملَةُ المقاومة، ولا المكثّفة أيَّ استطاعة كهربائية.

ثانياً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى:

يُعطى تابع التوتر اللحظي بين نقطتين a و b بالعلاقة: $\bar{u}=130\sqrt{2}\cos 100\pi t\ (Volt)$

1) نصل بين النقطتين a و b وشيعة، مقاومتها $r=25\ \Omega$ ، وذاتيتها $L=\frac{3}{5\pi}\ H$. احسب الشدة المنتجة.

2) نرفع الوشيعة، ثمَّ نصل النقطتين a و b بمقاومة $R=30\ \Omega$ موصولة على التسلسل مع مكثفة، سعتُها $C=\frac{1}{4000\pi}\ F$. احسب الشدّة المنتجة المارّة في الدارة.

المسألة الثانية:

نطبّق توتراً متواصلاً $12\ V$ على طرفي وشيعة، فيمرُّ فيها تيار شدته $1\ A$، وعندما نطبّق توتراً متناوباً جيبيّاً بين طرفي الوشيعة نفسها، قيمتُه المنتجة (الفعّالة) $130\ V$، تواتره $50\ Hz$، يمرُّ فيها تيار شدته المنتجة $10\ A$. **المطلوب حساب:**

1) مقاومة الوشيعة وذاتيتها.

2) عدد لفات الوشيعة إذا علمت أنّ مساحة مقطعها $\frac{1}{80}\ m^2$ وطولها $1\ m$.

المسألة الثالثة:

مأخذ لتيار متناوب جيبي بين طرفيه توتر لحظي يُعطى بالعلاقة: $\bar{u}=200\sqrt{2}\cos 100\pi t\ \ (V)$.
نصلهما لدارة تحوي فرعين يحوي الأوّل مقاومة صرفة يمرُّ فيها تيار شدّته المنتجة $4\ A$، ويحوي الفرع

الثانـي وشـيعة يمرُّ فيها تيار شدته المنتجة $5\ A$ ، فيمر في الدارة الخارجية التيار شدته المنتجة $7\ A$.

والمطلوب حساب:

1) التوتر المنتج بين طرفي المأخذ، وتواتر التيار.

2) قيمة المقاومة الصرفة، وممانعة الوشيعة.

3) عامل استطاعة الوشيعة.

4) الاستطاعة الكلية المستهلكة في الدارة، وعامل استطاعة الدارة.

المسألة الرابعة:

يعطى تابع التوتر اللحظي بين طرفي مأخذ بالعلاقة:

$$\bar{u} = 120\sqrt{2}\cos 120\pi t \quad (V)$$

1) احسب التوتر المنتج بين طرفي المأخذ وتواتر التيار.

2) نضع بين طرفي المأخذ مقاومة صرفة، فيمرُّ تيار شدته المنتجة $6\ A$. احسب قيمة المقاومة الصرفة، واكتب تابع الشدة اللحظية المارة فيها.

3) نصل بين طرفي المقاومة في الدارة السابقة وشيعة عامل، استطاعتها $\frac{1}{2}$ فيمر في الوشيعة تيار شدّته المنتجة $10\ A$. احسب ممانعة الوشيعة والاستطاعة المستهلكة فيها، ثمَّ اكتب تابع الشدة اللحظية المارة فيها.

4) احسب قيمة الشدة المنتجة في الدارة الأصلية باستخدام إنشاء فرينل.

5) احسب الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في جملة الفرعين، وعامل استطاعة الدارة.

المسألة الخامسة:

مـأخذ تيـار متنـاوب جيبي، تواتُره $50\ Hz$، نربط بين طرفيه الأجهزة الآتية على التسلسل: مقاومة أومية R، وشيعة مقاومتها الأومية مهملة ذاتيتها L، مكثفة سعتها $C = \frac{1}{2000\pi}\ F$

فيكون التوتر المنتج بين طرفي كلٍّ من أجزاء الدارة هو على الترتيب:

$U_{eff_1} = 30\ V$ ، $U_{eff_2} = 80\ V$ ، $U_{eff_3} = 40\ V$. المطلوب:

1) استنتج قيمة التوتر المنتج الكلي بين طرفي المأخذ باستخدام إنشاء فرينل.

2) احسب قيمة الشدة المنتجة المارة في الدارة، واكتب التابع الزمني لتلك الشدة.

3) احسب الممانعة الكلية للدارة.

4) احسب ذاتية الوشيعة، واكتب التابع الزمني للتوتر بين طرفيها.

5) احسب عامل استطاعة الدارة.

6) نضيف إلى المكثّفة في الدارة السابقة مكثفة C' مناسبة فتصبح الشدة المنتجة للتيار بأكبر قيمة لها، **والمطلوب:**

A) حدّد الطريقة التي تمَّ بها ضمُّ المكثفتين.

B) احسب سعة المكثفة المضمومة C' .

C) احسب الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في الدارة في هذه الحالة.

المحوّلة الكهربائيّة
The Electric Transformer

الأهداف التعليميّة

يُتوقّع من الطالب في نهاية الدرس أن يكون قادراً على أن:

- يصف المحوّلة.
- يشرح عمل المحوّلة.
- يستنتج العلاقاتِ في المحوّلات.
- يتعرّف المحوّلات الرافعة للتوتّر والخافضة للتوتر.
- يتعرّف استخدامات المحوّلات.
- يثمّن أهميَّة المحوّلات في الحياة العملية.

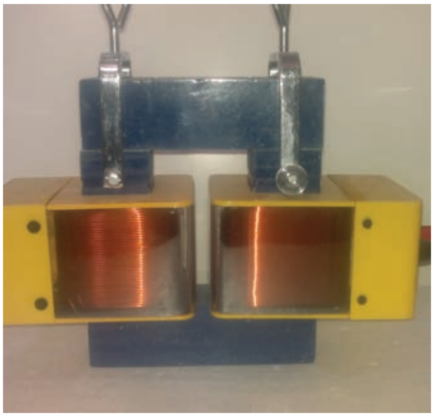
المصطلحات

عربي	إنكليزي
محوّلة	*Transformer*
محوّلة رافعة للتوتر	*Step-up Transformer*
محوّلة خافضة للتوتر	*Step-Down Transformer*
محوّلة مثالية	*Ideal Transformer*
وشيعة أوليّة	*Primary Coil*
وشيعة ثانويّة	*Secondary Coil*
دارة أوليّة	*Primary Circuit*
دارة ثانويّة	*Secondary Circuit*
استطاعة الدخل	*Input Power*
استطاعة الخرج	*Out pout Power*
تيارات فوكو (التيارات الدواميّة)	*Eddy Currents*
المردود	*Efficiency*
النواة الحديدية	*Iron Core*
منبع الطاقة	*Power Supply*
مولّد	*Generator*

هل يمكنك تفسير ما يأتي:

- توجد محوّلات لرفع التوتّر عند محطّات توليد الطاقة الكهربائية وأخرى لخفضه في مناطق الاستخدام.
- يُستخدمُ محوّلاً خاصاً لشحن جهاز الهاتف النقّال (الموبايل)؛ حيث لا يمكن وصله بمأخذ تيار المدينة مباشرة، يقوم هذا المحوّل بجزء من عمله على خفض التوتر (كعامل أمان).

1- وصف المحوّلة الكهربائية وعملها:



الشكل (1)
المحولة الكهربائية ذات النواة الحديدية المغلقة

تعريفها ووصفها:

المحوّلة هي جهاز كهربائي يعمل على رفع أو خفض التوتّر والتيار المنتجين المتناوبين دون أن يغير من الاستطاعة المنقولة وتواتر التيار، وهي من أهمِّ تطبيقات الدارات الكهربائية المترابطة التي تعمل على حادثة التحريض الكهرطيسي.

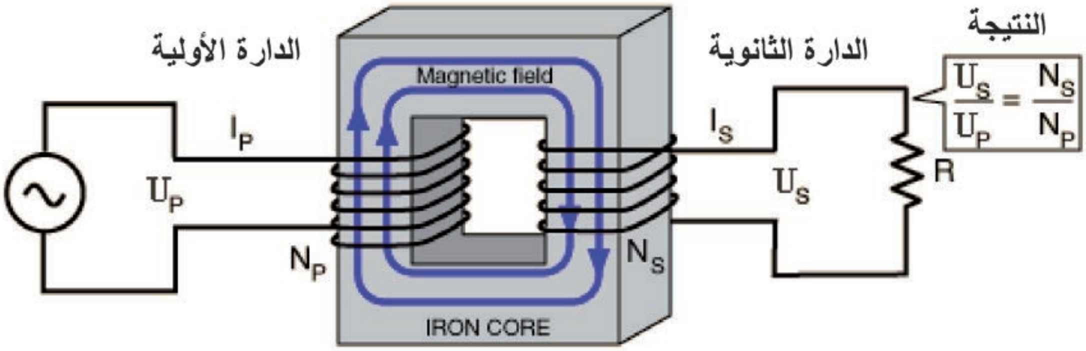
تتألّف المحوّلة من وشيعتين مصنوع كلٍّ منهما من سلك ناقل مغلف بعازل وملفوفتين على نواة من الحديد الليّن (المطاوع) كما في الشكل (1)، تُدعى الوشيعة المتّصلة بمأخذ التيار بالوشيعة الأوليّة، وتسمّى دارتها بالدارة الأوليّة، أما الوشيعة الأخرى المتّصلة بجهاز كهربائي (يدعى بالحمولة)، فتدعى وشيعة ثانوية، وتسمّى دارتها بالدارة الثانوية.

يختلف دائماً عددُ اللفات بين الوشيعتين الأوليّة والثانوية للمحوّلة، حيث تصنع الوشيعة ذات عدد اللفات الأقل من سلك ذي مقطع أكبر من مقطع سلك الوشيعة الأخرى ذات عدد اللفات الأكثر.

عملها:

عند تطبيق توتّر متناوب جيبي U_p بين طرفي الوشيعة الأوليّة، يمرّ تيار متناوب جيبي I_p في هذه

الوشيعة، يؤدّي بدوره إلى نشوء حقل مغناطيسي متناوب تتدفّق جميع خطوطه تقريباً عبر النواة الحديدية المغلقة (وذلك بسبب النفوذية المغناطيسية الكبيرة جداً للحديد مقارنة مع النفوذية المغناطيسية للخلاء)، لتعبُرَ الوشيعة الثانوية؛ الأمر الذي يؤدّي إلى توليد قوة محركة كهربائية متحرّضة تساوي التوتر المتناوب المتحرّض U_S بإهمال مقاومة أسلاك الوشائع في المحولة، وتيار متناوب متحرّض I_S في الوشيعة الثانوية له تواتر التيار المرسل في الوشيعة الأولية.



الشكل (2)

رسم تخطيطي لدارتي المحولة: الأولية والثانوية تحوي حمولة

2- العلاقات الكميّة للمحوّلة الكهربائيّة:

بفرض U_P التوتر اللحظي بين طرفي الدارة الأولية، وفي لحظة ما يكون التدفق المغناطيسي الناتج عن مرور التيار في دارة الأولية Φ ، ومقاومة الدارة الأولية R_P.

تكون القوة المحرّكة المتحرّضة المتولّدة فيها:

$$\varepsilon_P = -N_P \frac{d\Phi}{dt} \quad ..... (1)$$

حيث N_P عدد لفات الدارة الأولية، وبتطبيق قانون أوم بين طرفي الوشيعة في الدارة الأولية:

$$U_P = R_P I_P - \varepsilon_P \quad ..... (2)$$

$$U_P = R_P I_P + N_P \frac{d\Phi}{dt} \quad ..... (3)$$

وبفرض U_S التوتر اللحظي بين طرفي الدارة الثانوية، والتدفق المغناطيسي الناتج في دارة الثانوية Φ التي مقاومتها R_S. يمر فيها تيار I_S

تكون القوة المحرّكة المتحرّضة المتولّدة فيها:

$$\varepsilon_S = -N_S \frac{d\Phi}{dt} \quad ..... (4)$$

حيث N_S عدد لفات الدارة الثانوية، وبتطبيق قانون أوم بين طرفي الوشيعة في الدارة الثانوية:

$$U_s = R_S I_S + N_S \frac{d\Phi}{dt} \quad ..... (5)$$

وباعتبار أنّ التدفق نفسه في الدارتين الأولية والثانوية، وبما أنّ R_P ، R_S صغيرتان يمكن إهمال الحدّ $R_P I_P$ بالنسبة إلى U_P والحدّ $R_S I_S$ بالنسبة إلى U_S ويكون:

$$U_P = N_P \frac{d\Phi}{dt} \quad ..... (6)$$

$$U_s = N_s \frac{d\Phi}{dt} \quad ..... (7)$$

بقسمة العلاقة (7) على العلاقة (6) نجد:

$$\frac{U_S}{U_P} = \frac{N_S}{N_P} = \mu$$

تسمى μ نسبة التحويل.

يمكن تطبيق هذه العلاقة على القيم الأعظمية والمنتجة للتوتر.

$$\mu = \frac{U_{eff_s}}{U_{eff_p}} = \frac{N_s}{N_p} \quad ..... (8)$$

تسمّى العلاقة (8) معادلة المحوّلة.

- تكون المحوّلة رافعة للتوتّر: عندما $\mu > 1$ وهذا يكافئ بحسب العلاقة (3) أنّ: $U_{eff_s} > U_{eff_p}$، وبما أن عدد اللفات للوشيعتين يتناسب طرداً مع التوتر المنتج المطبق بين طرفي كلٍّ منهما يكون: $N_s > N_p$.
- تكون المحوّلة خافضة للتوتّر: عندما $\mu < 1$ وهذا يكافئ:

  $U_{eff_s} < U_{eff_p}$، $N_s < N_p$.
- تكون الاستطاعة في الدارة الأولية $P_{eff_p} = I_{eff_p} U_{eff_p}$ مساوية للاستطاعة في الدارة الثانوية $P_{eff_s} = I_{eff_s} U_{eff_s}$ عندما تكون المحولة مثالية حيث لا ضياع في الطاقة بشكل حراري في أسلاك الوشيعتين ضمن المحوّلة. أي يمكن من أجل المحولة المثالية كتابة العلاقة الآتية:

$$I_{eff_P} U_{eff_P} = I_{eff_s} U_{eff_s}$$

$$\frac{I_{eff_P}}{I_{eff_s}} = \frac{U_{eff_s}}{U_{eff_P}} \quad ..... (9)$$

بمقارنة العلاقتين (8) و(9) ينتج:

$$\frac{I_{eff_P}}{I_{eff_s}} = \frac{N_s}{N_P} = \mu \;\; ..... \; (10)$$

وهنا نجد أنَّ عدد اللفات للوشيعتين يتناسب عكساً مع الشدة المنتجة المارة في كل منهما.

مردود المحولة الكهربائية:

يُعرّف مردود المحولة الكهربائية أنّه النسبة بين الاستطاعة المفيدة إلى الاستطاعة المتولدة (الكلية)، ويُعطى بالعلاقة:

$$\eta = \frac{P_s}{P_p} \;\; ..... \; (11)$$

حيث: P_p الاستطاعة المتوسطة المقدمة من مأخذ التيار (المتولدة) إلى الوشيعة الأوليّة للمحولة.

P_S الاستطاعة المتوسطة التي نحصل عليها من الوشيعة الثانوية (المفيدة) لهذه المحوّلة.

η مردودالمحوّلة.

$$P_S = P_p - P' \;\; ..... \; (12)$$

حيث أنّ $P' = R\, I_{eff}^2$ تمثّل الاستطاعة الضائعة حرارياً بفعل جول في المحوّلة. نعوّض عن P_S في العلاقة (11) فنجد:

$$\eta = \frac{P_P - P'}{P_P} \quad \Rightarrow$$

$$\eta = 1 - \frac{P'}{P_P} \Rightarrow$$

$$\eta = 1 - \frac{R\, I_{eff}^2}{P_P}$$

$$\eta = 1 - \frac{R\, I_{eff}^2}{U_p I_{eff}}$$

$$\eta = 1 - \frac{R\, I_{eff}}{U_p} \;\; ..... \; (13)$$

لكي يقترب المردود من الواحد ينبغي أن تكون الاستطاعة الضائعة حرارياً P' صغيرة، ويؤدّي هذا عملياً بجعل أسلاك الوشيعة ذات مقاطع كبيرة لإنقاص مقاومتها الأمر الذي يجعل الكلفة المادية كبيرة لذلك نلجأ إلى تكبير U_P بوضع محولة رافعة للتوتر.

ويكون فقد الطاقة للمحولة المثالية مساوياً الصفر، وبذلك فإنّ الاستطاعة الكهربائية الأوليّة تساوي نظيرتها الثانوية، أي:

$$P_p = P_s$$

ويكون المردود في هذه الحالة $\eta = 1$ ، وهي حالة مثالية لا يمكن الوصول إليها عملياً، حيث يتراوح مردود المحولات في التطبيقات العملية ما بين 90% و 99% .

المحوّلة ونقل الطاقة الكهربائية:

نستطيع الآن فهم فائدة المحوّلات عند نقل الطاقة الكهربائية عبر مسافات طويلة، حيث توضع محولة رافعة للتوتر عند محطة توليد الطاقة الكهربائية، وبالتالي تخفّض التياربحسب العلاقة (5)، بحيث تنقص الاستطاعة الضائعة بفعل جول في خطوط (كابلات) نقل التوتّر، وذلك بحسب العلاقة:

$$P' = R\, I_{eff}^2$$

يُرفع التوتّر في الواقع إلى حوالي ($66000\ V$) في محطات توليد الطاقة الكهربائية في سوريا، ويكون ذلك باستخدام محولة رافعة للتوتر، ثمَّ يخفّض على مراحل إلى $110\ V$ أو $220\ V$ في سوريا، وهما قيمتا التوتر اللازمتان للاستخدامات المدنية للمستهلكين.

من الواضح أنّه كلما رفعنا التوتّر انخفض التيار، وانخفضت معه الاستطاعة الضائعة P' في خطوط النقل، الأمر الذي يدفع إلى التفكير بصناعة محولات رافعة أكثر وأكثر!

ولدينا عملياً حدٌّ أعلى للتوتّرات التي يمكن نقلها عبر خطوط التوتّر؛ حيث تؤدي التوتّرات العالية جداً إلى تأيّنٍ في جزيئات الهواء المحيطة بخطوط النقل إلى درجة يصبح معها الهواء ناقلاً (موصلاً) للتيار إلى الأرض أو المنشآت المجاورة، وسيؤدّي ذلك إلى أذية فعلية لأي كائن حي، ومن أجل أن لا يحصل انتقال للتيار إلى الأبراج المعدنية الحاملة لخطوط التوتّر، تستخدم عوازل طويلة للإبقاء على خطوط التوتّر بعيدة عن هذه الأبراج المعدنية، كما يحافظ أيضاً على مسافات كبيرة نسبياً بين خطوط التوتّر لضمان عدم التلامس فيما بينها؛ لأنّها في حال تلامست سيتضاعف التوتّر فيها.

خفض التوتر الكهربائي:

تستعمل المحولات خافضة التوتر رافعة الشدة في الألعاب الكهربائية التي يخفض فيها التوتر للأمان من $220\ Volt$ حتى $(12)\ Volt$ أو(9) أو(6)، وفي عمليات اللحام الكهربائي؛ حيث يسبّب تيار الوشيعة الثانوية الذي شدّته من رتبة عدة مئات من الأمبيرات انصهاراً محلياً بفعل جول التحامَ الصفيحتين، كما يستخدم في أفران الصهر.

أسئلة وتدريبات

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية:

1- ما فائدة نقل الطاقة الكهربائية بتوتّر عالٍ؟

2- لماذا لا تنقل الطاقة الكهربائية عبر المسافات البعيدة بواسطة تيار متواصل؟

3- ما العوامل التي تمنع من تجاوز قيمة عظمى معينة للتوتّر في خطوط النقل البعيد للطاقة الكهربائية؟

4- لماذا تُنقل الطاقة الكهربائية بتوتّر عدة آلاف من الفولتات لتنخفض بعدها إلى $220\ V$ من أجل الاستهلاك المنزلي؟

5- هل تعمل المحوّلة إذا وصلت وشيعتها الأوليّة إلى مدخرة (بطارية)؟ ولماذا؟

6- تستخدم المحوّلات لنقل الطاقة الكهربائية للتيار المتناوب من مركز توليدها إلى مكان استخدامها. استنتج العلاقة المحدّدة لمردود هذا النقل، ثمَّ بيّن كيف يُحسن المردود، ويُجعل قريباً من الواحد.

7- اشرح عمل المحولة الكهربائية، واستنتج العلاقة التي تعطي التوتر المنتج بين طرفي دارتيها بدلالة عدد اللفات.

ثانياً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى:

يطبق بين طرفي الوشيعة الأوليّة لمحولة توتّراً، قيمته المنتجة (الفعالة) $U_{eff.p} = 8\ kV$، ونحصل من طرفي الوشيعة الثانوية على توتّر، قيمته المنتجة $U_{eff.s} = 120\ V$ المطلوب:

1. ما نوع هذه المحوّلة، أرافعة أم خافضة للتوتّر؟
2. ما نسبة التحويل؟
3. إذا كانت الاستطاعة الوسطى المستهلكة في الوشيعة (معدل استهلاك الطاقة الكهربائية) $36\ kW$، فما شدّة التيار الفعالة في الوشيعة الأوليّة والوشيعة الثانوية؟
4. ما قيمة المقاومة الأومية في الوشيعة الثانوية؟

المسألة الثانية:

يبلغ عدد لفات أولية لمحولة 100 لفة، وفي ثانويتها 300 لفة، والتوتر اللحظي بين طرفي الثانوية يعطى بالمعادلة: $u_s = 120\sqrt{2}\cos(100\pi)t \quad (Volt)$

والمطلوب:

1. أرافعةٌ المحوّلة للتوتّر أم خافضة؟ ولماذا؟
2. احسب التوتر المنتج بين طرفي الثانوية.
3. نصل طرفي الدارة الثانوية بمقاومة صرف $30\ \Omega$ ، احسب الشدة المنتجة للتيار في دارة الثانوية والأولية.
4. نصل على التفرّع مع طرفي المقاومة السابقة وشيعة مهملة المقاومة، فتصبح الشدة المنتجة الكلية في الدارة الثانوية $5\ A$:
   - A- احسب الشدة المنتجة للتيار في فرع الوشيعة باستخدام إنشاء فرينل.
   - B- اكتب تابع الشدة اللحظية للتيار في فرع الوشيعة.
   - C- احسب ذاتية الوشيعة.
   - D- احسب الاستطاعة المتوسطة في جملة الفرعين.

المسألة الثالثة:

يبلغ عدد الحلقات في أولية محولة $(N_P=125)$ حلقة وفي ثانويتها $(N_S=375)$ حلقة. نطبق بين طرفي الدارة الأولية توتراً منتجاً $10\ V$. نصل طرفي الدارة الثانوية بمقاومة صرف R مغموسة في مسعر يحوي $600\ g$ من الماء، معادله المائي مهمل، فترتفع درجة حرارته $2.16\ ^\circ C$ خلال دقيقة واحدة.

- A- احسب قيمة المقاومة R .
- B- احسب الشدتين المنتجتين في دارتي المحولة بفرض أنَّ مردودَها يساوي الواحد.

الدرس الخامس

الدارة المهتزّة والتيارات العالية التواتر
Vibration Circuit and High Frequency Current

الأهداف التعليميّة

يُتوقّع من الطالب في نهاية الدرس أن يكون قادراً على أن:

- يتعرّف الدارة المهتزّة.
- يقوم بتجارب على الدارات المهتزّة.
- يستنتج علاقاتِ التفريغ المهتزّ.
- يتعرّف التيارات عالية التواتر: توليدها وخواصّها وتطبيقاتها.

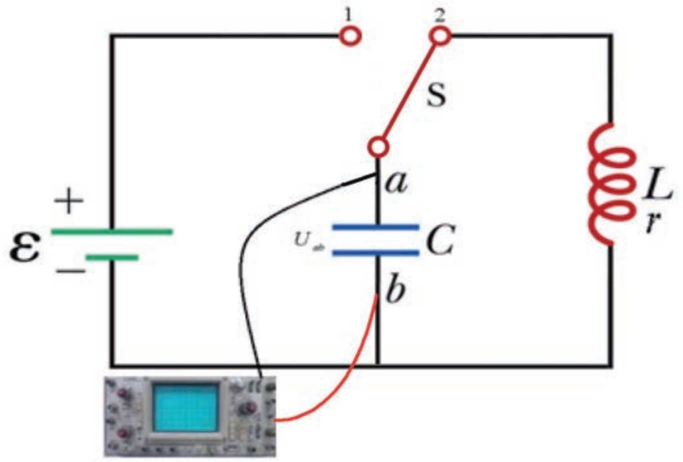
المصطلحات

عربي	إنكليزي
التفريغ المهتز	*Vibrational Discharge*
التفريغ الدوري	*Periodic Discharge*
التفريغ شبه الدوري	*Pseudo - Periodic Discharge*
التفريغ اللادوري	*Apseudo - Periodic Discharge*
التخامد	*Damping*
تومسون	*Thompson*
الحقل الكهربائي	*Electric Field*
الحقل المغناطيسي	*Magnetic Field*
الاهتزاز الحرّ	*Free Oscillation Vibration*
دارة مهتزة	*Resonant Circuit*

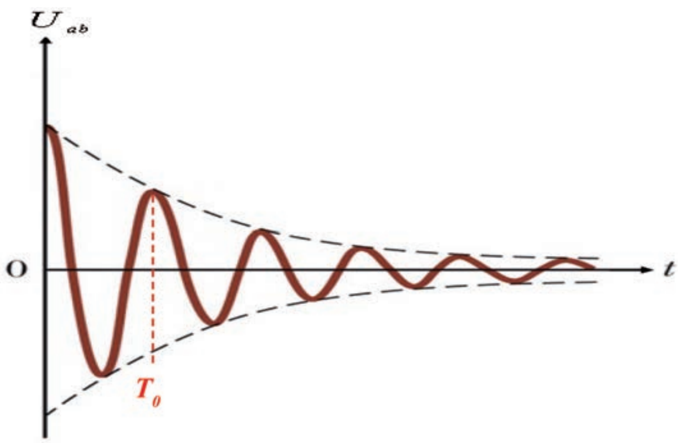
هل تساءلت يوماً كيف تبث الإذاعة والتلفزيون إرسالها؟ ولماذا لا تتأثر أجسامنا بهذا الإرسال؟ وكيف يصل هذا الإرسال إلى الأماكن البعيدة؟

دارة الاهتزاز الكهربائي:

- نشكّل دارة مهتزّة تتألف من مولّد قوته المحرّكة الكهربائية ε، ومكثفة سعتها C، ووشيعة ذاتيتها L مقاومتها r وقاطعة دوّارة S.
- نصل لبوسي المكثفة براسم اهتزاز مهبطي كما في الشكل.
- تُشحن المكثفة عندما تلامس القاطعة الدوّارة الوضع (1) فتختزن طاقة كهربائية (تظهر بقعة ضوئية على شاشة الراسم).
- عندما تلامس القاطعة الوضع (2) تتفرّغ شحنة المكثفة عبر الوشيعة، ويظهر على شاشة راسم الاهتزاز المنحني البياني للتوتر بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن أثناء تفريغ شحنتها على شكل تفريغ دوري متناوب متخامد تتناقص فيه سعة الاهتزاز حتى تبلغ الصفر.



الشكل (1)
رسم تخطيطي لدارة التفريغ المهتز، وراسم الاهتزاز يوضّح هذا التفريغ



الشكل (2)
تفريغ دوري متخامد

لذا نقول إن الاهتزازات الحاصلة هي اهتزازات خاصة (حرّة) متخامدة؛ لأنّها لا تتلقّى طاقة من المولد.

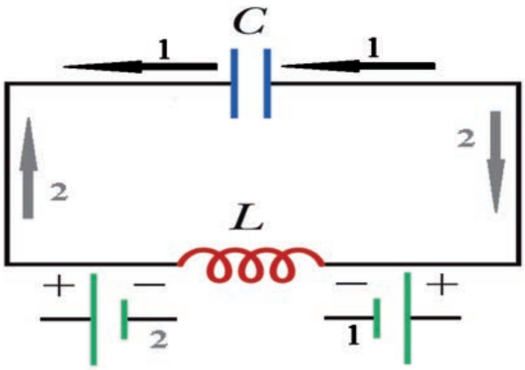
نسمّي الدارة المؤلفة من (C، L، R) ذات المقاومة الصغيرة بالدارة المهتزّة الحرّة المتخامدة والاهتزاز هنا للإلكترونات الحرّة في الدارة والذي ينتج عن تغيرات دورية في التوتر والتيار.

ويكون زمنُ التفريغ T_0 ثابتاً، وبما أنّ سعة الاهتزاز متناقصة؛ لذلك نُسمّي هذا الزمن بشبه الدور.

تبادل الطاقة بين المكثّفة والوشيعة:

- تبدأ المكثّفة بتفريغ شحنتها في الوشيعة فيزداد تيار الوشيعة ببطء حتى يصل إلى قيمة عظمى في نهاية ربع الدور الأول من التفريغ عندما تفقد المكثفة كلَّ شحنتها، فتختزن الوشيعة طاقة كهرطيسية $E_L = \frac{1}{2} L I^2$ ، ثم يقوم تيار الوشيعة بشحن المكثفة حتى ينعدم فتختزن المكثفة طاقة كهربائية $E = \frac{1}{2} \frac{q_{max}^2}{C}$ أقلَّ ممّا كانت عليه في ربع الدور الأول. وهذا يتحقّق في نهاية نصف الدور الأول.

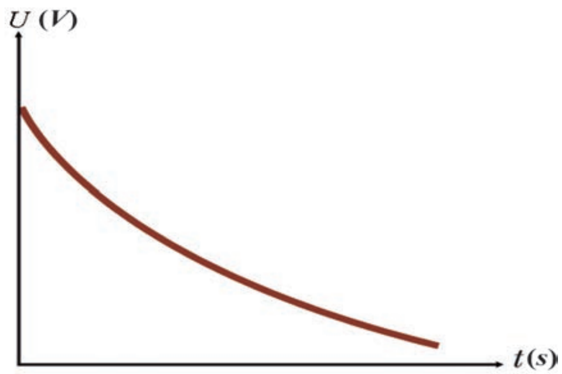
- أما في نصف الدور الثاني: تتكرّر عمليتا الشحن والتفريغ في الاتجاه المعاكس نظراً لتغيّر شحنة اللبوسين، ويتم تبادل الطاقة بين المكثفة والوشيعة، وبسبب المقاومة الصغيرة للوشيعة سوف تتبدّد الطاقة تدريجياً على شكل طاقة حرارية بفعل جول ممّا يؤدّي إلى تخامد الاهتزاز.



الشكل (3)
تعمل الوشيعة عمل مولد على التضاد عند التفريغ وعلى التسلسل عند معاودة شحن المكثفة

دراسة تأثير مقاومة متغيرة على التفريغ المهتزّ:

نصل مع الوشيعة في دارة الاهتزاز الكهربائي على التسلسل مقاومة متغيرة، فنجد أنّه كلما زدنا قيمة المقاومة يصبح تخامد الاهتزاز أشدّ، وإذا بلغت المقاومة قيمة كبيرة يظهر على شاشة الراسم المنحني البياني الموضّح في الشكل جانباً.



الشكل (4)
التفريغ اللادوري في حالة المقاومة كبيرة

إنّ الطاقة التي تعطيها المكثفة إلى الوشيعة والمقاومة تتحوّل إلى حرارة بفعل جول في المقاومة، ونُسمّي عندئذٍ التفريغ لا دوري حيث تتبدّد كامل طاقة المكثفة دفعة واحدة أثناء تفريغ شحنتها الأولى عبر الوشيعة ومقاومة الدارة، وتعمل المكثفة عندئذٍ عمل مولد تيار متواصل حيث تنتقل الإلكترونات من لبوس إلى آخر لتعدّل شحنته فيمرّ تيّار شدته العظمى تتعلّق بقيمة المقاومة المتغيّرة.

إذاً: في الدارة $(R، L، C)$:

1. المقاومة كبيرة بشكل كافٍ يكون التفريغ لا دورياً باتجاه واحد.

2. المقاومة صغيرة يكون التفريغ متناوباً دورياً متخامداً باتجاهين شبه الدور T_0.
3. إذا أهملنا المقاومات أو عوّضنا عن الطاقات الضائعة. في هذه الحالة نرى أنّ التفريغ يصبح متناوباً جيبياً سعة الاهتزاز فيه ثابتة، ودوره الخاص T_0، وهذه حالة مثالية.

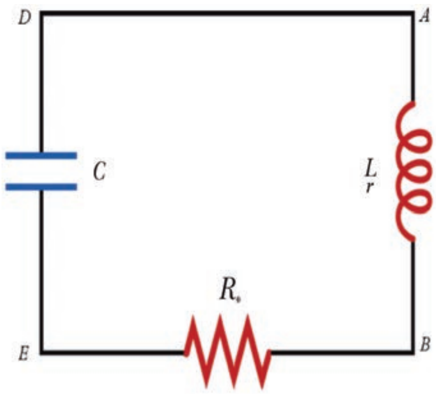
الدراسة التحليليّة للدارة $(R \text{ ، } L \text{ ، } C)$:

المعادلة التفاضليّة للدارة:

نشكل دارة كهربائية تحتوي على التسلسل وشيعة (L ،r) ومكثفة مشحونة، سعتها C، ومقاومة R_0 حسب الشكل.

باختيار اتجاه موجب للتيار الكهربائي وإهمال مقاومة أسلاك التوصيل، يمكن أن نكتب في أي لحظة:

$$u_{AB} + u_{BE} + u_{ED} + u_{DA} = 0 \quad ....(1)$$



الشكل (5)
دارة تفريغ تحوي مقاومة

ولكن: $u_{DA} = 0$ لإهمـال مقاومة أسـلاك التوصيل

$u_{ED} = \frac{q}{C}$ التوتر بين طرفي المكثفة.

$u_{BE} = R_0 i$ التوتر بين طرفي المقاومة.

$u_{AB} = L(i)'_t + r\,i$ التوتر بين طرفي الوشيعة.

نعوض في (1)، فنجد:

$$L(\overline{i})'_t + r\,\overline{i} + R_0\,\overline{i} + \frac{\overline{q}}{C} = 0$$

ولكن: $i = (\overline{q})'_t$

وباعتبار $R = R_0 + r$

نعوض، فنجد:

$$L\,(\overline{q})''_t + R\,(\overline{q})'_t + \frac{1}{C}\,\overline{q} = 0 \quad ....(2)$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية تصف اهتزاز الشحنة الكهربائية في دارة كهربائية تحتوي على $(R \text{ ، } L \text{ ، } C)$.

الاهتزازات الحرّة في الدارة الكهربائية $(L \text{ ، } C)$:

يمكن إيجاد المعادلة التفاضلية في دارة مهتزة $(L \text{ ، } C)$ بتعويض $R = 0$ في المعادلة (2) نجد:

$$L\,(\overline{q})''_t + \frac{1}{C}\,\overline{q} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$(\overline{q})''_t = -\frac{1}{LC}\,\overline{q} \quad ....(3)$$

وهي معادلة تفاضلية من المرتبة الثانية بالنسبة لـ $\overline{q}$ تقبل حلاً جيبياً من الشكل:

$$\overline{q} = \overline{q}_{max}\cos(\omega_0 t + \overline{\varphi}) \quad ....(4)$$

حيث: q_{max}: الشحنة العظمى للمكثفة.

ω_0: النبض الخاص.

$\overline{\varphi}$: الطور الابتدائي في اللحظة $t = 0$.

$(\omega_0 t + \overline{\varphi})$: طور الحركة في اللحظة t .

عبارة الدور الخاص للاهتزازات الحرّة غير المتخامدة:

نشتق المعادلة (4) مرتين بالنسبة للزمن نجد:

$$(\overline{q})'_t = -\omega_0 q_{\max} \sin(\omega_0 t + \overline{\varphi})$$

$$(\overline{q})''_t = -\omega_0^2 q_{\max} \cos(\omega_0 t + \overline{\varphi})$$

$$(q)''_t = -\omega_0^2 q$$

بالموازنة مع المعادلة (3) نجد:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\Rightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

ولكن:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

نعوض عن ω_0 فنجد:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} \quad \ldots\ldots\ (5)$$

وهي عبارة الدور الخاص للاهتزازات الكهربائية الحرة غير المتخامدة، وتُسمّى علاقة تومسون.

حيث:

T_0 دور الاهتزازات الكهربائية، ويقدّر بالثانية s في الجملة الدولية.

L ذاتية الوشيعة، وتقدّر بوحدة الهنري *Henry* في الجملة الدولية.

C سعة المكثفة وحدتها في الجملة الدولية الفاراد F.

عبارة شدة التيار الكهربائي في الدارة المهتزة:

يعطى تابع الشحنة بالعلاقة:

$$\overline{q} = q_{\max} \cos(\omega_0 t + \overline{\varphi})$$

باختيار مبدأ الزمن بشكل مناسب تكون $\varphi = 0$ فيكون تابع الشحنة بشكله المختزل:

$$\overline{q} = q_{\max} \cos \omega_0 t$$

وبما أن:

$$\overline{i} = (\overline{q})'_t \quad \ldots\ldots\ (6)$$

تصبح شدة التيار: $\bar{i} = -\omega_0 q_{\max} \sin \omega_0 t$

$$\bar{i} = \omega_0 q_{\max} \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right) \quad ..... (7)$$

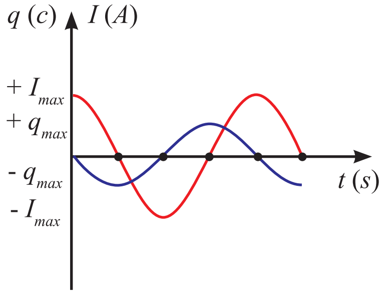
نلاحظ أن تابع شدة التيار الكهربائي متقدّمٌ بالطور عن تابع الشحنة بمقدار $\frac{\pi}{2}$

سؤال:

انظر إلى الرسم البياني للتابعين (الشدة والتوتر بدلالة الزمن)

ماذا تستنتج؟

- عندما تكون شحنة المكثّفة عظمى تنعدم شدة التيار في الوشيعة.
- عندما تكون الشدة عظمى في الوشيعة تنعدم شحنة المكثفة.
- تابع الشدة على ترابع متقدّم بالطور مع تابع الشحنة.



الشكل (6)
مخطط ضابط الطور للشحنة والتيار

الطاقة في الدارة الكهربائية المهتزة (الهزازة الكهربائية):

الطاقة الكلية في دارة مهتزّة هي مجموع طاقة المكثّفة، وطاقة الوشيعة

الطاقة الكهربائية المختزنة في المكثفة: $E_C = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ ..... (8).

الطاقة الكهرطيسية المختزنة في الوشيعة: $E_L = \frac{1}{2} L i^2$ ..... (9).

الطاقة الكلية في الدارة المهتزّة تساوي مجموع هاتين الطاقتين أي: $E = E_C + E_L$ ..... (10)

نعوض:

$$E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L i^2 \quad ..... (11)$$

ولكن:

$$\bar{q} = q_{\max} \cos(\omega_0 t)$$

$$\bar{i} = -\omega_0 q_{\max} \sin(\omega_0 t)$$

نعوض نجد:

$$E = \frac{1}{2}\frac{q_{\max}^2}{C}\cos^2 \omega_0 t + \frac{1}{2} L \omega_0^2 q_{\max}^2 \sin^2 \omega_0 t \quad ..... (12)$$

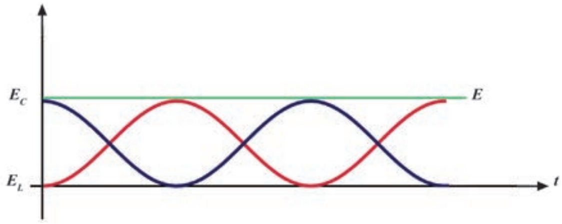
ولكن:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC} \quad ..... (13)$$

بالتعويض والاختصار نجد:

$$E = \frac{1}{2}\frac{q_{\max}^2}{C} = \boldsymbol{const} \quad ..... (14)$$

وبالطريقة نفسها نصل إلى **العلاقة:** $E = \frac{1}{2} L I_{\max}^2 = \boldsymbol{const}$ ..... (15)



الشكل (7) يوضّح تغيرات E_C مع الزمن وتغيرات E_L مع الزمن.

الطاقة الكلية لدارة تحتوي مكثفة وذاتية صرف (ليس لها مقاومة) ثابتة تساوي طاقة المكثفة المشحونة العظمى، وكذلك تساوي طاقة الوشيعة العظمى. أي أنّه في دارة مهتزة $(L ،C)$ في أثناء التفريغ تتحول الطاقة بشكل دوري من طاقة كهربائية في المكثفة إلى طاقة كهرطيسية في الوشيعة وبالعكس ولكن المجموع $E = E_C + E_L$ يبقى ثابتاً.

نتيجة: الطاقة الكلية لدارة $(L ،C)$ مقدار ثابت في كل لحظة وتمثّل بخطٍّ مستقيم يوازي محور الأزمنة.

مثال محلول

نشحن مكثفة، سعتُها $C = 1\ \mu F$ بتوتُّر كهربائي $U'_{ab} = 100\ V$، ثمَّ نصلها في اللحظة $t = 0$ بين طرفي وشيعة ذاتيتها $L = 10^{-3}\ H$ ومقاومتها مهملة، والمطلوب حساب:

1- الشحنة الكهربائية q_{max} للمكثفة والطاقة الكهربائية المختزنة فيها عند اللحظة $t = 0$.

2- التواتر الخاص للاهتزازات الكهربائية المارة فيها.

3- شدة التيار الأعظمي I_{max} المار في الدارة.

الحـل:

1- حساب الشحنة الكهربائية:

$$q_{\max} = C\,U_{\max} = 1\times10^{-6}\times100 = 1\times10^{-4}\ C$$

حساب الطاقة الكهربائية المختزنة:

$$E = \frac{1}{2}\,C\,U^2_{\max} = \frac{1}{2}\times1\times10^{-6}\times(100)^2$$

$$E = 5\times10^{-3}\ J$$

2- حساب f_0:

$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{10^{-3}\times1\times10^{-6}}$$

$$T_0 \simeq 2\times10^{-4}\ s$$

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\times10^{-4}} = 5000\ Hz$$

3- حساب شدة التيار الأعظمي:

من التابع الزمني للشدة اللحظية:

$$i = \omega_0\, q_{max} \cos(\omega_0 t + \frac{\pi}{2})$$

$$I_{max} = \omega_0\, q_{max}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{2\pi}{2\times10^{-4}} = \pi\times10^4\ rad.s^{-1}$$

$$q_{max} = 1\times10^{-4}\ C$$

$$I_{max} = \pi\times10^4\times1\times10^{-4} = \pi = \sqrt{10}\ A$$

سؤال:

قارن بين اهتزازات جملة ميكانيكيّة حرّة وجملة كهربائيّة حرّة.

	الاهتزازات الخاصة (الحرة) الميكانيكية	الاهتزازات الخاصة (الحرة) الكهربائية
المعادلة التفاضلية	$(\bar{x})''_t + \frac{k}{m}\bar{x} = 0$	$(\bar{q})''_t + \frac{1}{LC}\bar{q} = 0$
الشكل العام للحل	$\bar{x} = X_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$	$\bar{q} = q_{max}\cos(\omega_0 t + \bar{\varphi})$
الدور الخاص	$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$
الطاقة الكلية	$E = \frac{1}{2}m v^2 + \frac{1}{2}k x^2$ أثناء اهتزاز الجسم تتحوّل الطاقة من طاقة كامنة إلى طاقة حركية، ويبقى مجموع الطاقتين للجملة الميكانيكية ثابتاً.	$E = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} + \frac{1}{2}L i^2$ أثناء اهتزاز الشحنات تتحوّل الطاقة من طاقة كهربائية إلى طاقة كهرطيسية، ويبقى مجموع الطاقتين للجملة الكهربائية ثابتاً.

التيّارات العالية التواتر:

وجدنا أنّ الدور الخاص للاهتزازات الكهربائية الحرة غير المتخامدة في دارة مهتزة يُعطى بالعلاقة:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{LC}$$

نلاحظ أنَّ دور التفريغ يزداد بزيادة كلٍّ من ذاتية الوشيعة L ، وسعة المكثّفة C.

فعندما نستخدم مكثفة سعتها صغيرة من رتبة $10^{-8}\ F$ موصولة مع وشيعة مهملة المقاومة ذاتيتُها صغيرة من رتبة $10^{-4}\ H$ ، نحصل على تيار عالي التواتر.

$$T_0 = 2\pi \sqrt{LC} = 2\pi \sqrt{10^{-8} \times 10^{-4}}$$

$$T_0 = 2\pi \times 10^{-6}\ s$$

$$f = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi \times 10^{-6}} = \frac{1}{2\pi} \times 10^{6}\ Hz$$

هل تعلم؟!

أنّه يمكن استخدام زجاجةٍ لايد سعتها $1 \times 10^{-9}\ F$ وذاتيتها $10^{-3}\ H$ نحصل على تيار عالي التواتر $16 \times 10^{4}\ Hz$

خصائص التيّارات عالية التواتر:

1- تُبدي الوشيعة ممانعة كبيرة للتيّارات عالية التواتر:

إنّ العلاقة التي تمثل ممانعة الوشيعة هي:

$$X_L = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \quad ..... (16)$$

إلام تؤول هذه العلاقة في تيارات عاليةِ التواتر؟

بما أنّ R صغيرة فإنّ R^2 تُهمل أمام $\omega^2 L^2$ فتؤول الممانعة إلى ردّية

$$X_L = \omega L = 2\pi f\ L \quad ..... (17)$$

ماذا نستنتج؟

إنّ ردية الوشيعة تتناسب طرداً مع تواتر التيار، وفي حالة التيّارات عالية التواتر، فإنّ ممانعة الوشيعة تكون كبيرة جداً.

تبدي الوشيعة ممانعة كبيرة جداً للتيّارات عالية التواتر إذا كانت الذاتية كبيرة فيمرُّ فيها تيار شدَّتُه المنتجة ضعيفة جداً.

2- تُبدي المكثفة ممانعة صغيرة للتيّارات عالية التواتر:

تعطى العلاقة التي تمثل ممانعة مكثفة بالشكل:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} \quad ..... (18)$$

وهي بدورها تساوي اتساعية مكثفة (الممانعة السعوية).

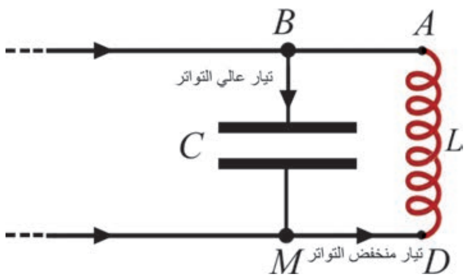
ماذا نستنتج؟

إنّ الممانعة تتناسب عكساً مع تواتر التيار، فهي صغيرة جداً في التيّارات عالية التواتر لذلك تُبدي المكثّفة سهولة لمرور هذه التيّارات.

تبدي المكثفة ممانعة صغيرة جداً للتيّارات عالية التواتر فيمرّ فيها تيار، شدَّتُه المنتجة كبيرة

كيف تُفصل التيّارات عالية التواتر عن التيّارات منخفضة التواتر؟

من الخاصتين السابقتين، نستطيع فصل تيار عالي التواتر عن تيار منخفض التواتر إذا تراكب التياران، فإذا تراكب تيار عالي التواتر مع تيار منخفض التواتر في الجزأين AB ، DM من دارة كهربائية تحوي وشيعة ذاتيتها L حسب الشكل، وأردنا فصلهما يكفي أن نضع بين النقطتين (BM) مكثّفة على التفرّع، فلا يمرّ في فرعها إلا التيار العالي التواتر، بينما يمرّ في الوشيعة التيار منخفض التواتر.



الشكل (8)
دارة على التفرع لفصل التيارات عالية التواتر عن منخفضة التواتر

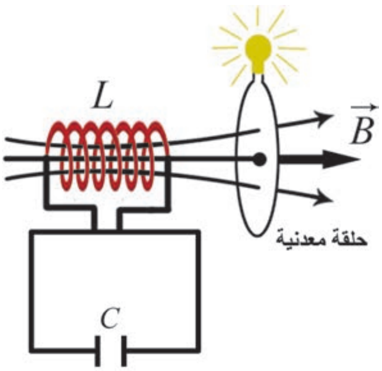
وهو ما يُستفاد منه في عملية استقبال الصوت والصورة في الإذاعة والتلفزيون.

3- للتيارات عالية التواتر آثار تحريضية:

A) تولد قوة محرّكة متحرّضة في دارة مجاورة:

نضع حلقة ناقلة تحوي مصباحاً صغيراً بالقرب من وشيعة دارة مهتزّة مغلقة حسب الشكل المجاور بحيث يكون سطحها موازياً لسطح حلقات الوشيعة فنشاهد توهج المصباح.

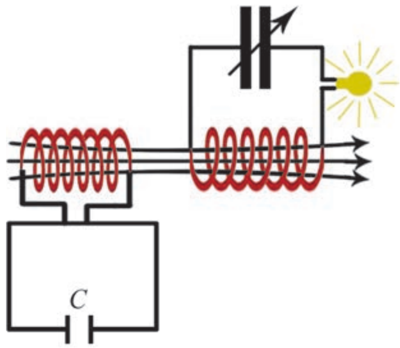
نعلل ذلك: بأنّ تياراً عالي التواتر قد سبب في الحلقة تغيراً في التدفق يولد قوة محرّكة متحرّضة تعمل على إضاءة المصباح **ويزداد الأثر التحريضي لهذه التيارات بزيادة تواترها.**



الشكل (9)
الأثر التحريضي للتيارات عالية التواتر

B) **التجاوب مع الدارات المهتزّة المجاورة (الاقتران):**

نؤلّف دارة مهتزّة مغذاة دورها T_0 نضع بجوارها دارة مهتزة مغلقة أخرى تحوي مكثّفة متغيّرة السعة ومصباحاً صغيراً بحيث يكون محور وشيعتها منطبقاً على محور وشيعة الدارة المهتزة الأولى حسب الشكل. نغيّر من سعة المكثفة حتى يضيء المصباح إضاءة عظمى، وذلك بسبب حدوث تجاوب كهربائي حاد بين الدارتين، ونقول إنّ الدارتين مقرونتان بالوشيعة.



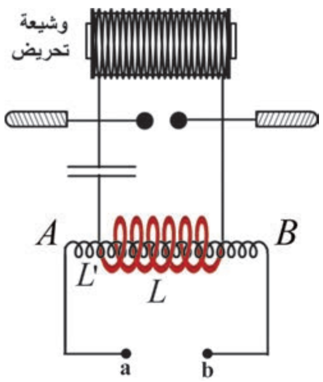
الشكل (10)
تتوضح حالة التجاوب أثناء الاقتران بين دارتي الاهتزاز من خلال شدة إضاءة المصباح

إنّ إضاءة المصباح تتغيّر إذا تغيّر الوضع النسبي للدارتين، وتكون إضاءة المصباح أشدّ ما يمكن إذا أحاطت إحدى الوشعتين بالأخرى حيث يمرّ تيّار بشدّة منتجة أكبر ما يمكن.

C) **محولة تسلا (الحصول على تيارٍ عالي التواتر والتوتر):**

نركّب دارة مهتزّة كما في الشكل تتألف من وشيعة عدد لفاتها قليل ذاتيتها L تحيط بوشيعة أخرى عدد لفاتها كبير لهما المحور نفسه، فتعمل الوشيعتان عمل محوّلة رافعة للتوتر لا تغير تواتر التيار الذي يجتازها، وبذلك نحصل على فرق كمون كبير جداً بين (a) و(b) تواترُه كبير أيضاً بين طرفي الوشيعة.

يسمّى الجهاز محولة تسلا، وهو منبع لتيار عالي التواتر والتوتر.



الشكل (11) محولة تسلا

من آثاره أنه يولّد بين طرفي الوشيعة $(A،B)$ حقلاً كهربائياً شديداً يسبب خفقان شرارات كهربائية بينهما أو يضيء مصباح نيون لا يلامسهما يوضع بجوار إحداهما.

D) **الظاهرة الجلدية:**

إن للتيارات عالية التواتر أثراً تحريضياً ذاتياً على الأسلاك التي تجتازها إذ أنّ الحقل المغناطيسي المتغير الناشئ عنها في مادة السلك يولد قوى محركة متحرضة ذاتية تعاكس التيار عالي التواتر، فلا تتحرك إلا الإلكترونات السطحية، وبالتالي يصغر السطح المفيد من مقطع السلك، فتزداد مقاومته، وتسمى هذه الظاهرة بالظاهرة الجلدية.

لذلك تكون خطوط نقل التيّار عالية التواتر على شكل كابلات خاصة يسهل فيها تحرّك الإلكترونات السطحيّة.

إنّ الظاهرة الجلدية لا تحدث للتيارات المنخفضة التواتر إلا إذا كانت مقاطع الأسلاك كبيرة.

مثال:

نأخذ صفيحة رقيقة من النيكل، عرضها من رتبة الميلميترات، ثخنها من رتبة $0.01\ mm$.

نمرّر فيها تياراً متواصلاً مناسباً، فيتوهّج سطحها بشكل متساوٍ وبأكملها تقريباً أما أطرافها فتظهر أقلّ توهُّجاً.

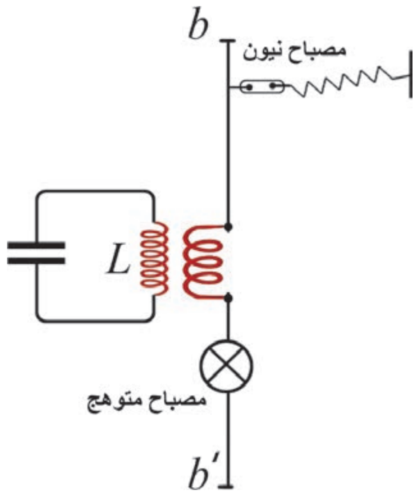
أما إذا مررنا تياراً متناوباً عالي التواتر مثلاً (10^7) هرتز وذا شدة ملائمة نلاحظ أنّ توهج أطرافها أكبر بكثير من سطحها.

4-التأثير الفيزيولوجي للتيارات عالية التواتر:

إنّ عضلات الإنسان لا تتأثر إلا بتغيرات الشدة ولا تستجيب لهذه التغيرات إلا بتأخر زمني قصير من رتبة 10^{-3} ، 10^{-4} ثانية فالأعصاب الحسية والحركية لا تتأثر بالاهتزازات الكهربائية إذا تجاوزَ تواترها 30000 هرتز مهما يكن توتُّرها.

5-انتشار التيارات عالية التواتر عبر النواقل:

حالة دارة مفتوحة:



الشكل (12) نستخدم مصباح النيون للكشف عن الكمون بينما المصباح المتوهج للكشف عن الشدة

نولد اهتزازاً كهربائياً عالي التواتر بواسطة دارة مهتزة حسب الشكل فيتولد تيار عالي التواتر في ناقل مستقيم معزول في نهايتيه حيث ينتشر الاهتزاز الإلكتروني فيه لينعكس حين يبلغ إحدى النهايتين؛ لأنّ الإلكترونات الحرة لا تستطيع الخروج إلى العازل وترتدُّ الموجة المنعكسة مع تغيّر في الجهة وتتداخل مع الموجة الواردة وتتكون جملة أمواج مستقرة إذا كان طول الناقل ملائماً، أي إذا كان طول الناقل مساوياً لعددٍ صحيح من نصف طول الموجة $l = k\,\dfrac{\lambda}{2}$ ويتكوّن في طرفي الناقل عقدتان للشدة (بطنان للكمون)؛ يُسمّى هذا الناقل هوائياً يهتز بنصف موجة من أجل طول مناسب. ويمكن أن نؤلف هوائياً يهتز بربع طول موجة بأن نجعل أحد طرفي الناقل معزولاً في حين نصل طرفه الآخر بالأرض حيث الكمون ثابت فتحدث عقدة للكمون عند الأرض وبطنٌ للكمون عند النهاية المعزولة.

يمكن للتيارات عالية التواتر أن تنتشر في الدارات حتى ولو كانت مفتوحة

أسئلة وتدريبات

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة لكلّ ممّا يأتي:

1) تتألف دارة مهتزّة من مكثفة سعتها C ووشيعة ذاتيتها L دورها الخاص T_0 استبدلنا المكثفة C بمكثفة أخرى سعتها $C' = 2C$ يصبح دورها الخاص T_0' فتكون العلاقة بين الدورين:

A) $T_0' = \sqrt{2}\, T_0$ B) $T_0 = \sqrt{2}\, T_0'$

C) $T_0 = 2T_0'$ D) $T_0' = 2T_0$

2) تتألف دارة مهتزة من مكثفة سعتها C وذاتية L وطاقتها E نستبدل الذاتية بذاتية أخرى بحيث $L'=2L$ فتصبح طاقة الدارة E'.

A) $E' = 4L\, I_{max}^2$ B) $E' = 2\, L\, I_{max}^2$

C) $E' = L\, I_{max}^2$ D) $E' = \frac{1}{2} L\, I_{max}^2$

ثانياً: أجب عن الأسئلة الآتية:

1. تتألّف دارة من مقاومة أومية ومكثفة فهل يمكن اعتبارها دارة مهتزة؟ ولماذا؟
2. متى يكون تفريغ المكثفة في وشيعة لا دورياً؟ ولماذا؟
3. استنتج أن طاقة دارة $(L \text{ ، } C)$ مقدار ثابت في كل لحظة مع رسم الخطوط البيانية.
4. كيف يتم تبادل الطاقة بين المكثفة والوشيعة في دارة مهتزة خلال دور واحد؟
5. لماذا تنقص الطاقة الكلية في دارة مهتزة تحوي (مقاومة ذاتية، مكثفة) في أثناء التفريغ؟
6. اكتب التابع الزمني للشحنة اللحظية مفترضاً مبدأ الزمن عندما تكون $\varphi = 0$ ثم استنتج عبارة الشدة اللحظية، ووازن بينهما من حيث الطور.
7. إذا تداخل تيار عالي التواتر مع تيار منخفض التواتر في دارة تحوي فرعين. اقترح جهازاً لكلِّ فرع بحيث يمكن فصل هذين التيارين عن بعضهما.

ثالثاً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى:

تتألّف دارة مهتزة من:

أولاً- مكثّفة إذا طبق بين لبوسيها فرق كمون $50\ V$ شحن كل من لبوسيها $0.5\ \mu C$.

ثانياً- وشيعة طولها $10\ cm$ وطول سلكها $16\ m$ بطبقة واحدة مقاومتها مهملة والمطلوب حساب:

A) تواتر الاهتزازات الكهربائية المار فيها.

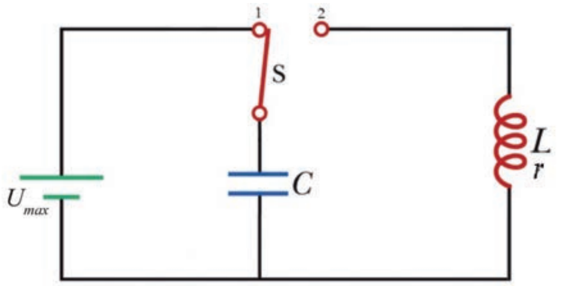
B) شدة التيار الأعظمي المار في الدارة.

المسألة الثانية:

نريـد أن نحقق دارة مهتزة مفتوحة طول موجة الاهتزاز الذي تشعه $200\ m$ فنؤلفها من ذاتية، قيمتها $0.1\ \mu H$ ، ومن مكثفة متغيّرة السعة.

احسب سعة المكثفة اللازمة لذلك علماً أن سرعة انتشار الاهتزاز $3 \times 10^8\ m.s^{-1}$.

المسألة الثالثة:



نكوّن دارة كما في الشكل مؤلفة من:

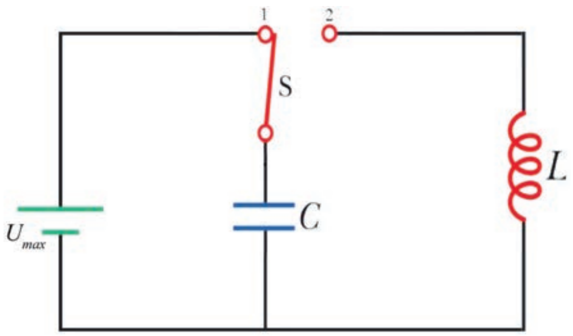
- مكثفة سعتها $C = 2\times10^{-5}\ F$.
- وشيعة مقاومتها r وذاتيتها L.
- مولد يعطي توتراً ثابتاً قيمته $U_{max} = 6V$.
- قاطعة دوّارة (s).

A) نغلق القاطعة في الوضع (1) لنشحن المكثفة.

احسب الشحنة المختزنة في المكثفة عند نهاية الشحن.

B) نغلق القاطعة في الوضع (2). فسر ما يحدث في الدارة.

المسألة الرابعة:



1- نركب الدارة الموضحة بالشكل حيث:

$L = 10^{-3}\ H$ ، $C = 10^{-12}\ F$ ، $U = 10^3\ V$

نصل القاطعة إلى الوضع (1) احسب القيمة العظمى لشحنة المكثفة.

2- نحول القاطعة إلى الوضع (2) احسب تواتر التيار المهتز المار من الوشيعة ونبضه، واكتب التابع الزمني لشدّته اللحظية.

3

الأمواج المستقرة

أهداف الوحدة

يتوقع من المتعلم في نهاية هذه الوحدة أن يكون قادراً على أن:

- يصف مجموعة الأمواج المستقرّة الطوليّة والعرضيّة.
- يستنتج العلاقات الرياضية للأمواج المستقرّة.
- يذكر خصائص الأمواج المستقرّة.
- يتعرّف تطبيقات الأمواج المستقرّة الطوليّة والعرضيّة.
- يحلّ تمارينَ ومسائلَ تطبيقيَّة.



الأمواج المستقرّة العرضيّة
Transversal Stable Waves

الأهداف التعليميّة

يُتوقّع من الطالب في نهاية الدرس أن يكون قادراً على أن:

- يتعرّف الأمواج المستقرّة العرضيّة تجريبيّاً.
- يستنتج معادلة مطال نقطة في موجة مستقرة عرضية.
- يفسّر تشكّل عقد وبطون الاهتزاز في موجة مستقرة عرضية.
- يستنتج العلاقة المحدّدة لكلٍّ من أبعاد مواضع عقد وبطون الاهتزاز.
- يتعرّف بعض تطبيقات الأمواج المستقرّة العرضيّة.
- يتعرّف قانون الأوتار المهتزة.

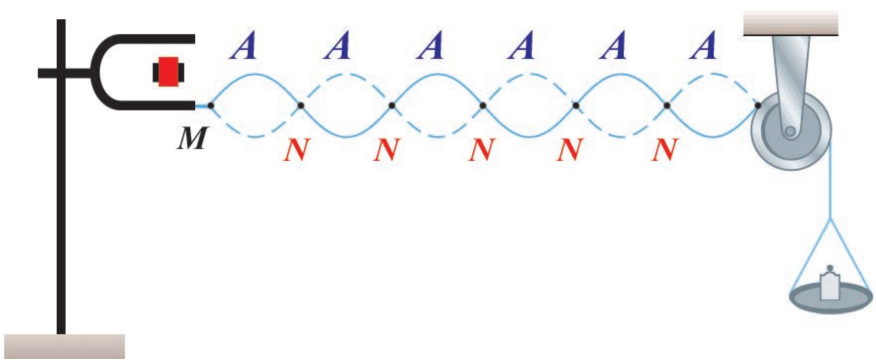
المصطلحات

عربي	إنكليزي
بطن الاهتزاز	*Antinode Vibration*
عقدة الاهتزاز	*Node Vibration*
نهاية مقيدة	*Fixed End*
نهاية مطلقة	*Free End*
وتر مهتز	*Vibration String*
حبل مرن	*An Elasttic Rope*
تجاوب	*Resonance*
التواتر الأساسي	*Natural Frequency*

الدراسة التجريبيّة للأمواج المستقرّة العرضيّة في وتر:

نأخذ وتراً مرناً ومناسباً لإجراء تجارب الأمواج، نثبّت أحد طرفيه بإحدى شعبتي هزّازة جيبية مغذاة، نجعله أفقياً ، ونمرّر طرفه الآخر على بكرة ليتدلى شاقولياً حاملاً ثقلاً مناسباً.

عندما تعمل الهزازة (الرنانة) تتشكل أمواج عرضية جيبية متقدمة تنتشر على طول الحبل، وعندما تصل إلى نهايته تنعكس، فتتداخل موجة جيبية واردة مع موجة منعكسة جيبية على النهاية المقيّدة – مرتبطة بالبكرة – تعاكسها بجهة الانتشار لها التواتر نفسه والسعة نفسها، ينتج عن تداخلهما نقاط تهتزُّ بسعة عظمى تُسمّى بطون الاهتزاز، يرمز لها بـ A ، حيث تلتقي فيها الأمواج العرضية على توافق دائم. يفصل ما بين البطون نقاط على أبعاد متساوية منها تنعدم فيها سعة الاهتزاز تُسمّى عقد الاهتزاز، يرمز لها بـ N ، حيث تلتقي فيها الأمواج العرضية على تعاكس دائم. كما في الشكل.



الشكل (1)

تداخل الموجة الواردة مع الموجة المنعكسة يؤلف ما يسمى الأمواج العرضية المستقرة في وتر

تكون المسافة الفاصلة بين العقد متساوية، يشكّل الاهتزاز ما بين عقدتين متجاورتين ما يشبه المغزل، تهتز جميع نقاط المغزل الواحد على توافق بالطور فيما بينها، بينما تهتز نقاط مغزلين متجاورين على تعاكس بالطور فيما بينها، وتبدو الموجة وكأنّها تهتزّ مراوحة في مكانها، فتأخذ شكلاً ثابتاً، لذلك وصفت بالأمواج المستقرة.

انعكاس الأمواج العرضية:

تنعكس الإشارة عن النهاية المقيّدة أو عن النهاية الطليقة بسرعة الانتشار نفسها والتواتر نفسه وبالسعة نفسها- عند إهمال الضياع في الطاقة- وينشأ فرق في الطور φ' بين الموجة الواردة والموجة المنعكسة في الوسط (الحبل):

1. إذا كانت النهاية مقيدة فإنّ جهة الإشارة المنعكسة تعاكس جهة الإشارة الواردة أي يتولّد بالانعكاس فرق طور $\varphi' = \pi \ rad$ (تعاكس بالطور).
2. إذا كانت النهاية طليقة فإنّ جهة الإشارة المنعكسة نفسها للإشارة الواردة أي فرق الطور $\varphi' = 0 \ rad$. (توافق بالطور).

الدراسة النظرية للأمواج المستقرّة العرضيّة:

- تنتشر موجة واردة متقدّمة جيبية بالاتجاه الموجب للمحور $\overrightarrow{x'x}$ فتصل إلى النقطة n من وسط الانتشار التي فاصلتها $\bar{x}$ عن النهاية المقيدة m في اللحظة t ، وتكوّن معادلة مطالُها معطاة بالعلاقة:

$$\bar{y}_{1(t)} = \bar{Y}_{max} \cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\bar{x}) \quad ..... \quad (1)$$

- تولّدُ الموجة المنعكسة المتقدمة الجيبية بالاتجاه السالب للمحور $\overrightarrow{x'x}$ ، في النقطة n في اللحظة t مطالاً يعطى بالعلاقة:

$$\bar{y}_{2(t)} = \bar{Y}_{max} \cos(\omega t + 2\pi\frac{\bar{x}}{\lambda} + \bar{\varphi}') \quad ..... \quad (2)$$

تتعرض لفرق في الطور $\bar{\varphi}'$ بسبب الانعكاس، وهو متأخّر في الطور عن الموجة الواردة إلى n

- يمكن استنتاج المطال المحصّل لاهتزاز النقطة n التي تخضع لتأثير الموجتين الواردة والمنعكسة معاً، فيصبح مطالها المحصل $\bar{y}_{n(t)}$:

$$\bar{y}_{n(t)} = \bar{y}_{1(t)} + \bar{y}_{2(t)} \quad ..... \quad (3)$$

$$\bar{y}_{n(t)} = \bar{Y}_{max}\left[\cos(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda}\bar{x}) + \cos(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}\bar{x} + \bar{\varphi}')\right] \quad ..... \quad (4)$$

وبما أنّ: $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$

نجد: $\bar{y}_{n(t)} = 2\bar{Y}_{max}\cos(\frac{2\pi}{\lambda}\bar{x} + \frac{\varphi'}{2})\cos(\omega t + \frac{\varphi'}{2}) \quad ..... \quad (5)$

الأمواج المستقرة العرضية المنعكسة على نهاية مقيدة:

في الانعكاس على نهاية مقيدة يكون فرق الطور $\varphi' = \pi \ rad$ نعوّض في (5) :

$$\bar{Y}_{n(t)} = 2\bar{Y}_{max}\cos(\frac{2\pi}{\lambda}\bar{x} + \frac{\pi}{2})\cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) \quad ..... \quad (6)$$

وبما أن: $\cos(\theta + \frac{\pi}{2}) = -\sin\theta$ تصبح العلاقة (6):

$$\bar{y}_{n(t)} = 2Y_{max}\sin\frac{2\pi}{\lambda}\bar{x}\ \sin\omega t \quad ..... \quad (7)$$

$$\bar{y}_{n(t)} = Y_{max/n}\sin\omega t \quad ..... \quad (8)$$

باعتبار $\bar{Y}_{max/n}$ سعة الموجة المستقرة :

$$Y_{max/n} = 2Y_{max}\left|\sin\frac{2\pi}{\lambda}x\right| \quad ..... \quad (9)$$

عقد الاهتزاز N: نقاط سعة اهتزازها معدومة دوماً، تحدّد أبعادها $\overline{x}$ عن النهاية المقيدة بالعلاقة:

$$Y_{\max/n} = 0 \quad \Rightarrow \quad sin\frac{2\pi}{\lambda}x = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}x = k\ \pi \quad \Rightarrow$$

$$x = k\ \frac{\lambda}{2} \quad ..... \ (10)$$

حيث: $k = 0, 1, 2, 3, ...$

أي أنّ النقاطَ التي تبعد عن النهاية المقيدة – التي يحصل عندها انعكاس وحيد- أعدادٌ صحيحة موجبة من نصف طول الموجة، يصلها اهتزاز وارد واهتزاز منعكس على تعاكس دائم، فتكون ساكنة دوماً، وتؤلّف عقد اهتزاز N، وتكون المسافةُ بين كلِّ عقدتين متتاليتين $\frac{\lambda}{2}$

- **بطون الاهتزاز A:** نقاط سعة اهتزازها عظمى دوماً، تحدد أبعادها $\overline{x}$ عن النهاية المقيدة من بالعلاقة:

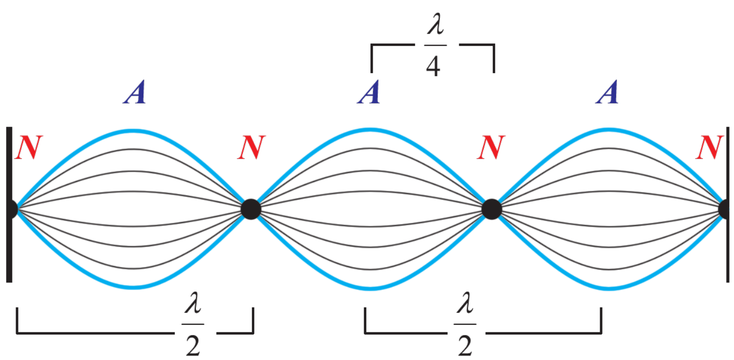
$$Y_{\max/n} = 2Y_{\max} \quad \Rightarrow \quad \left|sin\frac{2\pi}{\lambda}x\right| = 1 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{2\pi}{\lambda}x = (2k+1)\frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow$$

$$x = (2k+1)\ \frac{\lambda}{4} \quad ..... \ (11)$$

حيث: $k = 0, 1, 2, 3, ...$

أي أنّ النقاط التي تبعد عن النهاية المقيدة - التي يحصل عندها انعكاس وحيد- أعدادٌ فردية من ربع طول الموجة، يصلها اهتزاز وارد واهتزاز منعكس على توافق دائم، فتكون سعة الاهتزاز فيها عظمى دوماً، وتؤلّف بطون اهتزاز A، وتكون المسافة بين كلِّ بطنين متتاليين $\frac{\lambda}{2}$، والمسافة بين كل عقدة وبطن يليه $\frac{\lambda}{4}$ كما هو موضح بالشكل (2).



الشكل (2)

أبعاد العقد والبطون عن النهاية المقيدة

الاهتزازات القسريّة في وتر مرن:

أ- تجربة ملد على نهاية مقيدة:

نأخذ هزّازة جيبيّة مغذّاة، سعتُها العظمى $\overline{Y}_{max}$ صغيرة، يمكن تغييرُ تواترها f ، نصل إحدى شعبتيها إلى نقطة a بداية وتر مرن طوله L، ويلتفُّ على بكرة في نقطة b تؤلّف عقدة ثابتة، نشد الوتر بثقل مناسب يجعل تواتر صوته الأساسي ثابتاً $f_1 = 10\,Hz$ مثلاً.

نزيد تواتر الهزّازة f بالتدريج بدءاً من الصفر، فنلاحظ ما يأتي:

1) إذا كان $f < 10\,Hz$ اهتزازات قسرية في الوتر بسعة اهتزاز صغيرة من رتبة سعة اهتزاز الهزازة. كما في الشكل (3).

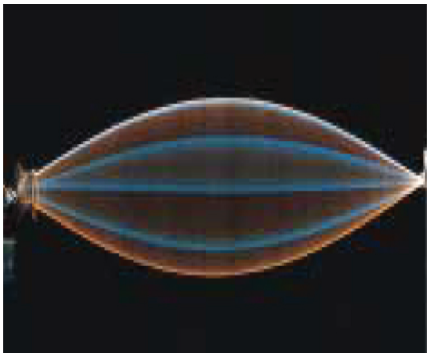
2) من أجل $f = 10\,Hz$ الوتر يهتز بمغزل واحد بموجة مستقرة واضحة، سعة اهتزاز البطن عظمىY، وتكون b عقدة تقريباً كما في الشكل (4).

3) إذا كان $20 > f > 10\,Hz$ تعود سعة الاهتزاز صغيرة ويتكوّن مغزلين غير واضحين. كما في الشكل (5).

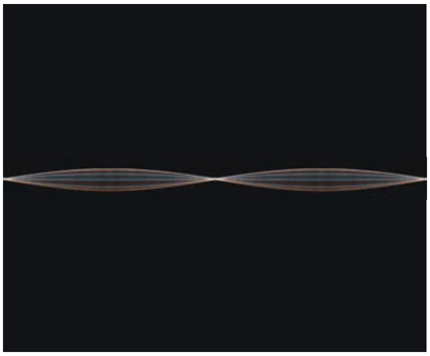
4) من أجل $f = 20\,Hz$ نشاهد الوتر يهتز بمغزلين واضحين وبسعة اهتزاز $Y >> Y_{max}$. كما في الشكل (6)



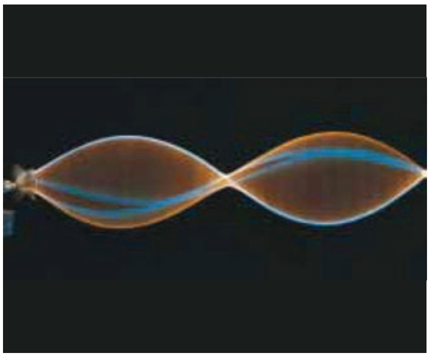
الشكل (3)



الشكل (4)



الشكل (5)



الشكل (6)

نستنتج ممّا سبق:

- تتولّد أمواج في الوتر مهما كانت قيمة تواتر الهزازة f، فإذا كان تواتر الهزازة لا يساوي مضاعفات صحيحة للتواتر الأساسي للوتر $f \neq k\,f_1$، فإنّ سعة الاهتزاز ستبقى صغيرة نسبياً، أما إذا كان تواتر الهزازة مساوياً إلى أيّ من المضاعفات الصحيحة للتواتر الأساسي للوتر $f = k\,f_1$ فإنّ الوتر يكون في حالة تجاوب (طنين).

وتكون سعة الاهتزاز عند البطون أكبر بكثير من السعة العظمى للهزازة، وتتكوّن في هذه الحالة الأمواج المستقرّة.

- تكوّن أمواج مستقرّة عرضيّة متجاوبة في k مغزلاً على طول الوتر، فيها عقد اهتزاز عند النقطة المقيدة b ، وعقدة اهتزاز عملياً بجوار الهزّازة في النقطة a، وتكون سعة اهتزاز البطن عظمى محققة التجاوب عملياً. ويكون طول الوتر عدداً صحيحاً من نصف طول الموجة $L = k\frac{\lambda}{2}$.
- يؤلّف الوتر (في التجربة السابقة) مجاوباً متعدّدَ التواتر، فيحدث التجاوب من أجل سلسلة محدّدة تماماً من تواترات الهزازة Hz .... $f = 10 , 20 , 30, 40$ أي ، يتكوّن عندها عدد من المغازل .... $k = 1 , 2 , 3 , 4$ على الترتيب. إذاً يحدث التجاوب عندما يكون تواتر الهزازة مساوياً مضاعفات صحيحة للتواتر الأساسي للوتر $f = k f_1$.

الدراسة النظرية:

يتلقّى الوتر اهتزازاتٍ قسريّةً فُرضت عليه من الهزازة ، فتتكوّن على طوله أمواج مستقرّة عرضيّة متجاوبة في k مغزل، يحدث التجاوب بين الهزازة كجملة محرّضة، والوتر كجملة مجاوبة إذا تحقق الشرطان: أ) $f = k f_1$، ب) $L = k\frac{\lambda}{2}$

وبدراسة مماثلة لدراسة **الأمواج المستقرة العرضية المنعكسة على نهاية مقيدة** نجد:

$$L = k\frac{\lambda}{2} = k\frac{v}{2f}$$

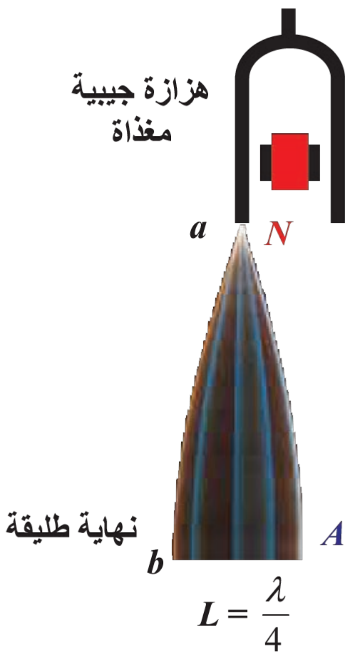
ومنه :

$$f = k\frac{v}{2L} \quad ..... \quad (12)$$

حيث: $k = 1 , 2 , 3 ,....$

يسمّى أول تواتر يولّد مغزلاً واحداً التواتر الأساسي $f_1 = \frac{v}{2L} \Leftarrow k = 1$ المدروج الأول (الأساسي).

أما بقية التوترات من أجل $k = 2 , 3 ,....$ فتُسمى تواترات المدروجات $f = k\frac{v}{2L} = k f_1$



الشكل (7)

تجربة ملد على نهاية طليقة:

نأخذ خيطاً مطاطياً أو(سلكاً فولاذياً) ab نصل طرفه a بإحدى شعبتي هزازة جيبية مغذاة مناسبة، ونتركه يتدلّى شاقولياً، فيكون طرفه السفلي b نهاية طليقة.

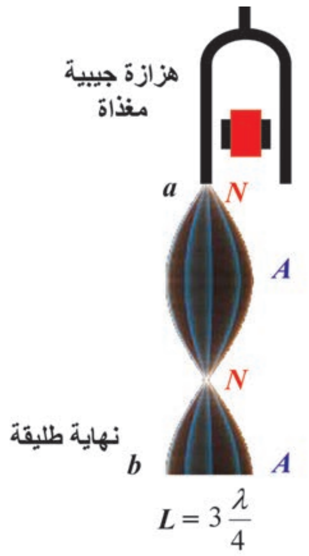
عندما تعمل الهزّازة تتولّد أمواج مستقرّة في حالة التجاوب على طول الوتر مكوِّنةً عقدة اهتزاز في النقطة a وبطن اهتزاز في النقطة b كما في الشكل:

- عندما $L = \frac{\lambda}{4}$ يصدر الخيط صوته الأساسي تواتره:

$$f_1 = \frac{v}{4L}$$

- عندما $L = 3\frac{\lambda}{4}$ يصدر الخيط مدروجه التالي (الثالث) تواتره:

$$f = 3\frac{v}{4L}$$



الشكل (8)

نحدّد المدروجات انطلاقاً من العلاقة المحدّدة لطول الخيط:

$$L = (2k-1)\frac{\lambda}{4} = (2k-1)\frac{v}{4f}$$

- فالتواترات الخاصة:

$$f = (2k-1)\frac{v}{4L} \quad ..... \quad (13)$$

k عدد صحيح وموجب $k = 1\ ,\ 2\ ,\ 3\ ,....$

$(2k-1)$ يمثل مدروج الصوت الصادر.

تطبيقات الأمواج المستقرّة في قياس سرعة انتشار الاهتزاز العرضي في وتر مشدود:

يمكن الاستفادة من الأمواج المستقرة العرضية المتكوِّنة في تجربة ملد لدراسة العوامل المؤثّرة في سرعة انتشار الاهتزاز العرضي في الوتر المشدود الذي هو جسم صلب مرن أسطواني، طوله كبير بالنسبة لنصف قطر مقطعه، مشدود بين نقطتين ثابتتين تؤلفان عقدتي اهتزاز في جملة أمواج مستقرة عرضية غالباً حيث يقاس طول الموجة λ تجريبياً من قياس طول المغزل الواحد، ثمَّ تحسب سرعة الانتشار v من العلاقة: $v = \lambda f$ حيث f هي تواتر الوتر المهتز الذي يساوي تواتر الرنانة المعلوم.

تدلّ نتائج التجارب المختلفة على أنّ سرعة انتشار الاهتزاز العرضي في الوتر المهتز تتناسب:

1. طرداً مع الجذر التربيعي لقوة الشد F_T .
2. عكساً مع الجذر التربيعي لكتلة وحدة الطول من الوتر المتجانس، وتُسمّى الكتلة الخطية μ .

أي:

$$v = Const\sqrt{\frac{F_T}{\mu}}$$

في الجملة الدولية SI هذا الثابت يساوي الواحد: $Const = 1$

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \quad ..... \quad (14)$$

حيث أنّ الكتلة الخطية للوتر: $$\mu = \frac{m \ (kg)}{L \ \ (m)} \quad ..... \quad (15)$$

كذلك يمكننا استنتاج تواتر الصوت البسيط الصادر عن الوتر، فعندما يهتزّ الوتر عرضياً، وتتكوّن فيه جملة الأمواج المستقرة ذات العقدتين في الطرفين، فإنّه يهتزّ في بعض الحالات الممكنة، وذلك بالنقر من جهة وبمنع نقطة معينة من الاهتزاز من جهة أخرى. ويمكننا أن نولّد في الوتر عدداً صحيحاً k من المغازل يقابل كلَّ حالة تواتر معيّن ويحسب من العلاقة:

$$f = k\frac{v}{2L} \quad ..... \quad (16)$$

نعوّض عن سرعة انتشار الاهتزاز في الوتر، وعن الكتلة الخطيّة للوتر في علاقة التواتر، نجد:

$$f = \frac{k}{2L}\sqrt{\frac{F_T}{\mu}} = \frac{k}{2L}\sqrt{\frac{F_T \ L}{m}} \quad ..... \quad (17)$$

f تواتر الصوت البسيط الصادر عن الوتر، ويقدّر بالهرتز Hz

F_T قوة شدِّ الوتر، وتُقدّر بالنيوتن N

L طول الوتر، ويقدّر بالمتر m

μ الكتلة الخطية للوتر، ويقدّر بوحدة: $kg.m^{-1}$

k عدد صحيح يمثّل عدد المغازل المتكوّنة في الوتر أو رتبة الصوت الصادر عنه (المدروج).

ملاحظة: إذا فرضنا كتلة الوتر m، ومساحة مقطعه s، والكتلة الحجمية لمادة الوتر ρ ؛ فتكون كتلته الخطية μ:



$$\mu = \frac{m}{L}$$

$$m = \rho V = \rho s \ L$$

$$\mu = \frac{\rho s \ L}{L} = \rho s$$

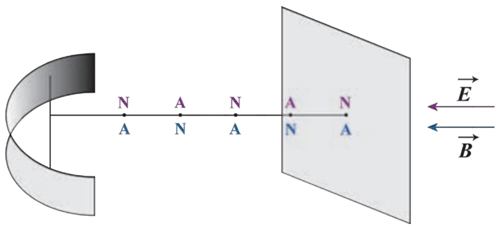
$$\mu = \rho \pi r^2$$

الأمواج الكهرطيسيّة المستقرّة:

نولّد جملة أمواج كهرطيسية من هوائي مُرسل فينتشر كلٌّ من الحقلين الكهربائي والمغناطيسي في الهواء المجاور، وتلاقي الأمواج الكهرطيسية حاجزاً ناقلاً مستوياً عمودياً على منحى الانتشار، يبعد عن الهوائي المرسل بعداً مناسباً، فتنعكس عنه وتتداخل الأمواج الواردة مع الأمواج المنعكسة لتؤلّفَ جملة أمواج كهرطيسية مستقرّة.

- نكشف عن الحقل الكهربائي $\vec{E}$ بهوائي مستقبل نضعه موازياً للهوائي المُرسل.
- نكشف عن الحقل المغناطيسي $\vec{B}$ بحلقة نحاسية عمودية على $\vec{B}$ فيولّد فيها توتّراً نتيجةَ تغيّر التدفّق المغناطيسي الذي يجتازها.
- ننقل كلّاً من الكاشفين بين الهوائي المُرسل والحاجز، فنجد الآتي:

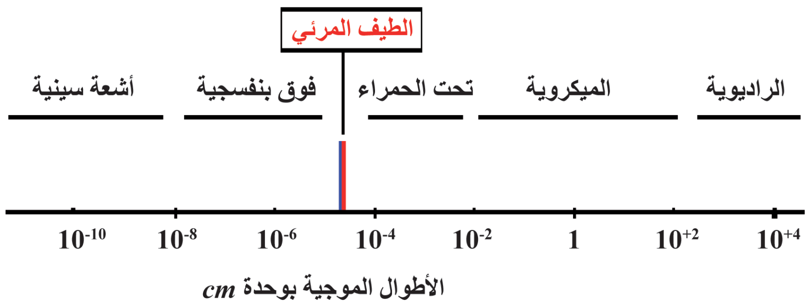
1. توالي مستويات للعقد N يدلُّ فيها الكاشف على دلالة صغرى ومستويات للبطون A يدل فيها الكاشف على دلالة عظمى متساوية الأبعاد عن بعضها قيمتها $\frac{\lambda}{2}$ بين كلِّ مستويين لهما الحالة الاهتزازية نفسها.
2. مستويات عقد الحقل الكهربائي هي مستويات بطون للحقل المغناطيسي وبالعكس.
3. الحاجز الناقل المستوي عقدة للحقل الكهربائي وبطن للحقل المغناطيسي.



الشكل (9)
تشكل الأمواج المستقرة الكهرطيسية

- تتمتّع هذه الأمواج بطيف واسع من الترددات يشمل الأمواج الطويلة مثل الراديوية والرادار والمكرويّة إلى الأمواج القصيرة مثل الضوء المرئي والأشعة السينيّة وأشعة غاما والأشعة الكونيّة.

يمثّل الشكل الآتي مخطّطَاً ما يُعرف بالطيف الكهرطيسي:



الشكل (10)
مخطط الطيف الكهرطيسي

الأمواج المستقرّة الطوليّة
Longitudinal Stable Waves

الأهداف التعليميّة

يُتوقّع من الطالب في نهاية الدرس أن يكون قادراً على أن:

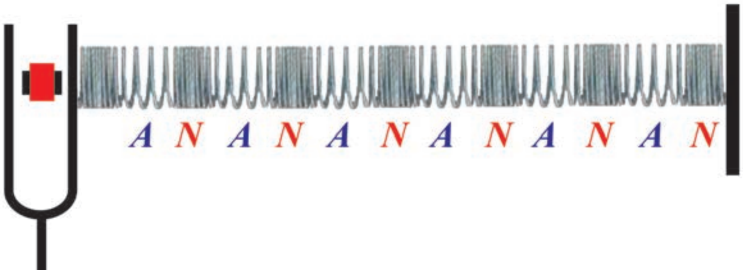
- يجريَ تجارب توضّح الأمواج المستقرّة الطوليّة.
- يتعرّف بعض تطبيقات الأمواج المستقرّة الطوليّة.
- يتعرّف المزامير (الأعمدة الهوائية) وأنواعها.
- يتعرّف قانوني المزامير.

المصطلحات

عربي	إنكليزي
انضغاط	*Compression*
تخلخل	*Rarefaction*
نابض	*Spring*
المزمار	*Air Pipe*
مزمار متشابه الطرفين	*A Pipe with Similar Ends*
مزمار مختلف الطرفين	*A Pipe with a different Ends*

الأمواج المستقرّة الطوليّة في نابض:

نأخذ نابضاً مرناً مخصّصاً لتجارب الأمواج، ونثبّته من أحد طرفيه بنقطة ثابتة، ونثبّت طرفه الآخر بشعبة هزازة جيبية مغذاة (رنانة كهربائية) كما في الشكل، ونجعله أفقياً بشدٍّ مناسب.



الشكل (1)
الأمواج المستقرة الطولية في نابض نهايته مقيدة

عندما تعمل الهزّازة تنتشر الأمواج الطولية الواردة من المنبع (الرنانة) وفق استقامة النابض فتصل إلى النهاية الثابتة وتنعكس عنها، فتتداخل الأمواج المنعكسة مع الأمواج الواردة، ونرى على طول النابض حلقاتٍ تبدو ساكنة وحلقات أخرى تهتزّ بسعات متفاوتة فلا تتضّح معالمها.

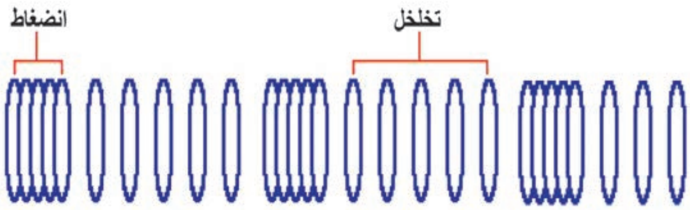
نُسمّي الحلقات الساكنة عقد الاهتزاز *Nodes* حيث تكون سعة الاهتزاز معدومة، وتصلها الموجة الواردة والموجة المنعكسة على تعاكس دائم، بينما الحلقات الأوسع اهتزازاً تسمّى بطون الاهتزاز *Antiodes* حيث تصلها الموجتان الواردة والمنعكسة على توافق دائم.

تتناوب أماكن العقد والبطون على مسافات متساوية عن بعضها البعض من أجل شروط مناسبة للتجربة.

نسمّي الموجة الناتجة عن تداخل الأمواج الواردة والأمواج المنعكسة الأمواج المستقرة الطولية.

- **الدراسة النظرية:**

◄ إنّ بطن الاهتزاز والحلقات المجاورة له تترافق دوماً في الاهتزاز إلى إحدى الجهتين -تكاد تبدو المسافات بينها ثابتة- فلا نلاحظ تضاغط بين حلقات النابض أو تخلخل فيها أي يبقى الضغط ثابتاً، أي أنّ بطون الاهتزاز هي عقد للضغط.



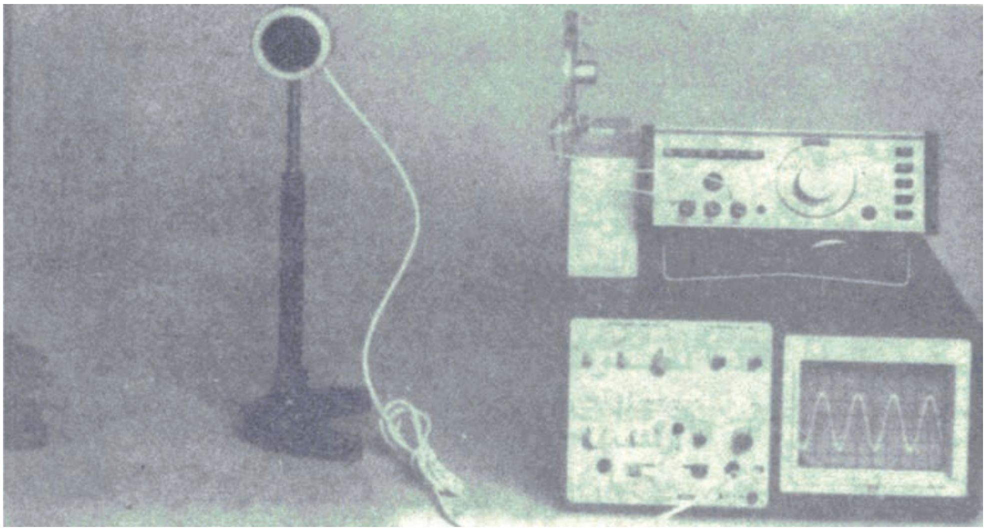
الشكل (2)
بطون الاهتزاز هي عقد للضغط وعقد الاهتزاز هي بطون للضغط

◄ إن عقد الاهتزاز تبقى في مكانها- تتحرك الحلقات المجاورة على الجانبين في جهتين متعاكستين دوماً- فتتقارب خلال نصف دور ثم تتباعد خلال نصف الدور الآخر، وبذلك نلاحظ تضاغطاً يليه تخلخل، أي أن عقد الاهتزاز التي يحدث عندها تغيّر في الضغط هي بطون للضغط.

◄ المسافة بين عقدتي اهتزاز متتاليتين أو بطني اهتزاز متتاليين يساوي نصف طول الموجة $\frac{\lambda}{2}$،
والمسافة بين عقدة اهتزاز وبطن اهتزاز تالٍ يساوي ربع طول الموجة $\frac{\lambda}{4}$.

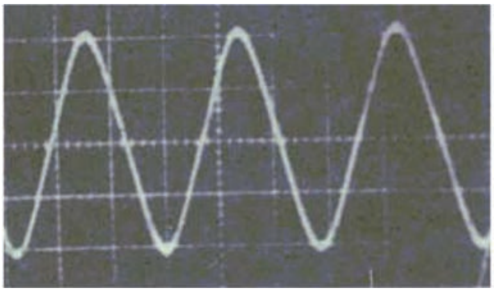
الأمواج المستقرة الصوتية

الانعكاس على نهاية ثابتة:



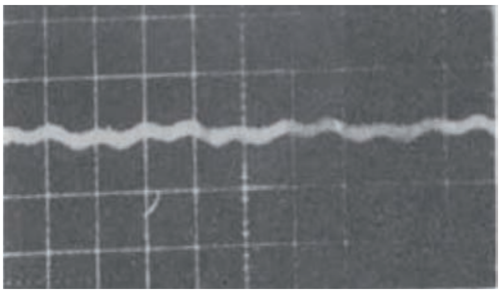
الشكل (3)

نضع مكبر صوت صغير الأبعاد يصدر صوتاً تواتره f أمام حاجز مستوٍ (حائط أو لوح خشبي)، وننقل مجهرة متّصلة براسم اهتزاز إلكتروني بين مكبر الصوت والحاجز. تتكوّن أمواج مستقرة نتيجة تداخل أمواج صوتية واردة من مكبر الصوت وأمواج منعكسة على الحاجز.



الشكل (4)

ولا توجد عملياً موجة منعكسة على مكبر الصوت صغير الأبعاد، والموجتان المتداخلتان تنتشران بجهتين متعاكستين وبالتواتر نفسه.



الشكل (5)

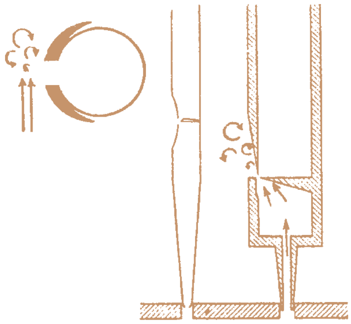
يبيّن راسم الاهتزاز مواضع تكون فيها سعة المنحني البياني عظمى عند بطن الضغط وفيها نسمع صوتاً، ومواضع تكون فيها سعة المنحني البياني صغرى عند عقدة الضغط وفيها لا نسمع صوتاً، والمسافة الفاصلة بين وضعين متماثلين متتاليين بسعة عظمى (أو صغرى) تساوي $\frac{\lambda}{2}$.

المزامير (الأعمدة الهوائية):

المزمار عمود غازي – هوائي غالباً – أسطواني أو موشوري، مقطعه ثابت وصغير بالنسبة إلى طوله، يهتز بالتجاوب مع منبع صوتي، ويحصر هذا العمود الغازي أنبوباً، جدرانُه خشبيّة أو معدنيّة ثخينة لكي لا تشارك في الاهتزاز.

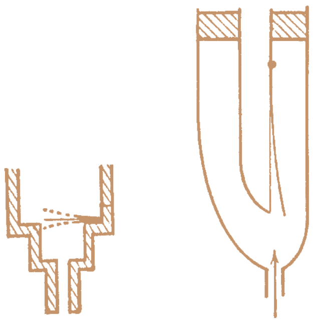
تصنف المنابع الصوتية إلى نوعين:

1. **المنبع ذو الفم:** وهو نهاية غرفة صغيرة مفتوحة يدفع فيها الهواء وينساق؛ ليخرج من شقٍّ ضيّق، ويتشكّل عند الفم بطن اهتزاز (عقدة ضغط) كما في الشكل (6).



الشكل (6) منبع ذو فم

2. **المنبع ذو اللسان:** يتألف من صفيحة مرنة تدعى اللسان قابلة للاهتزاز مثبتة من أحد طرفيها تقطع جريان الهواء، لها تواتر اللسان، ويتشكّل عند اللسان عقدة اهتزاز (بطن ضغط) كما في الشكل (7).



الشكل (7) منبع ذو لسان

الأمواج المستقرّة الطوليّة في أنبوب هواء المزمار:

عندما تهتز طبقة الهواء المجاورة للمنبع ينتشر هذا الاهتزاز طولياً في هواء المزمار كله لينعكس على النهاية. تتداخل الأمواج الواردة مع الأمواج المنعكسة داخل الأنبوب لتؤلّف جملة أمواج مستقرة طولية، ويتكون عند النهاية المغلقة عقدة للاهتزاز، أما عند النهاية المفتوحة يتكون بطن للاهتزاز. ونعلّل ذلك: بأن الانضغاط الوارد إلى طبقة الهواء الأخيرة يزيحها إلى الهواء الخارجي، فتسبّب انضغاطاً فيه، وتخلخلاً وراءها يستدعي تهافت هواء المزمار ليملأ الفراغ، وينتج عن ذلك تخلخلٌ ينتشر من نهاية المزمار إلى بدايته، وهو منعكس الانضغاط الوارد.

قوانين المزمار:

تُقسم المزامير من الناحية الاهتزازية إلى نوعين:

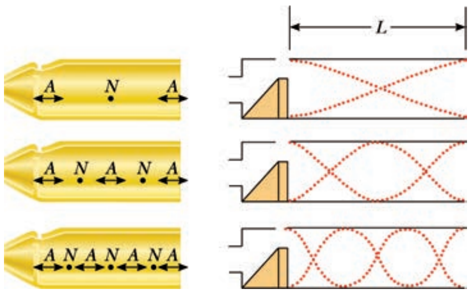
1. **متشابهة الطرفين**: منبع ذو فم يتشكل فيه بطن اهتزاز ونهايته مفتوحة يتشكّل فيها بطن اهتزاز، أو منبع ذو لسان يتشكّل فيه عقدة اهتزاز ونهايته مغلقة يتشكّل فيها عقدة اهتزاز.
2. **مختلفة الطرفين**: منبع ذو فم يتشكل فيه بطن اهتزاز ونهايته مغلقة يتشكّل فيها عقدة اهتزاز، أو منبع ذو لسان يتشكّل فيه عقدة اهتزاز ونهايته مفتوحة يتشكّل فيها بطن اهتزاز.

أولاً : المزمار متشابه الطرفين:

يبين الشكل عقداً وبطونَ الاهتزاز في مزمار متشابه الطرفين، وفيه يكون طول المزمار L يساوي عدداً صحيحاً من نصف طول الموجة. نلاحظ من الشكل أنّ طول المزمار L يساوي تقريباً:

$$\frac{\lambda}{2} \text{ ، } 2\frac{\lambda}{2} \text{ ، } 3\frac{\lambda}{2}$$

$$L = n\frac{\lambda}{2} \quad ..... \quad (1)$$



الشكل (8)
أماكن عقد وبطون الاهتزاز في مزمار متشابه الطرفين

حيث $n = 1,2,3,...$

ولكن: $\lambda = \frac{v}{f}$ نعوّض فنجد: $L = n\frac{v}{2f}$

$$f = n\frac{v}{2L} \quad ..... \quad (2)$$

f تواتر الصوت البسيط الصادر عن المزمار(وحدته في الجملة الدولية Hz)

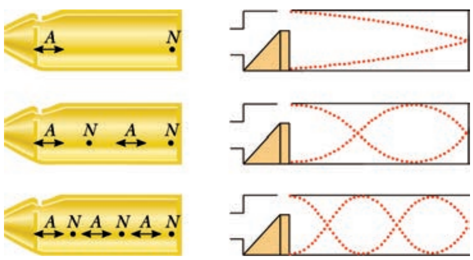
L طول المزمار (m) ، v سرعة انتشار الصوت في غاز المزمار$(m.s^{-1})$

n عدد صحيح موجب يمثّل رتبة صوت المزمار(مدروجات الصوت).

ولكي يُصدر المزمار مدروجاته المختلفة نزيد نفخ الهواء فيه تدريجياً، كما يمكن إصدار مدروجات المزمار ذي اللسان بتغيير طول اللسان.

ثانياً : المزمار مختلف الطرفين:

يبين الشكل عقد وبطون الاهتزاز في مزمار مختلف الطرفين، وفيه يكون طول المزمار L يساوي عدداً فردياً من ربع طول الموجة.



الشكل (9)
أماكن عقد وبطون الاهتزاز في مزمار مختلف الطرفين

نلاحظ أن طول المزمار يساوي تقريباً: ...... , $5\frac{\lambda}{4}$, $3\frac{\lambda}{4}$, $\frac{\lambda}{4}$ أي:

حيث: $L = (2n-1)\frac{\lambda}{4}$ عدد صحيح موجب، ولكن: $\lambda = \frac{v}{f}$ نعوّض فنجد: $n = 1, 2, 3, ...$

$$L = (2n-1)\frac{v}{4f} \quad ..... \quad (3)$$

$$f = (2n-1)\frac{v}{4L} \quad ..... \quad (4)$$

f تواتر الصوت البسيط الصادر عن المزمار (Hz)، L طول المزمار (m)

v سرعة انتشار الصوت في غاز المزمار $(m.s^{-1})$.

$(2n\text{-}1)$ يمثّل رتبة صوت المزمار (مدروجات الصوت).

- يلاحظ أن تواتر الصوت الأساسي الذي يصدره مزمار يتناسب طرداً مع سرعة انتشار الصوت في غاز المزمار. يمكن تغيير هذه السرعة بزيادة درجة حرارة الغاز أو تغيير طبيعته.
- نستنتج من التجربة: أن سرعة انتشار صوت في الغازات :

أ) تتناسب سرعة انتشار الصوت في غاز معين طرداً مع الجذر التربيعي لدرجة حرارته المطلقة T (كلفن):

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}} \quad ..... \quad (5)$$

حيث: $T(K) = 273 + t(^{\circ}C)$

ب) تتناسب سرعتا انتشار الصوت في غازين مختلفين عكساً مع الجذر التربيعي لكثافتيهما D_1, D_2 بالنسبة للهواء، إذا كان الغازان في درجة حرارة واحدة، ولهما رتبة ذرية واحدة (أي عدد الذرات التي تؤلف جزيئته هي نفسها). أي:

$$\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{D_2}{D_1}} = \sqrt{\frac{M_2}{M_1}} \quad ..... \quad (6)$$

M : الكتلة المولية للغاز (الكتلة الجزيئية الغرامية)

كثافة غاز بالنسبة للهواء تعطى بالعلاقة: $D = \frac{M}{29}$

أسئلة وتدريبات

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة لكلٍّ ممّا يأتي:

1. في الأمواج المستقرة العرضية المسافة بين عقدتين متتاليتين تساوي:

A) $\frac{\lambda}{4}$ B) $\frac{\lambda}{2}$ C) λ D) 2λ

2. فرق الطور φ بين الموجة الواردة والموجة المنعكسة على نهاية مقيدة تساوي بالراديان:

A) $\varphi = 0$ B) $\varphi = \frac{\pi}{3}$ C) $\varphi = \frac{\pi}{2}$ D) $\varphi = \pi$

3. في تجربة ملد مع نهاية طليقة يصدر خيطٌ طوله L صوتاً أساسياً طول موجته λ تساوي:

A) $4L$ B) $2L$ C) L D) $\frac{L}{2}$

4. وتر مهتز طوله L وسرعة انتشار الموجة العرضية على طوله v وقوة شده F_T فإذا زدنا قوة شده أربع مرات لتصبح سرعة الانتشار v' تساوي:

A) $\frac{v}{4}$ B) $\frac{v}{2}$ C) $2v$ D) $4v$

5. وتر مهتز، طوله L ، وكتلته m ، وكتلته الخطية μ نقسمه إلى قسمين متساويين فإن الكتلة الخطية لكل قسم تساوي:

A) 2μ B) μ C) $\frac{\mu}{2}$ D) 4μ

6. مزمار متشابه الطرفين طوله L وسرعة انتشار الصوت في هواءه v فتواتر صوته البسيط الأساسي الذي يصدره يعطى بالعلاقة:

A) $f = \frac{v}{2L}$ B) $f = \frac{v}{4L}$ C) $f = \frac{4v}{L}$ D) $f = \frac{2v}{L}$

7. مزمار ذو فم ونهايته مفتوحة عندما يهتزّ هواؤه بالتجاوب يتكوّن عند نهايته المفتوحة:

A) عقدة اهتزاز B) بطن اهتزاز C) بطن ضغط D) جميع ماسبق صحيح

8. مزمار متشابه الطرفين، طوله L يصدر صوتاً أساسياً مواقتاً للصوت الأساسي لمزمار آخر مختلف الطرفين طوله L' في الشروط نفسها. فإنّ:

A) $L = L'$ B) $L = 2L'$ C) $L = 3L'$ D) $L = 4L'$

9. يصدر أنبوب صوتي مختلف الطرفين صوتاً أساسياً، تواتره $435\ Hz$، فإنّ تواتر الصوت التالي الذي يمكن أن يصدره يساوي:

A) $145\ Hz$ B) $217.5\ Hz$ C) $870\ Hz$ D) $1305\ Hz$

10. في تجربة ملد مع نهاية مقيدة تتكون أربعة مغازل عند استخدام وتر، طوله $L = 2\ m$، وهزازة تواترها $f = 435\ Hz$ فتكون سرعة انتشار الاهتزاز v مقدرة بـ $m.s^{-1}$ تساوي:

A) 435 B) 290 C) 1742 D) 870

11. طول الموجة المستقرة هو:

A) المسافة بين بطنين متتاليين أو عقدتين متتاليتين.

B) مثلي المسافة بين بطنين متتاليين أو عقدتين متتاليتين.

C) نصف المسافة بين بطنين متتاليين أو عقدتين متتاليتين.

D) نصف المسافة بين بطن وعقدة تليه مباشرة.

ثانياً: أجب عن الأسئلة الآتية:

1. في جملة أمواج مستقرة عرضية تعطى معادلة اهتزاز نقطة n من حبل مرن تبعد $\bar{x}$ عن نهايته المقيدة: $y_{n(t)} = 2Y_{\max} Sin \frac{2\pi}{\lambda} \bar{x}\, Sin\, \omega t$

استنتج العلاقة المحدّدة لكلٍّ من مواضع بطون وعقد الاهتزاز ما بعد البطن الثاني عن النهاية المقيدة؟

2. كيف نجعل مزماراً ذا لسان مختلف الطرفين من الناحية الاهتزازية؟ استنتج العلاقة المحدّدة لتواتر الصوت البسيط الذي يصدره هذا المزمار بدلالة طوله.

ثالثاً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى:

وتر آلة موسيقية، طوله $1\ m$، وكتلته $20\ g$ مثبتٌ من طرفيه ومشدود بقوة $20\ N$ المطلوب حساب:

1) سرعة انتشار الاهتزاز على طول الوتر.

2) تواتر الصوت الأساسي الذي يمكن أن يصدر عنه.

3) التواترات الخاصة لمدروجاته الثلاثة الأولى.

المسألة الثانية:

مزمار متشابه الطرفين طوله $1\ m$ يصدر صوتاً تواتره $170\ Hz$ يحوي هواءً في درجة حرارة معينة حيث سرعة انتشار الصوت $340\ m.s^{-1}$. المطلوب حساب:

1) عدد أطوال الموجة التي يحويها المزمار.

2) طول مزمار آخر مختلف الطرفين يحوي الهواء يصدر صوتاً أساسياً مواقتاً للصوت السابق في درجة الحرارة نفسها.

المسألة الثالثة:

مزمار ذو فم نهايته مغلقة يحوي غاز الأكسجين سرعة انتشار الصوت فيه $324\ m.s^{-1}$ يصدر صوتاً أساسياً تواتره $162\ Hz$.

1) احسب طول هذا المزمار.

2) نستبدل بغاز الأكسجين في المزمار غاز الهدروجين في درجة الحرارة نفسها، احسب تواتر الصوت الأساسي الذي يصدره هذا المزمار في هذه الحالة.

المسألة الرابعة:

نمرّر تياراً كهربائياً متناوباً جيبياً، تواتره $f = 50\ Hz$ في سلك نحاسي، طوله $15\ m$، وكتلته $6\ g$ ونجعل منتصفه بين قطبي مغناطيس نضوي يعامد السلك خطوط حقله المغناطيسي، احسب قيمة قوة شدِّ السلك F_T التي تجعله يهتزّ بالتجاوب مكوناً ثلاثة مغازل.

المسألة الخامسة:

مزمار ذو فم نهايتُه مفتوحة طولُه $\ell = 3\ m$ فيه هواء درجة حرارته $0\ ^\circ C$ حيث سرعة انتشار الصوت فيه $330\ m.s^{-1}$ وتواتر الصوت الصادر $f = 110\ Hz$. المطلوب:

1. احسب البعد بين بطنين متتاليين، ثم استنتج رتبة الصوت.
2. نسخن المزمار إلى الدرجة $819\ ^\circ C$، استنتج طول الموجة المتكونة ليصدر المزمار الصوت السابق نفسه.
3. احسب طول مزمار آخر ذي فم، نهايتُه مغلقة يحوي الهواء في الدرجة $0\ ^\circ C$ تواتر مدروجه الثالث يساوي تواتر الصوت الصادر عن المزمار السابق.

4

فيزياء الجسم الصلب والإلكترونيّات

أهداف الوحدة

يتوقع من المتعلّم في نهاية هذه الوحدة أن يكون قادراً على أن:

- يوضّح تأثير حقل كهربائيٍّ في إلكترون.
- يصف خصائص الأشعة المهبطيّة.
- يفسّر الأفعال المتبادلة بين الفوتون و المادة.
- يصف الظاهرة الكهروضوئيّة.
- يصف الظاهرة الكهرحراريّة.
- يصف التركيب البنائي لأنصاف النواقل والترانزستور واستخداماتها.
- يذكر تطبيقات على الأشعة المهبطيّة.
- يحلّ تمارين ومسائل تطبيقية.



النماذج الذرية والطيوف
Atomic Models And Spectra

الأهداف التعليميّة

يُتوقّع من الطالب في نهاية الدرس أن يكون قادراً على أن:

- يحدّد فرضيّات نموذج بور الذري الخاصّ بذرّة الهدروجين.
- يحدّد مستويات الطاقة في الذرّة.
- يستنتج علاقة طاقة الإلكترون بمداره.
- يتعرّف معنى إثارة الذرّة.
- يحدّد طرائق إثارة الذرّة.
- يصف بتجربة الطيف.
- يشرح أنواع الطيوف.

المصطلحات

عربي	إنكليزي
ميكانيك الكم	*Quantum Mechanics*
العزم الحركي	*Moment of Momentum*
الطيوف الذرية	*Atomic Spectra*
طاقة التأين	*Ionization Energy*
ذرة مثارة	*Atom Excitation*
الخط الطيفي	*Line Spectrum*

كان يُظنّ أنّ الطاقة التي يأخذها إلكترون بجوار النواة هي طاقة مستمرّة، فإذا انتقل الإلكترون من موقع إلى موقع آخر مختلف في بعده عن النواة، فإنّ طاقته تأخذ كافة القيم الواقعة بين الطاقة الابتدائية والطاقة النهائية. ولكن تبيّن أنّ هذا غير ممكن حيث أثبتت الدراسات أنّ الإلكترون ينتقل من طاقة إلى أخرى محدّدة دون المرور بالقيم التي بينهما، وبعبارة أخرى إنّ قيم الطاقة التي يأخذها الإلكترون بجوار النواة هي قيم محدّدة ومتقطّعة وهذا ما نطلق عليه تكميم الطاقة.

نتناول في هذا الدرس حالة ذرّة الهدروجين.

التكميم في ذرّة الهدروجين

1. الطاقة الحركية، والطاقة الكامنة والطاقة الميكانيكية لإلكترون حول النواة:

يفترض أحد النماذج الذرية أنّ **حركة الإلكترون حول النواة دائرية منتظمة، لنطبّق قانون التحريك الأساسي على الإلكترون:**

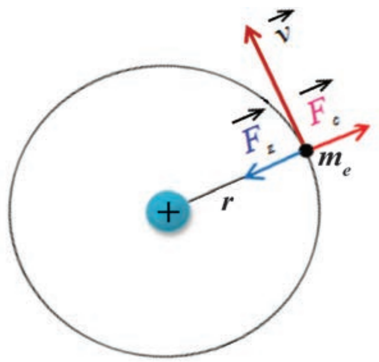
يخضع الإلكترون في ذرة الهدروجين في مساره للقوتين الآتيين على افتراض أنّ قوة التجاذب الكتلي بين الإلكترون والبروتون مهملة لصغرها:

- **القوة الكهربائية $\vec{F_E}$ وهي ناجمة عن جذب النواة (بروتون) له، وتعطى شدّتها بالعلاقة:**

$$F_E = k\frac{e^2}{r^2} \quad ...... (1)$$

حيث: $k = \frac{1}{4\pi \varepsilon_0}$ ، ε_0 : سماحية الخلاء الكهربائية.

- **قوة العطالة النابذة: $\vec{F_c}$**



الشكل (1)
القوى المؤثرة في إلكترون ذرة الهدروجين

$$F_c = m_e a_c = m_e \frac{v^2}{r} \quad ...... (2)$$

حيث : e شحنة الإلكترون، m_e كتلة الإلكترون، k ثابت الجذب الكهربائي، r نصف قطر مسار الإلكترون، v سرعة الإلكترون، a_c التسارع الناظمي.

2. فرضيّات بور:

الفرض الأول:

لكي تكون حركة إلكترون ذرة الهدروجين دائرية منتظمة حول النواة دون أن يتهاوى نحوها أو يبتعد عنها، فلا بدّ أن تكون القوة الجاذبة الكهربائية له نحو النواة مساوية لقوة العطالة النابذة الناجمة عن الدوران. أي:

$$F_E = F_c$$

من (1) و(2) نجد:

$$k \frac{e^2}{r^2} = m_e \frac{v^2}{r} \Rightarrow$$

$$v^2 = \frac{k e^2}{m_e r} \quad .... (3)$$

إنّ الطاقة الميكانيكية للإلكترون هي مجموع طاقتيه الحركية E_k والكامنة E_p

$$E = E_k + E_p \quad ...... \quad (4)$$

- الطاقة الحركية: $E_k = \frac{1}{2} m_e v^2$

نعوّض عن (3) في علاقة الطاقة الحركية للإلكترون فنجد:

$$E_k = \frac{1}{2} k \frac{e^2}{r} \quad ...... \quad (5)$$

- الطاقة الكامنة الكهربائية للإلكترون حول النواة:

$$E_p = -k \frac{e^2}{r} \quad .... \quad (6)$$

نعوّض عن(5) و(6) في (4)، فنجد:

$$E = -k \frac{e^2}{2r} \quad ...... \quad (7)$$

وهي علاقة الطاقة الميكانيكية لإلكترون ذرة الهدروجين في مداره.

الفرض الثاني:

اقترح بور أنّ هناك مدارات محدّدة ذات أنصاف أقطار مختلفة يمكن للإلكترون أن يدور فيها حول النواة، وفي أيٍّ منها يكون عزمُ كمية الحركة للإلكترون من المضاعفات الصحيحة لـ $\frac{h}{2\pi}$ أي أنّ العزم الحركي للإلكترون يُكتب بالعلاقة:

$$m_e v r = n \times \frac{h}{2\pi} \quad ...... \quad (8)$$

الفرض الثالث:

لا يصدر الإلكترون طاقة طالما بقي متحرّكاً في أحد مداراته حول النواة، ولكنه يمتص طاقة بكميات محددة عندما ينتقل من مداره إلى مدار أبعد عن النواة، ويصدر طاقة بكميات محددة عندما ينتقل من مداره إلى مدار أقرب إلى النواة.

3. سويات الطاقة في ذرّة الهدروجين:

من العلاقة (8) نجد:

$$v^2 = \frac{n^2 h^2}{4 \pi^2 m_e^2 r^2} \quad .... \quad (9)$$

بالتعويض في علاقة الطاقة الحركية نجد:

$$E_k = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{1}{2} m_e \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m_e^2 r^2} = \frac{n^2 h^2}{8\pi^2 m_e r^2} \quad .... \ (10)$$

بالمساواة بين العلاقتين (5) و(10) نستنتج:

$$r = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 k \, m_e e^2}$$

- من أجل $n = 1$: $r_0 = \frac{h^2}{4\pi^2 m_e e^2 k}$ وهو نصف قطر بور.
- من أجل مدار رتبته n : $r_n = n^2 r_0$

بالتعويض في (7) نجد:

$$E = -k \frac{e^2}{2r} = -k \frac{e^2}{2n^2 r_0}$$

$$E = E_n = -\frac{1}{n^2} \frac{2\pi^2 m_e e^4 k^2}{h^2}$$

باعتبار طاقة الحالة الأساسية $n = 1$:

$$E_0 = -\frac{2\pi^2 m_e e^4 k^2}{h^2}$$

تكون علاقة الطاقة الكلية للإلكترون من أجل السوية n :

$$E_n = -\frac{E_0}{n^2}$$

إذن طاقة الحالة الأساسية للهدروجين $(n = 1)$: $E = E_0 = -13.6\ eV$.

4. طاقة التأين لذرّة الهدروجين:

لكي تتأيَّن ذرّة الهدروجين يجب إعطاؤها طاقة تكفي لنقل الإلكترون من حالة ارتباط في سويته الأساسية التي كان عليها إلى حالة عدم الارتباط أي تصبح طاقته معدومة، ويلزم إعطاؤه طاقةً تساوي $13.6\ eV$.

الطيوف الذرّية:

1. منشأ الطيوف الذرّية:

توجد سويّات طاقة مثارة كثيرة في ذرّة الهدروجين، يُمكن للإلكترون أن يشغل أيّ سويّة من هذه السويّات، وإن انتقال الإلكترون من سوية طاقة إلى سوية أخفض يؤدّي إلى إصدار طاقة تساوي فرق الطاقة بين السويتين، فإذا أخذنا بعين الاعتبار الانتقالات المختلفة بين سويات الطاقة سوف نحصل على إصدارات بتواترات مختلفة، وعند تحليل حزمة ضوئية صادرة عن غاز الهدروجين المثار بالانفراغ الكهربائي سوف نجد أن الطيف مكوّن من عدد من الخطوط الطيفية، كلٌّ من هذه الخطوط يُمثّل انتقال الإلكترون بين سويتين طاقيّتين في ذرّة الهدروجين. يوضّح الشكل الآتي بعض الخطوط الطيفية لذرّة الهدروجين في المجال المرئي:

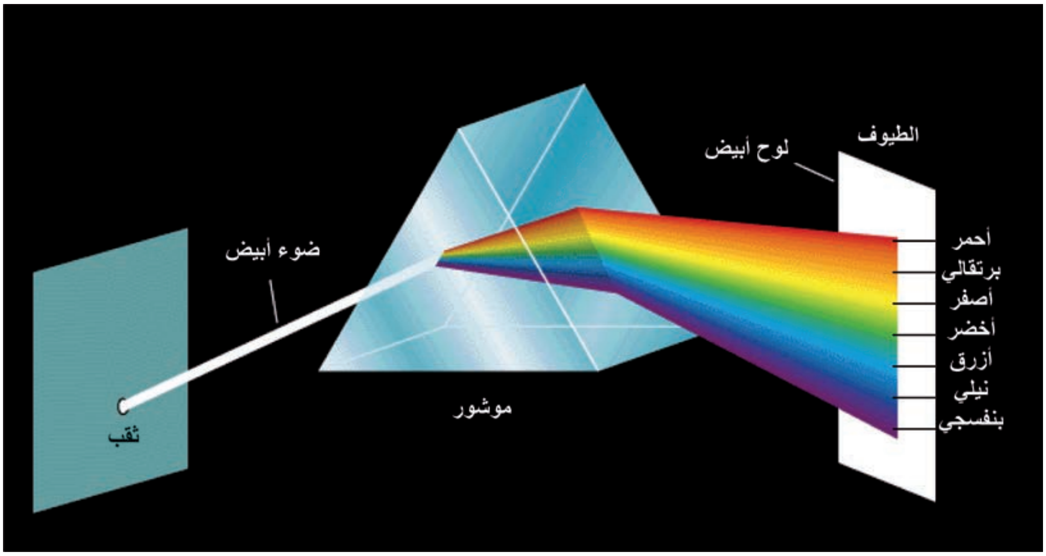


الشكل (2) الخطوط الطيفية لذرة الهدروجين

يُمكن إجراء دراسات شبيهة بتلك التي أُجريت لذرّة الهدروجين على ذرّات أخرى ولكن بحسابات أكثر تعقيداً. نستنتج منها تواترات الإصدارات الناجمة عن تلك الذرّات.

2. تجربة تسجيل الطيف:

من الطرائق الممكنة للحصول على طيف مصباح، هي بتمرير حزمة ضوئية صادرة عن المصباح على موشور، وتلقي الحزمة المنحرفة بالموشور على حاجز، كما في الشكل الآتي:



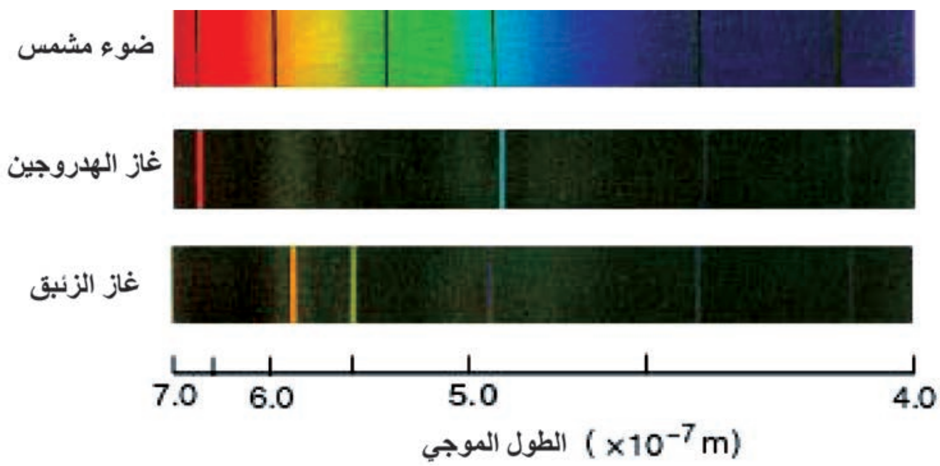
الشكل (3) تسجيل طيف الضوء الأبيض باستخدام موشور

3. أنواع الطيوف:

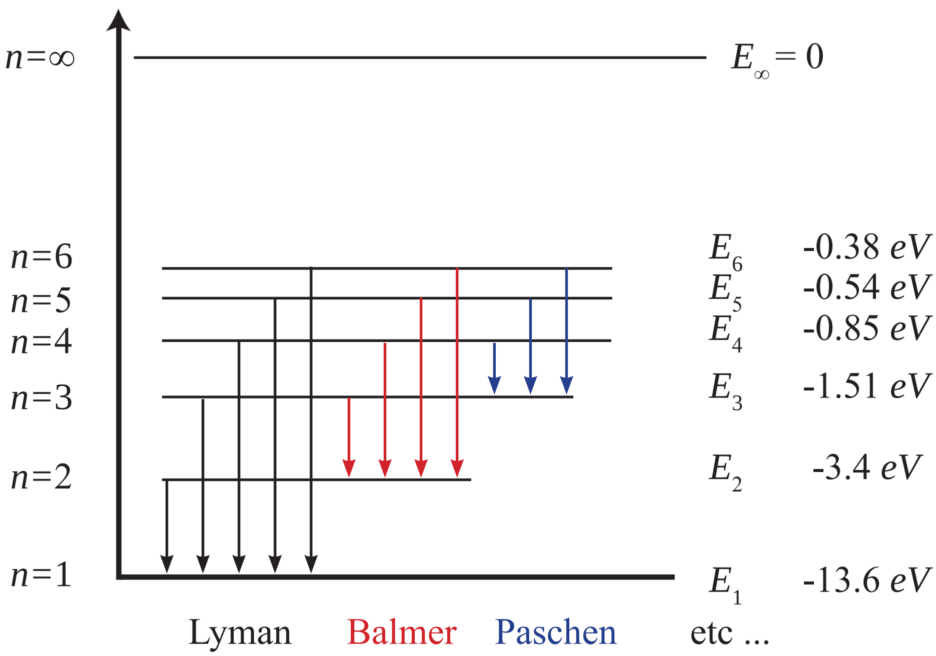
تُقسم الطيوف إلى :

1. الطيوف المستمرّة حيث نجد عند تحليل الضوء أنّ الطيف مستمر، من الأمثلة على ذلك طيف مصباح الكهرباء ذو مقاومة التنغستين، فإذا حلّلنا طيف هذا المصباح نجد أن طيف الإصدار متّصل ويأخذ شكلاً منحنياً له قمّة بجوار طول الموجة 0.6 ميكرون.
2. الطيوف المتقطعة: مثل طيف إصدار ذرّات الهدروجين، يتكوّن طيف الإصدار لهذه المنابع من خطوط طيفية أو عصابات طيفية منفصلة، فبينما نجد جميع ألوان قوس قزح في طيف مصباح التنغستين، فإنّنا نجد خطوطاً طيفيّةً في طيف مصباح بخار الزئبق، ولكن هذه الخطوط منفصلة عن بعضها. وبشكل عام تكون طيوف المصابيح الغازية متقطّعة وطيوف إصدارات الأجسام الصلبة الساخنة متّصلة.

في الشكل الآتي لدينا ثلاثة طيوف الأوّل مستمر وهو طيف الإصدار الشمسي والآخران متقطعان وهما لغاز الهدروجين وبخار الزئبق:



الشكل (4)



الشكل (5) إصدارات ذرة الهدروجين

أسئلة وتدريبات

أجب عن السؤال الآتي:

تتألّف ذرّة الهدروجين من بروتون وإلكترون، تُعطى سويّات الطاقة لذرّة الهدروجين بالعلاقة:

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2}\ (e.v)$$

حيث n هو عدد صحيح موجب يمثّل رتبة المدار.

في السوية ذات الطاقة الأخفض لدينا $n = 1$ ، وفي سوية الطاقة المثارة الأولى لدينا $n = 2$ وهكذا، عندما تسعى n إلى اللانهاية نجد الحالة المتأينة أي التي تخسر فيها ذرّة الهدروجين إلكترونها:

1. احسب النسبة بين قوة الجذب الكتلي للبروتون المؤثّرة في الإلكترون، والقوة الكهربائية التي تجذب بها النواة الإلكترون علماً أنّ المسافة بين الإلكترون والبروتون هي $a = 5.9\times10^{-11}\,m$، ماذا تستنتج؟

   شحنة الإلكترون : $e = 1.6 \times 10^{-19}\ C$

   ثابت الجذب الكهربائي $k = 9 \times 10^{9}\ m.F^{-1}$

   ثابت الجاذبية العام $G = 6.67 \times 10^{-11}\ m^{3}.\ kg^{-1}.s^{-2}$

   كتلة البروتون $m_P = 1.67 \times 10^{-27}\ kg$

   كتلة الإلكترون $m_e = 9.1 \times 10^{-31}\ kg$

   سرعة الضوء في الخلاء $c = 3.0 \times 10^{8}\ m/s$

2. ما قيمة الطاقة في السوية الأساسية؟
3. ارسم مخططاً لطاقة السويّات الخمس الأولى.
4. تتواجد الذرّة في البداية في حالتها الأساسية، تمتص هذه الذرّة فوتون بتواتر $f = 2.91\times10^{15}\ Hz$ ، احسب الرقم n للسوية التي تتواجد فيها الذرّة بعد الامتصاص.

انتزاع الإلكترونات وتسريعها

Detaching of Electrons and accelerating them

الأهداف التعليميّة

يُتوقّع من الطالب في نهاية الدرس أن يكون قادراً على أن:

- يتعرّف الطاقة الكلية للإلكترون في مداره.
- يستنتج علاقة طاقة انتزاع إلكترون حرٍّ من سطح معدن.
- يشرح طرائق انتزاع الإلكترون.
- يستنتج علاقة سرعة خروج الإلكترون من منطقة يسودها حقل كهربائي منتظم سرعته الابتدائية معدومة.
- يستنتج معادلة حامل مسار الإلكترون في منطقة يسودها حقل كهربائي منتظم سرعته الابتدائية عمودية على خطوط الحقل.

المصطلحات

عربي	إنكليزي
طبقة	*Shell*
مدار	*Orbit*
حالة	*State*
قوة كهربائية	*Electric Force*
طاقة ارتباط	*Binding Energy*
إلكترون حر	*Free Electron*
حقل كهربائي	*Electric Field*
حقل مغناطيسي	*Magnetic Field*
انتزاع الإلكترون	*Detaching of Electrons*
المفعول الكهرضوئي	*Photoelectric Effect*
المفعول الكهرحراري	*Thermoelectric Effect*
تسريع الإلكترون	*Accelerating of Electron*
طاقة الانتزاع	*Extraction Energy*

تتواجد إلكترونات الذرة في حالة حركة حول نواتها، لكن لا يمكن تحديد موضع أو سرعة أيّ من هذه الإلكترونات في لحظة ما بدقة، وإنما يمكن فقط تحديد احتمال تواجد الإلكترون في لحظة ما في موضع ما. بالرغم من ذلك فقد تم استخدام النماذج الذرية الكلاسيكية، التي تفترض مسارات دائرية للإلكترونات حول النواة، لإيجاد طاقات وسرع الإلكترونات في المدارات المختلفة في الذرة.

طاقة إلكترون ذرة الهدروجين في مداره:

إنّ الطاقة الكلية للإلكترون في مداره في جملة (إلكترون – نواة) تتألف من قسمين:

1. الطاقة الكامنة الكهربائية ناتجة عن تأثّره بالحقل الكهربائي الناتج عن النواة، وهي القسم السالب.
2. الطاقة الحركية الناتجة عن دورانه حول النواة، وهي القسم الموجب.

فتكون الطاقة الكلية للإلكترون: $E_n = E_P + E_k$ من أجل ذرة الهدروجين في مدار رتبته n:

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2} \quad ..... (1)$$

حيث E_n مقدرة بالإلكترون فولت، وهي طاقة سالبة؛ لأنها طاقة ارتباط، تشكّل طاقة التجاذب الكهربائية الجزء الأكبر منها، والقيمة المطلقة لهذه الطاقة تتناسب عكساً مع مربع رتبة المدار n الذي يدور فيه الإلكترون، وتزداد طاقة الإلكترون بازدياد رتبة المدار n أي مع ابتعاد الإلكترون عن النواة.

طاقة انتزاع (عمل انتزاع) إلكترون حرّ من سطح معدن:

تنقص طاقة التجاذب الكهربائي التي تطبقها شحنة النواة على الإلكترون في ذرة كلما زادت رتبة السوية التي ينتمي إليها هذا الإلكترون، لدرجة أنَّ إلكترونات السويّات الخارجيّة تكون حرّة تقريباً وخاصة في المعادن.

يتحرّك الإلكترون الحرّ داخل المعدن بسرعة وسطية تتعلّق بدرجة حرارة المعدن، وتكون الإلكترونات الحرّة على سطح المعدن خاضعة لقوى جذب كهربائية محصّلتها أكبر من الصفر، وتتجه نحو داخل المعدن؛ لأنّ الأيونات الموجبة بالنسبة لهذا الإلكترون تتوزع من الجهة الداخلية فقط من المعدن. وبناء عليه فإنّه لانتزاع إلكترون حرّ من سطح معدن ونقله مسافة صغيرة جداً $d\,l$ خارج المعدن من السطح المرتبط به يجب تقديم طاقةً أكبرَ أو تساوي عمل القوى الكهربائية التي تشدّ الإلكترون نحو داخل المعدن:

$$W = F\,d\,l \quad ..... (2)$$

لكن:

$$F = e\,E \quad ..... (3)$$

حيث: E شدة الحقل الكهربائي المتولّد عن الشوارد الموجبة عند سطح المعدن.

e القيمة المطلقة لشحنة الإلكترون.

$$W = e\,E\,d\,l \quad ..... (4)$$

لكن: $V_d = E\,d\,l$ تمثّل فرق الكمون بين سطح المعدن والوسط الخارجي المجاور.

$$W = e\,V_d \quad ..... (5)$$

وتصبح قيمة العمل اللازم للانتزاع مساوية لطاقة الانتزاع E_d :

$$E_d = W \quad ..... (6)$$

$$E_d = e\,V_d \quad ..... (7)$$

طرائق انتزاع الإلكترون:

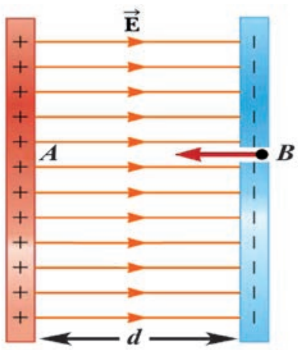
إنّ انتزاع أحد الإلكترونات الحرّة من سطح معدن يتطلّب إعطاءه الطاقة اللازمة لإخراجه من المعدن التي يجب أن تكون أكبر من طاقة انتزاعه E_d ، ويمكن أن يتم ذلك بإحدى الطرائق الآتية:

1. **الفعل الكهرضوئي:** تقدّم طاقة الانتزاع على شكل طاقة ضوئية تواترها كافٍ حيث يؤدي سقوطها على سطح المعدن إلى تحرّر عدد من الإلكترونات الحرّة.
2. **الفعل الكهرحراري:** عند تسخين المعادن إلى درجة حرارة معينه تكتسب بعض الالكترونات الحرّة قدراً كافياً من الطاقة تزيد من سرعتها وحركتها العشوائية، وإذا ازداد التسخين إلى درجة حرارة كافيه اكتسبت بعض الإلكترونات الحرة طاقةً تسمح لها بالانطلاق من الذرة؛ لتنبعث من سطح المعدن.
3. **قذف المعدن بحزم من الجسيمات** ذات الطاقة الكافية التي يساعد اصطدامها بسطح المعدن على انتزاع عدد من إلكتروناته الحرّة.

تسريع الإلكترونات بحقل كهربائي:

تتطلّب معظم التجارب التي تستخدم حزماً إلكترونية، إلكترونات بسرعاتٍ عالية نسبياً، وبالمقابل تكون سرع الإلكترونات المنتزعة من سطوح المعادن متدنية بصورة عامة، لذلك لا بد من زيادة سرعتها (تسريعها) ويتم ذلك عن طريق إخضاعها لحقول كهربائية ساكنة.

تسريع الإلكترونات في حقل كهربائي منتظم:



الشكل (1)
تسريع الإلكترون في حقل كهربائي منتظم

نفرض إلكتروناً ساكناً، شحنته e، وكتلته m_e ساكناً في نقطة A من منطقة يسودها حقل كهربائي منتظم $\vec{E}$ بين لبوسي مكثفة مستوية مشحونة، فرق الكمون بين لبوسيها V_{AB}، فإنّه يخضع لقوة كهربائية $\vec{F}$ ثابتة لها حامل $\vec{E}$، وتعاكسه بالجهة، تسبّب فيه تسارعاً $\vec{a}$ وفق العلاقة:

$$F = e\,E = m_e\,a \quad ..... (8)$$

$$a = \frac{e\,E}{m_e} = const \quad ..... (9)$$

وبذلك تكون حركة الإلكترون ضمن الحقل الكهربائي مستقيمة متسارعة بانتظام، ولمعرفة سرعة الإلكترون لحظة اصطدامه بالنقطة B من اللبوس الموجب قاطعاً مسافة d نطبّق العلاقة:

$$v^2 - v_0^2 = 2ad \quad ..... (10)$$

نعوّض عن v_0 , a:

$$v^2 - 0 = 2\frac{eE}{m_e}d \quad ..... (11)$$

لكن الجداء: $V_{AB} = E\,d$ يمثّل فرق الكمون بين لبوسي المكثفة.

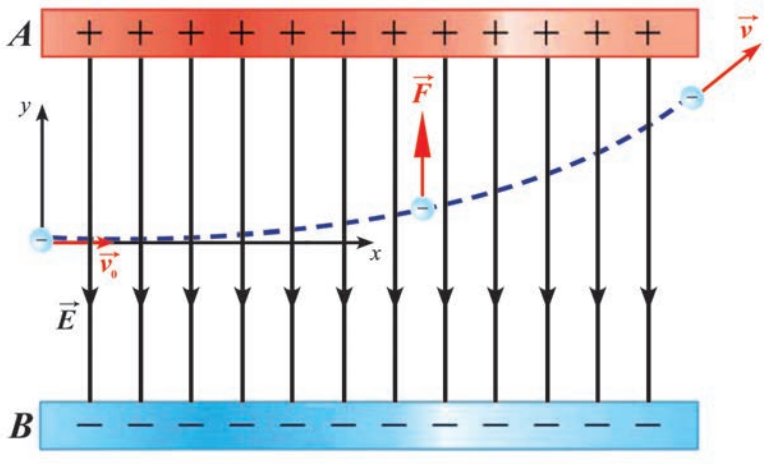
$$v^2 = 2\frac{eV_{AB}}{m_e} \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{2eV_{AB}}{m_e}} \quad ..... (12)$$

تصلح هذه العلاقة من أجل سرعات الإلكترون الصغيرة بالنسبة إلى سرعة الضوء حتى يمكن عدّ كتلته ثابتة، حيث إنّ كتلة الإلكترون تزداد بصورة ملموسة عندما يتحرك بسرعة قريبة من سرعة الضوء.

تأثير حقل كهربائي منتظم في إلكترون له سرعة ابتدائية عمودية على خطوط الحقل:

نفرض إلكتروناً سرعته $\vec{v}$ يدخل في منطقة يسودها حقل كهربائي منتظم $\vec{E}$ بين لبوسي مكثفة مستوية مشحونة عمودي على شعاع السرعة.



الشكل (2)

ينحرف الإلكترون المزوّد بسرعة ابتدائية نحو اللبوس الموجب في حقل كهربائي ساكن

يخضع الإلكترون لقوة كهربائية $\vec{F}$ لها حامل $\vec{E}$ وتعاكسه بالجهة.

لندرس حركة هذا الإلكترون على المحورين المتعامدين $\overrightarrow{ox} , \overrightarrow{oy}$ كما في الشكل أعلاه.

الحركة على المحور $\overrightarrow{ox}$ مستقيمة منتظمة لأنّ: $F_x = 0$، سرعتها ثابتة، تابعها الزمني:

$$x = v_0 \, t \quad ..... (13)$$

باعتبار مبدأ الفواصل نقطة دخول الإلكترون بين لبوسي المكثفة.

مبدأ الزمن لحظة دخول الإلكترون بين لبوسي المكثفة.

الحركة على المحور $\overrightarrow{oy}$ مستقيمة متسارعة بانتظام لأنّ: $F_y = e\,E$ وهي قوة ثابتة ضمن المنطقة التي يسودها الحقل الكهربائي المنتظم تسبّب للإلكترون تسارعاً ثابتاً a_y:

$$F_y = e\,E = m_e\,a_y \;\Rightarrow$$

$$a_y = \frac{e\,E}{m_e}$$

التابع الزمني لهذه الحركة باعتبار $a_y = a$:

$$y = \frac{1}{2} a t^2 \;\Rightarrow$$

$$y = \frac{1}{2}\left(\frac{e\,E}{m_e}\right) t^2 \quad ..... (14)$$

لاستنتاج معادلة حامل مسار الإلكترون في الحقل الكهربائي نحذف الزمن بين العلاقتين (13)، (14)

نجد من (13): $t = \frac{x}{v}$ نعوّض في (14):

$$y = \frac{1}{2}\frac{e\,E}{m_e}\left(\frac{x}{v_0}\right)^2$$

لكن: $E = \frac{V_{AB}}{d}$ حيث d البعد بين لبوسي المكثفة المشحونة، التوتر بين لبوسيها ثابت V_{AB}. نعوّض في العلاقة السابقة:

$$y = \frac{1}{2}\left(\frac{eV_{AB}}{m_e v_0^2 d}\right) x^2 \quad ..... (15)$$

تمثّل معادلة قطع مكافئ هي معادلة حامل مسار الإلكترون في منطقة الحقل الكهربائي، وعندما يخرج الإلكترون من المنطقة التي يسودها الحقل الكهربائي، فإنّه يتابع حركته على خطٍّ مستقيم بسرعة ثابتة هي سرعته لحظة خروجه من الحقل الكهربائي.

أسئلة وتدريبات

أولاً - أجب عن الأسئلة الآتية:

1- هل يكفي الإلكترون الواقع على سطح معدن، امتلاكه لطاقة مساوية لطاقة الانتزاع لهذا المعدن كي يتحرّر من سطح المعدن مبتعداً عنه؟ علّل ذلك.

2- اختر الإجابة الصحيحة في كلٍّ ممّا يأتي:

أ- يمتصُّ الإلكترون طاقة عندما:

A) ينتقل من مدار إلى آخر ضمن السوية نفسها.

B) يهبط إلى سوية أقرب إلى النواة.

C) يقفز من سوية أقرب إلى سوية أبعد عن النواة.

D) عندما يسقط على النواة.

ب- يتحرّر الإلكترون من سطح معدن بشكل مؤكّد عند:

A) حصوله على طاقة أكبر أو تساوي طاقة الانتزاع لهذا المعدن.

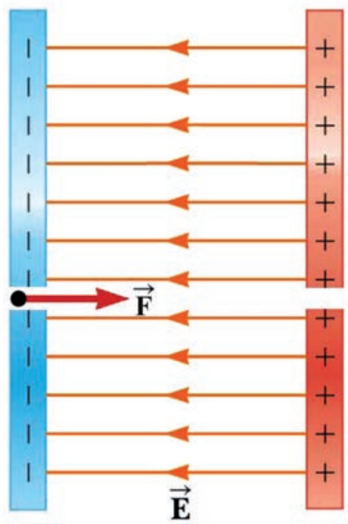
B) رفع درجة حرارة المعدن إلى درجة أعلى أو تساوي تلك المكافئة لطاقة الانتزاع لهذا المعدن.

C) حصوله على طاقة أكبر أو تساوي طاقة الانتزاع بشكل متزامن مع كون جهة حركته نحو الخارج.

D) تحقّق C بالإضافة لعدم اصطدامه بأي جسيم أثناء خروجه من السطح.

ثانياً- حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى:



نطبق فرقاً في الكمون، قيمته $720\ V$ بين اللبوسين الشاقوليين لمكثّفة مستوية. ندخل إلكتروناً ساكناً في نافذة من اللبوس السالب. استنتج العلاقة المحدّدة لسرعة هذا الإلكترون عندما يخرج من نافذة مقابلة في اللبوس الموجب – بإهمال ثقل الإلكترون – ثم احسب قيمتها.

شحنة الإلكترون بالقيمة المطلقة $e = 1.6 \times 10^{-19}\ C$، كتلة الإلكترون $m_e = 9 \times 10^{-31}\ kg$

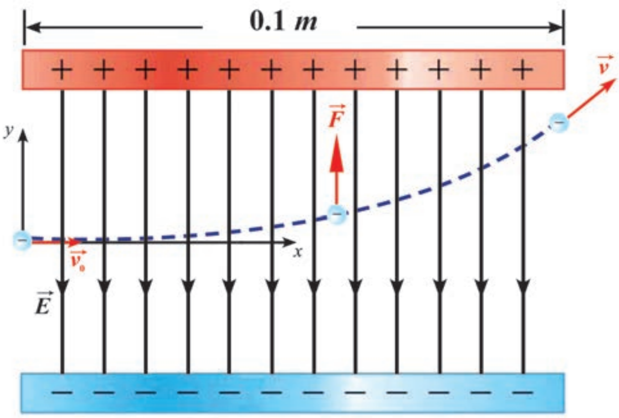
المسألة الثانية:

يتحرّك إلكترون أفقي بسرعة $4 \times 10^4\ km.s^{-1}$ ليدخل بهذه السرعة لحظة بدء خضوعه لتأثير اللبوسين الأفقيين لمكثفة مشحونة يبعدان عن بعضهما $2\ cm$ بينهما فرق في الكمون $10^3\ V$ ، والمطلوب:

1. احسب شدة الحقل الكهربائي المنتظم بين لبوسي المكثفة.
2. احسب شدة القوة التي يخضع لها الإلكترون بإهمال ثقله.
3. استنتج معادلة حامل مسار الإلكترون المتحرك بين لبوسي المكثفة.

شحنة الإلكترون بالقيمة المطلقة $e = 1.6 \times 10^{-19}\ C$ كتلة الإلكترون $m_e = 9 \times 10^{-31}\ kg$

المسألة الثالثة:



يدخل إلكترون بسرعة ابتدائية $v_0 = 3 \times 10^6\ m.s^{-1}$ إلى منطقة يسودها حقل كهربائي منتظم بشكل تتعامد فيه سرعة هذا الإلكترون مع خطوط الحقل كما في الشكل جانباً، فإذا علمت أنَّ شدة هذا الحقل هي $200\ V.m^{-1}$، وطول كلٍّ من لبوسي المكثفة المستوية المولّدة لهذا الحقل هو $0.1\ m$.

المطلوب:

a) أوجد تسارع الإلكترون أثناء تواجده ضمن منطقة الحقل الكهربائي.

b) أوجد الزمن الذي يستغرقه لاجتياز المسافة ضمن منطقة الحقل الكهربائي.

(يهمل ثقل الإلكترون) $e = 1.6 \times 10^{-19}\ C$ ، $m_e = 9 \times 10^{-31}\ kg$

الانفراغ الكهربائيّ والأشعة المهبطيّة
The Electronic Discharge And Cathodic Radiation

الأهداف التعليميّة

يُتوقّع من الطالب في نهاية الدرس أن يكون قادراً على أن:

- يتعرّف الانفراغ الكهربائي في غاز.
- يوضّح بالتجربة تغيّر مظهر الانفراغ الكهربائي بتغيّر ضغط الغاز.
- يحدّد شروط توليد الأشعة المهبطيّة.
- يبيّن بتجارب خواصّ الأشعة المهبطيّة.
- يتعرّف طبيعة الأشعة المهبطيّة.

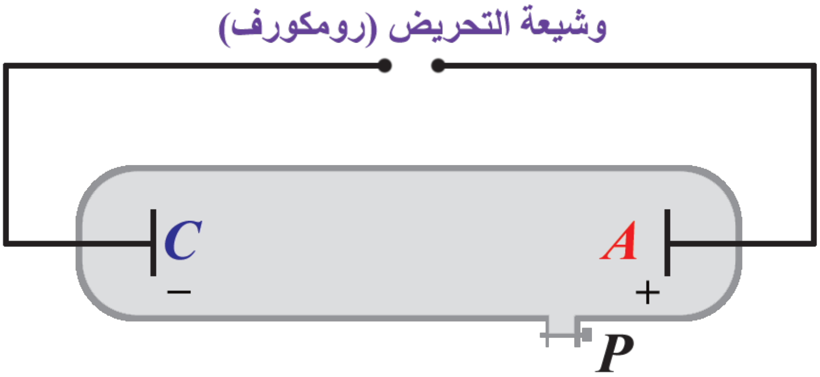
المصطلحات

عربي	إنكليزي
أنوب الانفراغ	*Discharge Tube*
المصعد	*Anode*
المهبط	*Cathode*

- توضع إشارة توتّرٍ عالٍ ( ) على بعض الأجهزة الكهربائية لذلك يُنصح بعدم لمس جهاز التلفاز من الخلف وهو يعمل.
- تتحوّل الغازات إلى ناقل للتيار الكهربائي عند تطبيق فرق كمون كبير على طرفي أنبوب يحتوي غازاً تحت ضغط منخفض.

الانفراغ الكهربائي في الغازات:

في الشكل الآتي رسم مبسّط لأنبوب التفريغ الكهربائي في الغازات.



الشكل (1) أنبوب التفريغ الكهربائي

وهو عبارة عن أنبوب زجاجي متين ومغلق تماماً بطول $(30 - 50)\ cm$ وقطر $4\ cm$، يحتوي على غاز معيّن مثل Ar الأرغون، Ne النيون، وغيرهما. ثُبِّت في طرفيه قطبان كهربائيان، أحدهما المهبط C والثاني المصعد A كما هو موضح في الشكل أعلاه. في أحد الجانبين توجد فتحة توصل إلى مخلّية هواء p يمكن بوساطتها التحكّم بضغط الغاز داخل الأنبوب.

عند وصل قطبي الأنبوب إلى توتر عالٍ متواصل مناسب، ومن أجل ضغط الغاز داخل الأنبوب حوالي $100\ mm\ Hg$ نشاهد مرور شرارة كهربائية (طقطقات) عبر الغاز الفاصل بين القطبين، نسمّي هذا المرور بالانفراغ الكهربائي عبر الغاز.

من أجل ضغط الغاز في الأنبوب حوالي $10\ mm\ Hg$ نشاهد ضوءاً متجانساً يمتدُّ من المهبط إلى المصعد ليملأ الأنبوب، ويختلف لونه باختلاف الغاز الموجود في الأنبوب فهو أحمر برتقالي في النيون وأزرق مخضر في بخار الزئبق، وهذه الأضواء تُستخدم في أنابيب الاعلانات ويُلاحظ أنّ الأنابيب باردة نسبياً لأنّ الإضاءة لا تنتج عن التسخين كما في المصابيح المتوهجة العادية.

بمتابعة تخفيض ضغط الغاز داخل الأنبوب إلى قيمة قريبة من $0.01\ mm\ Hg$ يختفي الضوء المتجانس تدريجياً من كامل الأنبوب ويتألق الزجاج مقابل المهبط بلون أخضر، وهذا التألّق ناتج عن أشعة غير مرئية صادرة عن المهبط تُسمّى الأشعّة المهبطيّة.

شرطا توليد الأشعة المهبطيّة:

تتولّد الأشعة المهبطية في أنبوب إذا توافر الشرطان الآتيان:

- فراغ كبير في الأنبوب يتراوح الضغط فيه بين $mm\ Hg$ (0.01 - 0.001) .
- توتّر كبير نسبياً بين قطبي الأنبوب حيث يولّد حقلاً كهربائياً شديداً جداً بجوار المهبط.

خواص الأشعة المهبطيّة:

1. **تنتشر وفق خطوط مستقيمة ناظميّة على سطح المهبط:** لهذا يختلف شكل حزمة الأشعة حسب شكل المهبط. فتكون متوازية إذا كان مستوياً، ومتقاربة إذا كان مقعراً، ومتباعدة إذا كان محدّباً دون أن يؤثّر مكان المصعد في مسارها المستقيم لضعف الحقل الكهربائي عنده وإن كان يجذب بعضها ليغلق الدارة.
2. **تُسبِّب تألّقَ بعض الأجسام:** تُهيج الأشعة المهبطية ذرات بعض المواد التي تسقط عليها فتتألّق بألوان معينة، ويُستفاد من هذه الخاصة في كشف الأشعة المهبطية، فيتألّق الزجاج العادي بلون أخضر، وكبريتات الكالسيوم بالأصفر البرتقالي.
3. **ضعيفة النفوذ:** لا تستطيع الأشعة المهبطية أن تنفذ خلال صفيحة من المعدن فتكوّن ظلاً على الزجاج المتألّق خلفها، لكن يمكن أن تنفذ عبر صفيحة رقيقة من الألمنيوم ثخنها بضعة ميكرونات.
4. **تحمل طاقة حركية:** تتحرك الأشعة المهبطيّة بسرعة يقع بعضها بين $m.s^{-1}$ $(2 \times 10^7 - 6 \times 10^7)$، تقابلها توتّرات بين V $(10^3 - 10^4)$، لهذا يمكنها أن تدير دولاباً خفيفاً.يمكن لهذه الطاقة الحركية أن تتحوّل إلى أشكال أخرى: طاقة كيميائية، طاقة حرارية، وطاقة إشعاعية إذا أصابت جسماً مناسباً.
5. **تتأثر بالحقل الكهربائي:** فتنحرف نحو اللبوس الموجب لمكثّفة مشحونة ممّا يدلُّ على أنّها مشحونة بكهربائية سالبة.
6. **تتأثر بالحقل المغناطيسي:** فتنحرف بتأثير قوة لورنز المغناطيسية عمودياً على خطوط الحقل المغناطيسي الذي يؤثر فيها.
7. **تنتج أشـعة سينية** ***X- ray*** عنـد اصطـدام الأشـعة المهبطية بالمـواد الصلبة ذات الأعـداد الذريــة الكبيرة مثل التنغستين.
8. **تؤين الغازات التي تمرّ فيها.**
9. **تؤثر في أفلام التصوير.**

طبيعة الأشعة المهبطيّة:

يحتوي أنبوب الأشعة المهبطيّة على ذرّاتٍ غازيّة وأيونات موجبة ناتجة عن التصادم بين هذه الذرّات، وبفعل التوتر الكهربائي الكبير المطبق بين قطبي الأنبوب تتّجه هذه الأيونات الموجبة نحو المهبط بسرعة كبيرة، فتؤيّن ما تلاقيه في طريقها من ذرات غازية حتى تصل إلى المهبط فتصدمه، ويساعد هذا الصدم على انتزاع بعضٍ من الإلكترونات الحرّة من سطح معدن المهبط الذي يقوم بدفعها لتبتعد عنه نظراً لشحنتها السالبة، ويسرّعها التوتر الكهربائي لتصدم من جديد أثناء توجُّهها نحو المصعد ذراتٍ غازيّة جديدة فتسبّب تأيينها وتتشكل أيونات موجبة جديدة تتجه نحو المهبط لتولّد إلكترونات جديدة وهكذا.

تتكوّن الأشعة المهبطية من إلكترونات منتزعة من مادة المهبط، ومن إلكترونات تأيّن الذرات الغازية بجوار المهبط. يسرّعها الحقل الكهربائي الشديد الناتج عن التوتر المطبق بين قطبي الأنبوب.

أسئلة وتدريبات

أولاً- ما طبيعة الأشعة المهبطيّة؟ وكيف تتحقّق تجريبياً من تلك الطبيعة؟

ثانياً- حل المسألة الآتية:

تبلغ شدة التيار في أنبوب للأشعة المهبطية $16\ m\,A$:

1. احسب عدد الإلكترونات الصادرة عن المهبط في كلِّ ثانية.

2. احسب الطاقة الحركية لأحد الإلكترونات لحظةَ وصوله المصعد باعتبار أنّه قد ترك المهبط دون سرعة ابتدائية، وأنّ التوتر الكهربائي بين المصعد والمهبط $180\ V$، ثمَّ احسب سرعته عندئذٍ.

3. احسب الطاقة الحرارية الناتجة عن التحوّل الكامل للطاقة الحركية للإلكترونات التي تصدم المصعد خلال دقيقة واحدة.

$m_e = 9\times10^{-31}\ kg$ ، $e = 1.6\times10^{-19}\ C$ (يهمل ثقل الإلكترون)

الفعل الكهرحراري
Thermoelectric Effect

الأهداف التعليميّة

يُتوقّع من الطالب في نهاية الدرس أن يكون قادراً على أن:

- يتعرّف الفعل الكهرحراري.
- يصف راسم الاهتزاز الالكتروني.
- يوضّح عمل راسم الاهتزاز الالكتروني.
- يثمّن تطبيقات راسم الاهتزاز الالكتروني.

المصطلحات

عربي	إنكليزي
راسم الاهتزاز الإلكتروني	*Oscilloscope*

عند تسخين المعادن إلى درجة حرارة معينه تكتسب بعض الالكترونات الحرّة قدراً كافياً من الطاقة تزيد من سرعتها وحركتها العشوائية، وإذا ازداد التسخين إلى درجة حرارة كافيه اكتسبت بعض الإلكترونات الحرّة طاقة، تسمح لها بالانطلاق من الذرة لتنبعث من سطح المعدن، ويكتسب المعدن شحنة موجبة تزداد تدريجياً ممّا يزيد من قدرتها على جذب الإلكترونات الحرّة المنتزعة، ويستمر ذلك حتى يتساوى عدد الإلكترونات المنتزعة من سطح المعدن في كل لحظة مع عدد الإلكترونات العائدة إليه؛ فتتشكّل سحابة إلكترونية كثافتُها ثابتة حول المعدن. هذه الظاهرة تُدعى الفعل الكهرحراري الذي اكتشف من قبل توماس أديسون (1931 -1847) خلال تجاربه حيث لاحظ تحوّل الهواء المحيط بسلك متوهج إلى وسط ناقل، واستنتج ذلك من التفرّغ التدريجي للشحنة الموجبة لكشّاف كهربائي عند تقريبه من السلك المتوهج.

تعريف الفعل الكهرحراري:

الفعل الكهرحراري هو انتزاع الكترونات حرّة من سطح المعدن بتسخينه إلى درجه حرارة مناسبة.

تبيّن التجربة أنّ عدد الإلكترونات المنتزعة في الثانية الواحدة من سطح المعدن يزداد:

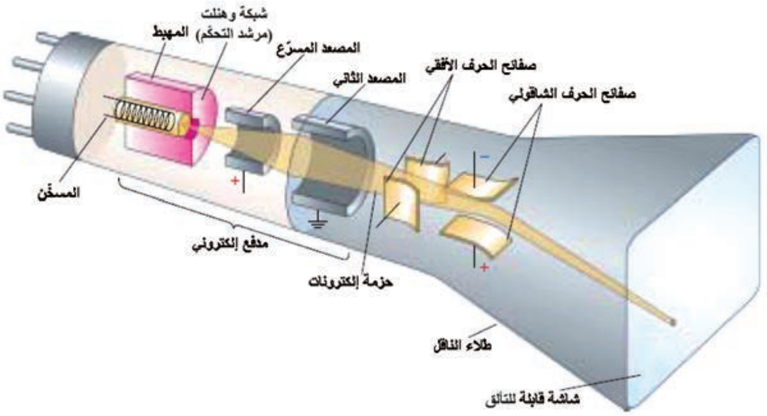
* كلّما قلَّ الضغط المحيط بسطحه.
* كلّما ارتفعت درجة حرارته.

تستخدم ظاهرة الفعل الكهرحراري في كثير من الأجهزة الكهربائية والإلكترونية، ويُعدُّ راسم الاهتزاز من أهمِّ هذه الأجهزة حيث لا يخلو منه مختبر بحثي أو جامعي أو مختبر تشخيص طبي وغير ذلك.

راسم الاهتزاز الإلكتروني:

يتألّف راسم الاهتزاز الإلكتروني من أنبوب زجاجي مخروطيّ الشكل مفرّغ من الهواء تقريباً ويحوي الأقسام الآتية:

1. **المدفع الإلكتروني.**
2. **الجملة الحارفة (منظومة الانحراف).**
3. **الشاشة المتألقة.**



الشكل (1)
أجزاء راسم الاهتزاز الإلكتروني

◄ **المدفع الإلكتروني:** يتألّف من:

- المهبط: وهو موصولٌ بتوتّر سالب، يُصدر إلكترونات بالفعل الكهرحراري عن طريق تسخينه تسخيناً غير مباشراً بوساطة سلك تسخين (c) مصنوع من التنغستين.
- شبكة وهنلت (G): لضبط الحزمة الإلكترونية.
- مصعدان.

◄ **الجملة الحارفة:** تتألف من:

- مكثفه مستوية، لبوساها أفقيان (حقلها الكهربائي شاقولي) تحرف الحزمة الإلكترونية شاقولياً.
- مكثفه مستوية، لبوساها شاقوليان (حقلها الكهربائي أفقي) تحرف الحزمة الإلكترونية أفقياً.

ملاحظه: يمكن استخدام زوجين من الوشائع بدلاً من الصفائح إحداهما أفقية والأخرى شاقولية.

◄ **الشاشة المتألقة:** تتألف من:

- طبقه سميكة من الزجاج.
- طبقه ناقلة من الغرافيت.
- طبقه من ماده متألقة (كبريت الزنك ZnS)

وتغطى الشاشة من الداخل بطبقة رقيقة من الألمنيوم لا يتجاوز ثخنها بضعة ميكرونات.

عمل راسم الاهتزاز:

- عند تمرير تيار متواصل في سلك التسخين يسخن المهبط، وتُنتزع منه الإلكترونات الحرّة بشكل حزمة متباعدة.
- تقوم شبكة وهنلت (G) بتجميع الإلكترونات الحرّة الصادرة عن المهبط في نقطة تقع على محور الأنبوب، ومن خلال تغيير التوتر السالب المطبق على الشبكة يتغيّر عدد الإلكترونات النافذة من ثقب الشبكة مما يغيّر من شدة إضاءة الشاشة.
- تسرّع الإلكترونات المنتزعة بين الشبكة والمصعدين على مرحلتين:
  الأولى: بين الشبكة والمصعد الأول بتطبيق توتّر عالٍ موجب قابل للتغيير.
  الثانية: بين المصعد الأول والمصعد الثاني بتطبيق توتر عالٍ موجب ثابت.
  وذلك لتخرج الحزمة الإلكترونية متقاربة في نقطة ضيّقة على الشاشة عند محور الأنبوب.
- في الجملة الحارفة تقوم المكثّفة ذات الحرف الأفقي بحرف الحزمة الإلكترونية المسرّعة نحو اللبوس الموجب بقيمة تتناسب طرداً مع التوتر المطبق بين اللبوسين، وإذا كان هذا التوتر متناوباً جيبياً أو دورياً تحركت الحزمة الإلكترونية الضيقة على خط مستقيم أفقي.

أمّا المكثفة ذات الحرف الشاقولي فتقوم بحرف الحزمة الإلكترونية شاقولياً بقيمة تتناسب طرداً مع التوتر المطبق بين اللبوسين.

- تسمح وريقة الألمنيوم للإلكترونات المسرّعة بالعبور، فتصطدم بالمادة القابلة للتألق وينعكس التألق على وريقة الألمنيوم التي تعكسه بدورها خارج الأنبوب، وتعمل مادة الغرافيت دور الواقي للحزمة الإلكترونية من الحقول الكهربائية الخارجية، كما أنّها تعيد الإلكترونات التي سبّبت التألق إلى المصعد وتُغلق الدارة.

ملاحظة:

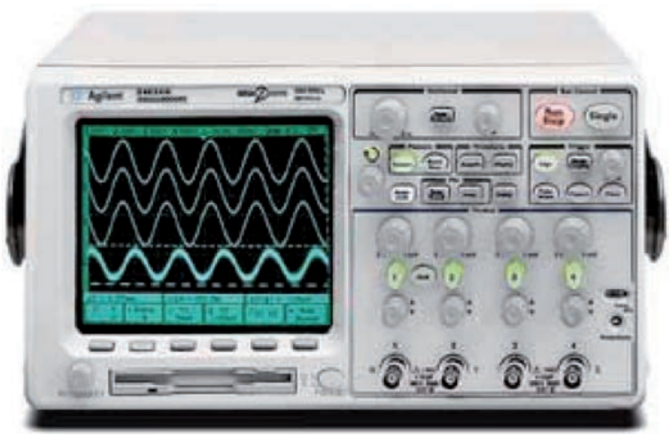
- يطلى الأنبوب المخروطي بطبقه من الغرافيت حيث إنّ الشاشة تُصدر إلكترونات ثانوية عند اصطدام الإلكترونات بها لذا يلجأ إلى تأريض طبقة طلاء الشاشة وطبقة الغرافيت الداخلية للحيلولة دون تراكم زائد للشحنة الساكنة على الأنبوب.

استخدامات راسم الاهتزاز:

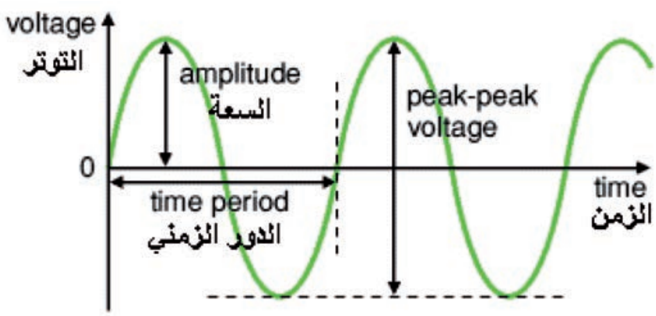
يبين الشكل الآتي صورة عامة لراسم الاهتزاز الإلكتروني:

يُستخدم راسم الاهتزاز الإلكتروني في مجالات متعددة من العلوم، وذلك لدراسة الحركات وبشكل خاص الدورية منها حيث يُظهر تحولات التوتر بتابعية الزمن على شكل منحني بياني له تواتر الحركة المدروسة نفسه. كما في الشكل (2).

كما يمكّننا هذا الجهاز من قياس فرق الكمون المستمر أو المتناوب بوساطة الشاشة المقسمة إلى تدريجات مناسبة ويمكن التحكم بقيمة كل تدريجة بوساطة مفتاح خاص.



الشكل (2) صورة عامة لراسم الاهتزاز الإلكتروني



الشكل (3)
يمكن قياس التوتر أو الدور وغيرهما بوساطة راسم الاهتزاز

أسئلة وتدريبات

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية:

1) اختر الإجابة الصحيحة لكلٍّ ممّا يأتي:

1. الفعل الكهرحراري هو انتزاع:

A- الفوتونات عند اصطدام الإلكترون بسطح مادة مفلورة.

B- الإلكترونات الحرّة عن سطح معدني عند تسخينه لدرجة حرارة مناسبة.

C- البروتونات من سطح معدن عند تسخينه لدرجة حرارة مناسبة.

D- النترونات من سطح معدن عند تسخينه لدرجة حرارة مناسبة.

2. يتم التحكم بشدة إضاءة شاشة راسم الاهتزاز الإلكتروني بواسطة التحكّم:

A- بدرجة حرارة المهبط.

B- بالتوتر المطبق على المصعد.

C- بالتوتر السالب المطبق على الشبكة.

D- بتوتر الجملة الحارفة.

2) علّل ما يأتي:

1. يطبّق على شبكة وهنلت توتُّر سالب.
2. تُنتزع الإلكترونات الحرّة من سطح معدن بتسخينه إلى درجة حرارة مناسبة.
3. تُطلى الشاشة بطبقة من الغرافيت.

3) اشرح الدور المزدوج لشبكة وهنلت في جهاز راسم الإشارة الإلكتروني.

ثانياً: حل المسألتين الآتيتين:

المسألة الأولى:

راسم اهتزاز إلكتروني يُصدرمدفعه الإلكتروني حزمه متجانسة من الإلكترونات بدون سرعة ابتدائية عملياً. نطبق توتراً بين مصعده ومهبطه، قدره $1125\ V$، والمطلوب:

1. احسب الطاقة الحركية لأحد إلكترونات تلك الحزمة عندما يصل المصعد وسرعته حينئذ.
2. تدخل الحزمة الإلكترونية بين لبوسي مكثفة مستوية مشحونة البعد بينهما $2\ cm$ يوازيان مسار الحزمة الإلكترونية في حالة عدم تطبيق فرق كمون بين اللبوسين.

A. احسب شدة الحقل الكهربائي بين الصفيحتين إذا كان فرق الكمون بينهما $500\ V$.

B. استنتج معادلة حامل مسار أحد إلكترونات الحزمة.

(يهمل ثقل الإلكترون) ، $e = 1.6 \times 10^{-19}\ C$ ، $m_e = 9 \times 10^{-31}\ kg$

المسألة الثانية:

أنبوبة تلفزيون طولها $0.35\ cm$، ويبلغ متوسط عدد الإلكترونات فيها 3.5×10^{8} إلكترون/متر في الحزمة الإلكترونية بين المهبط والمصعد الأول:

1. إذا كان متوسط سرعة الالكترونات $5 \times 10^{6}\ m.s^{-1}$ لحظة صدمها للشاشة، احسب الطاقة الحركية للحزمة الإلكترونية عندئذٍ.
2. احسب فرق الكمون بين المهبط والمصعد.

(يهمل ثقل الإلكترون) ، $e = 1.6 \times 10^{-19}\ C$ ، $m_e = 9 \times 10^{-31}\ kg$

الفعل الكهرضوئي
Photoelectric Effect

الأهداف التعليميّة

يُتوقّع من الطالب في نهاية الدرس أن يكون قادراً على أن:

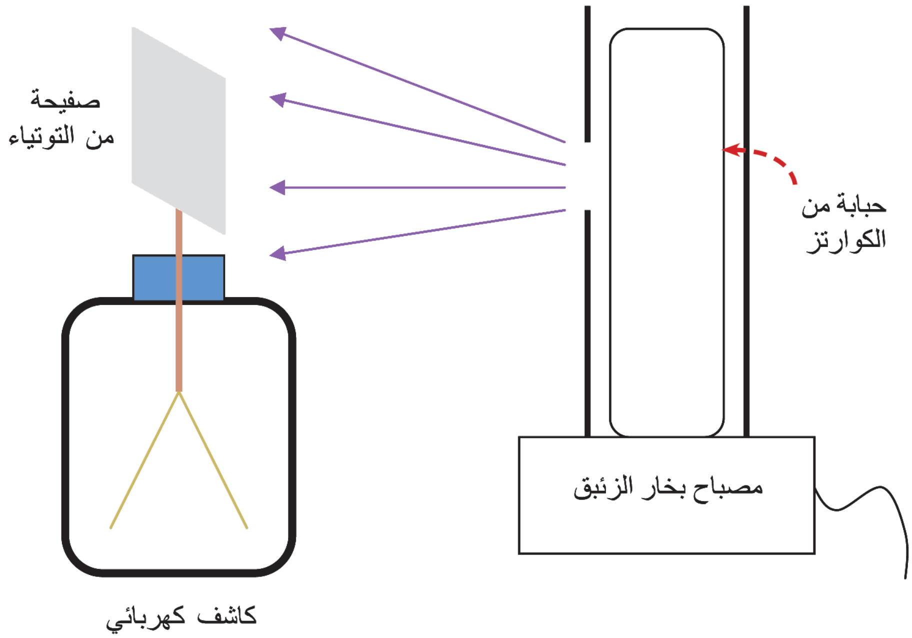
- يتعرّف الفعل الكهرضوئي.
- يتعرّف خواص الفوتون.
- يصف الخلية الكهرضوئية.
- يصوغ قوانين الفعل الكهرضوئي.
- يبيّن بعض تطبيقات الخلية الكهرضوئية.

المصطلحات

عربي	إنكليزي
الفوتون	*Photon*
الخلية الضوئية	*Photocell*
لمبة الإصدار	*Emission Lamp*
المضاعف الضوئي	*Photomultiplier*

1. تجربة هرتز *Hertz* (1887):

وصف التجربة: نثبّت صفيحة نظيفة من التوتياء (الزنك) فوق قرص كاشف كهربائي، ونعرّضها للأشعة الصادرة عن مصباح بخار الزئبق (يجب أن تكون حبابة المصباح مصنوعة من الكوارتز). كما في الشكل الآتي:



الشكل (1) تجربة هرتز

1. نقوم بشحن صفيحة التوتياء بشحنة سالبة فتنفرج وريقتا الكاشف، ثمّ نسلّط ضوء المصباح عليها فنجد أنّ الوريقتين تتقاربان حتى تنطبقا.
2. نعيد التجربة السابقة بعد أن نضع بين المصباح والصفيحة لوحاً زجاجياً، نلاحظ بقاء انفراج وريقتي الكاشف على حاله بالرغم من وصول ضوء المصباح إلى الصفيحة. عند تقريب المصباح من الصفيحة مع بقاء اللوح بينهما تزداد الشدة الضوئية التي تتلقاها الصفيحة، ومع ذلك لا يتغيّر انفراج الوريقتين. نسحب اللوح الزجاجي فنجد أنّ الوريقتين تتقاربان حتى تنطبقا.
3. نعيد شحن الصفيحة بشحنة موجبة ثُمّ نعرّضها لضوء مصباح الزئبق، فنلاحظ أنّ انفراج الوريقتين لا يتغيّر.

2. تحليل نتائج التجربة:

عند تعريض صفيحة التوتياء لأشعة المصباح يجري انتزاع بعض الإلكترونات الحرة من الصفيحة، وهذا يُسمّى الفعل الكهرضوئي.

- في التجربة (1) بعد انتزاع الإلكترونات تُنفرهم شحنة الصفيحة السالبة فتبتعد الإلكترونات عنها مما يؤدي إلى فقدانها تدريجياً لشحنتها السالبة حتى تتعادل.
- في التجربة (2) إنّ الأشعة التي عبرت من خلال اللوح الزجاجي لم تتمكّن من انتزاع الإلكترونات من صفيحة التوتياء. فإنّ عزينا ذلك إلى ضعف الشدّة كان علينا أنّ نقرّب المصباح من الصفيحة لنزيد الشدة التي تصل إلى الصفيحة، غير أنّه عند تقريب المصباح نجد أنّ الصفيحة لا تفقد شحنتها (يبقى انفراج الوريقتين على حاله)، مما يدل على أنّ الشدة الضوئية ليست العامل الحاسم في انتزاع الإلكترونات، والسبب في منع انتزاع الإلكترونات هو وجود اللوح الزجاجي، إنّ الإشعاع الصادر عن مصباح بخار الزئبق يحتوي على أشعة فوق بنفسجية إضافة إلى الأشعة المرئية وتحت الحمراء، ولوح الزجاج لا يسمح للأشعة فوق البنفسجية بالمرور من خلاله حيث يقوم بامتصاصها، أي يمنعها من الوصول إلى الصفيحة، وما نلاحظه هو عدم فقدان الصفيحة لشحنتها السالبة أي لم يعد هنالك انتزاع للإلكترونات منها بالرغم من مرور الأشعة المرئية وتحت الحمراء فإن انتزاع الإلكترونات لا يحدث حتى لو زدنا الشدة الضوئية، وهذا يوصلنا إلى أنّ الأشعة فوق البنفسجية فقط هي المسؤولة عن انتزاع الإلكترونات.
- في التجربة (3) الإلكترونات التي يجري نزعها يُعاد جذبها إلى الصفيحة من قبل شحنتها الموجبة فتبقى شحنة الصفيحة على حالها (لا يتغيّر انفراج الوريقتين).

وكما مرّ معنا فإنّه لانتزاع إلكترون يجب تقديم طاقة W_S تسمى طاقة الانتزاع وهي تساوي طاقة ارتباط الإلكترون بالشبكة.

- عندما يتلقى الإلكترون طاقة قدرها W_S فإنّه يفك ارتباطه بالمعدن ويخرج ولكن بطاقة حركية معدومة.
- عندما يتلقى الإلكترون طاقة E أكبر من طاقة الانتزاع فإنّه يخرج من المعدن وله طاقة حركية E_k تحقق العلاقة:

$$E_k = E - W_S \quad ..... (1)$$

نتيجة: الفعل الكهرضوئي هو انتزاع الإلكترونات من المادة عند تعرّضها لإشعاعات كهرطيسية مناسبة.

3. فرضية أينشتاين (1905)

قادت الملاحظات - التي أوردناها سابقاً - أينشتاين لوضع النموذج الآتي لتفسير الفعل الكهرضوئي.
حيث اقترح أينشتاين أن الحزمة الضوئية ذات التواتر f يمكن اعتبارها حزمة من الجسيمات غير المرئية نسميها فوتونات ، لكل فوتون طاقة تساوي $E = h\,f$ حيث h هو ثابت بلانك *Planck*. يتمتّع الفوتون

بالخواص الآتية:

- يواكب موجة كهرطيسية تواترها f .
- شحنته الكهربائية معدومة.
- يتحرّك بسرعة الضوء في الخلاء c.
- طاقته تساوي $E = hf$ ..... (2) مع $h = 6.63 \times 10^{-34}\ J.s$ ثابت بلانك.
- يمتلك كمية حركة $P = mc$ ..... (3) ومن علاقة اينشتاين $E = mc^2$

$$P = \frac{E}{c^2}\, c = \frac{E}{c} = \frac{hf}{\lambda f} = \frac{h}{\lambda} \quad ..... (4)$$

بناءً على ما تقدّم تُكتب استطاعة موجة كهرطيسية تسقط على سطح: $P = N\,h\,f$ حيث N عدد الفوتونات التي يتلقاها السطح في واحدة الزمن.

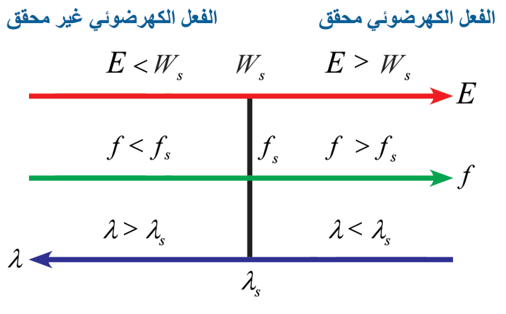
4. شرح الفعل الكهرضوئي بالاستناد إلى فرضية أينشتاين:

عندما يسقط فوتون على معدن فإنّه يُمكن أن يصادف إلكتروناً ويُقدّم له كامل طاقته، والفوتون يكون بذلك قد جرى امتصاصه، وهنا لدينا ثلاثة احتمالات:

أ. إذا كانت طاقة الفوتون مساوية لطاقة الانتزاع $W_S = h\,f$ فإن ذلك يؤدي إلى انتزاع الإلكترون، وخروجه من المعدن ولكن بطاقة حركية معدومة. وتواتر الموجة f عندئذٍ تمثّل تواتر العتبة اللازمة للانتزاع f_s أي: $f = f_s$

ب. إذا كانت طاقة الفوتون أكبر من عمل الانتزاع، فإنّه يجري انتزاع الإلكترون من المعدن باستهلاك جزء من طاقة الفوتون يساوي W_S ويبقى الجزء الآخر مع الإلكترون على شكل طاقة حركية، أي يخرج الإلكترون من المعدن بطاقة حركية تساوي $E_k = h\,f - W_S$.

ج. إذا كانت طاقة الفوتون أصغر من طاقة الانتزاع فإنّ الطاقة الحركية للإلكترون تزداد ويبقى مرتبطاً بالمعدن.



الشكل (2)
أطوال الموجات والتواترات وطاقات الانتزاع التي يتحقق عندها الفعل الكهرضوئي

إذن هنالك عتبة لطول موجة الحزمة الضوئية الواردة على المعدن حتى يجري انتزاع الإلكترونات من المعدن، فإن كان طول الموجة λ أصغر أو يساوي هذه العتبة λ_s أي $\lambda \leq \lambda_s$ حصل انتزاع الإلكترونات.

نشير إلى أنّ أينشتاين قد حصل على جائزة نوبل عام 1921 لشرحه ظاهرة الفعل الكهرضوئي.

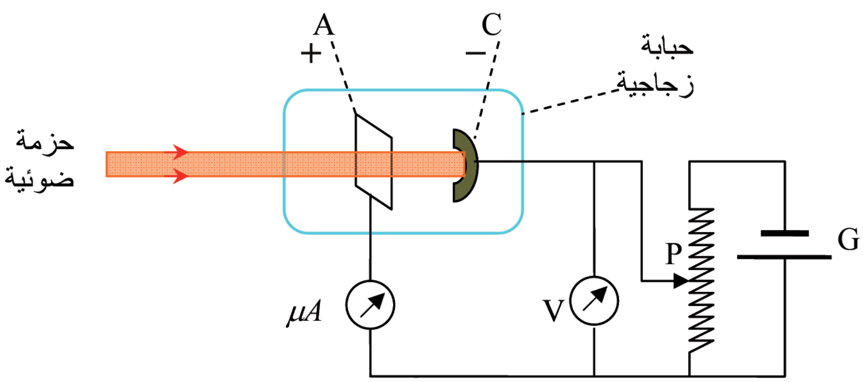
نجد في الجدول (1) عمل انتزاع الإلكترون من عدد من المعادن، وطول موجة العتبة الموافق.

عتبة طول الموجة وعمل الانتزاع		
المعدن	عتبة طول الموجة للفعل الكهرضوئي (μm)	عمل الانتزاع (eV)
التوتياء Zn	0.35	3.55
الألمنيوم Al	0.365	3.40
الكالسيوم Ca	0.447	2.78
الصوديوم Na	0.50	2.48
الليثيوم Li	0.54	2.30
البوتاسيوم K	0.55	2.26
الريبيديوم Rb	0.57	2.18
السترونسيوم Sr	0.60	2.07
السيزيوم Cs	0.66	1.88

الجدول (1): عتبة طول الموجة وعمل الانتزاع لعدد من العناصر الكيميائية.

5. الخلية الكهرضوئية (الحجيرة الكهرضوئية):

يُمثّل الشكل الآتي مخططاً لخلية كهرضوئية:

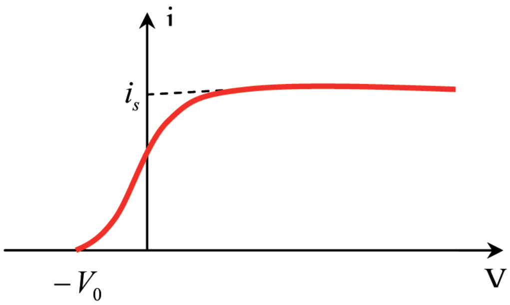


الشكل (3) رسم تخطيطي للخلية الكهرضوئية

تتألّف الخلية الكهرضوئية من حبابة مخلاة من أي غاز، تحتوي على مسرى معدني هو المهبط C يُغطي سطحه طبقة من معدن قلوي تتلقّى الضوء ويُمكن أن تكون من أي مادة تحمل إلكترونات ضعيفة الارتباط بالشبكة البلورية، كما تحتوي الحبابة على مسرى آخر A هو المصعد على شكل حلقة أو على شكل شبكة معدنية، يُطبّق بين المهبط والمصعد توتّر كهربائي ثابت هو التوتر الذي نحصل عليه بين القطب الموجب للمولّد ومزلق المعدّلة كما في الشكل (3)، باستخدام مولّد كهربائي مستمر G يُمكن

تغيير قيمته. يوصل بين قطبيه معدّلة P، ويربط مقياس ميكرو أمبير على التسلسل مع دارة الخليّة يسمح بقياس شدة التيار المار عند تعريض الحبابة للضوء (يُسمّى التيار الحاصل بالتيار الكهرضوئي). كما نستخدم مقياس فولط لقياس التوتّر المطبّق بين مسربي الخلية.

نعرّض الخلية لحزمة ضوئية ذات طول موجة وحيد مناسب مع تثبيت شدّة الحزمة، ثُمّ نقوم بتغيير موضع مزلق المعدّلة مما يسمح بتغيير التوتر الكهربائي المطبّق بين المصعد والمهبط، وللحصول على توتر كهربائي سالب يُمكن عكس جهة وصل المولّد، نسجّل لكل قيمة للتوتّر (V) المطبّق بين المصعد والمهبط قيمة للتيار (i) المار، ثُمّ نرسم منحني تغيّرات التيار بدلالة التوتّر، فنحصل على الشكل الآتي:



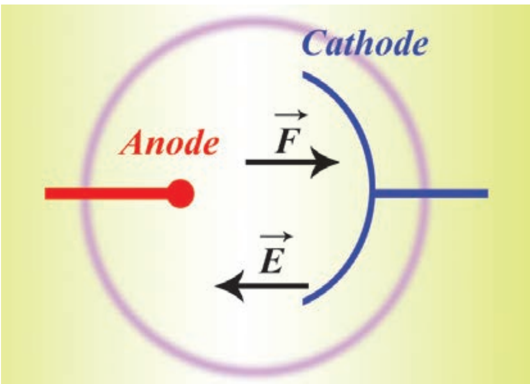
الشكل (4)
المنحني البياني للتيار وعلاقته بالتوتر في الخلية الكهرضوئية

نلاحظ أنّ التيــار يظهر حتى لــو كــان التوتّر المطبّق بين المصعد والمهبط ســالباً ابتداءً مــن قيمة دنيا $V = -V_0$ يدعى توتر الإيقاف، ويزداد تدريجياً ليبلغ قيمته العظمى $i = i_s$ حيث لا تزداد الشدة بعدها مهما زدنا التوتّر المطبّق، لذلك نقول إنّ التيار وصل إلى حالة إشباع، ونُسمّي i_s تيار الإشباع.

نفسّر ما يحدث على الشكل الآتي:

عند تعرّض المهبط للحزمة الضوئية تنتزع بعض الإلكترونات من الصفيحة بسرعة غير معدومة:

- عندما يكون كمون المهبط أعلى من كمون المصعد تخضع الإلكترونات لقوّة كهربائية تعاكس جهة الحقل الكهربائي (الذي يتجه من المهبط إلى المصعد)، وتعمل هذه القوّة على إعادة الإلكترونات إلى المهبط، ولا يمر تيار كما في الشكل (5).

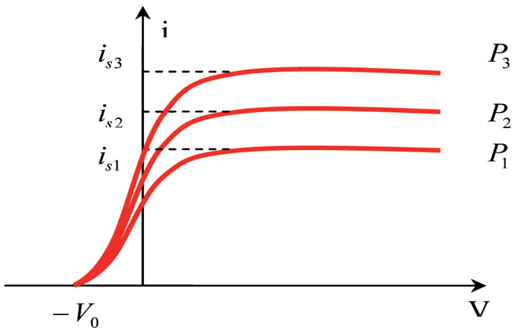


الشكل (5)
لا يمر تيار الحجيرة عندما يكون كمون المهبط أعلى من كمون المصعد

وعند تخفيض التوتّر بالقيمة المطلقة والوصول إلى $V = -V_0$ تبدأ بعض الإلكترونات بالوصول إلى المصعد بالرغم من إبطاء الحقل الكهربائي لحركتها باتجاه المصعد فيمر تيار، وكلّما صغر التوتّر بقيمته المطلقة كلّما ازداد عدد الإلكترونات التي تصل إلى المصعد فتزداد شدة التيار نتيجة ذلك.

- عندما يُصبح التوتّر موجباً تعمل القوة الكهربائية على تسريع الإلكترونات المتجّهة إلى المصعد وتزداد بذلك الإلكترونات التي تصل إليه وتزداد شدة التيار نتيجة ذلك.
- عندما يكون التوتّر موجباً تعمل القوة الكهربائية على تسريع الإلكترونات المتجّهة إلى المصعد وتـزداد بذلك الإلكترونـات الواصـلة إلـى المصعد فتزداد شدة التيـار حتى تبلغ قيمتـها العظمى $i = i_s$ عند هذه القيمة تصل جميع الإلكترونات المحررة من المهبط بتأثير الحزمة الضوئية إلى المصعد، مما يفسّر أنّه بزيادة التوتّر بعد هذه المرحلة لا تتغيّر شدّة التيار، ونقول إن التيار وصل إلى حالة الإشباع.
- ماذا يحدث لو أعدنا التجربة ولكن بعد زيادة استطاعة الحزمة الضوئية؟

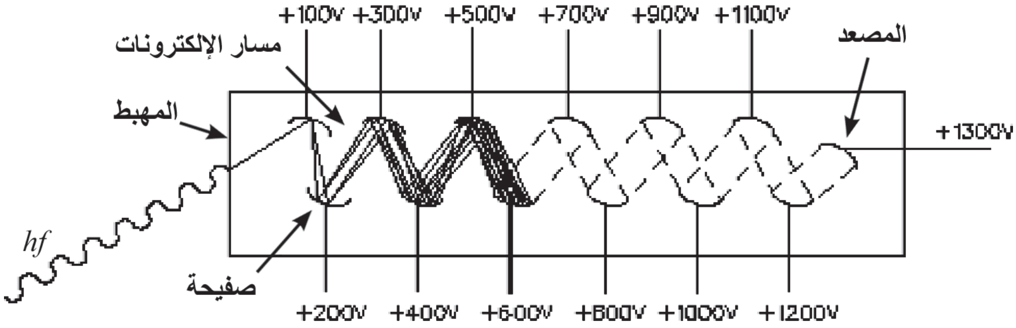
سوف نحصل على منحني مشابه ولكن بشّدة تيار إشباع أكبر لأنّ الحزمة الضوئية الجديدة سوف تحرّر من المهبط عدداً أكبر من الإلكترونات. في الشكل الآتي مثّلنا المنحنيات التي نحصل عليها بإجراء التجربة السابقة ثلاث مرّات بأخذ استطاعات للحزمة الضوئية P_1, P_2, P_3 بحيث $P_1 < P_2 < P_3$.



الشكل (6)
تأثير الاستطاعة الضوئية على تيار الحجيرة الكهرضوئية

6. تطبيقات الفعل الكهرضوئي

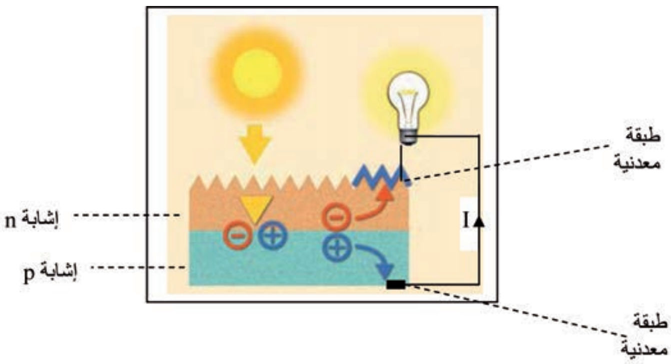
1. **المضاعف الضوئي:** وهو من أهمّ تطبيقات الفعل الكهرضوئي، يتألف من حجيرة زجاجية مفرغة تحتوي داخلها على صفيحة معدنية تتحرر منها الإلكترونات عند سقوط الضوء عليها، كما تحتوي عدداً من الصفائح المتوازية بحيث يزداد الكمون عند الانتقال من صفيحة إلى الصفيحة التالية التي تقابلها، ممّا يؤدّي إلى تسريع الإلكترونات عند انتقالها من صفيحتها إلى الصفيحة التالية المقابلة. عند خروج الإلكترونات من الصفيحة الأولى نتيجة الفعل الكهرضوئي تتسرّع لتصدم الصفيحة الثانية، ولما كانت الإلكترونات قد اكتسبت طاقة حركية إضافية نتيجة التوتر المطبّق فإنّها سوف تؤدّي إلى اقتلاع عدد أكبر من الإلكترونات عند صدمها للصفيحة الثانية، ثمّ تتسارع هذه الإلكترونات من جديد لتصدم الصفيحة الثالثة، وتقتلع عدداً إضافياً من الإلكترونات، وهكذا انطلاقاً من إلكترون مقتلع في البداية نصل إلى عدد كبير من الإلكترونات بعد الصفيحة الأخيرة مما يسمح بتمرير تيار كبير نسبياً. يسمح هذا الجهاز بتحسُّس الإشعاعات الضوئية الضعيفة التي لا يُمكن تحسُّسها باستخدام المحسّات الأخرى.



الشكل (7) المضاعف الضوئي

ملاحظة: عندما تتحرّر إلكترونات من سطح معدن وتخرج الإلكترونات خارج المعدن نسمي هذا الفعل عندها الفعل الكهرضوئي الخارجي. ولكن يوجد شكل آخر من الفعل الكهرضوئي وهو الفعل الكهرضوئي الداخلي، فمثلاً عند سقوط الضوء بتواتر مناسب على نصف ناقل فإنّ ذلك يؤدي إلى تحرير إلكترونات فتتشكّل ثقوب وإلكترونات حرة داخل نصف الناقل مما يسمح بمرور تيار، ومن تطبيقات هذا الفعل نذكر الثنائي الضوئي، والخلية الفوتوفولطية (الشمسية).

2. الخلية الضوئية (الشمسية): تتكوّن الخلية الشمسية من وصلة ثنائية مسطحة، ويؤدي سقوط الضوء عليها إلى تحرير إلكترونات وتكوين ثقوب، يعمل الحقل المتكوّن في منطقة الالتحام على تحريك كلٍّ من الإلكترونات والثقوب في اتجاهين متعاكسين مما يولّد تياراً كهربائياً.



الشكل (8)
الخلية الضوئية (الشمسية)

أسئلة وتدريبات

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة لكلّ ممّا يأتي:

1- كمية حركة الفوتون هي:

(A $P = \frac{f}{\lambda}$ (B $P = \frac{h}{\lambda}$ (C $P = h\lambda$ (D $P = hf$

2- يحدث الفعل الكهرضوئي بإشعاع ضوئي وحيد اللون تواتره:

(A $f = f_s$ (B $f < f_s$ (C $f > f_s$ (D $f = 0$

3- إنّ الطاقة الحركية العظمى للإلكترون لحظة مغادرته مهبط الحجيرة الكهرضوئية:

A- تزداد بازدياد تواتر الضوء الوارد f .

B- تنقص بازدياد تواتر الضوء الوارد f .

C- تزداد بازدياد f_s.

D- تنقص بنقصان f_s.

4- يحدث الفعل الكهرضوئي بضوء وحيد اللون طول موجته:

(A $\lambda = \lambda_s$ (B $\lambda < \lambda_s$ (C $\lambda > \lambda_s$ (D $\lambda = 0$

5- نضيء مهبط حجيرة كهرضوئية بضوء مناسب وحيد اللون، ونغيّر V_{ab} ، ونرسم المنحني المميز، وعندما يكون $V_{ab} = 0$:

A- يمر تيار في دارة الحجيرة.

B- لا يمر تيار في دارة الحجيرة.

C- يمر تيار الإشباع.

D- لا يتعلق تيار الحجيرة بـ V_{ab} .

ثانياً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى:

تسقط حزمة ضوئية، تواترها $0.85 \times 10^{14}\ Hz$ على صفيحة من الألمنيوم (نفترض أن سطح الصفيحة خالٍ من أكسيد الألمنيوم) أوجد السرعة التي يغادر بها إلكترون منتزع سطح المعدن. علماً أنّ كتلة الإلكترون $m_e = 9 \times 10^{-31}\ kg$ ، وطاقة انتزاع الكترون معدن الألمنيوم $3.40\ eV$.

المسألة الثانية:

يضيء منبع وحيد اللـون، طـول موجته $0.5\ \mu m$ حجيرةً كهرضوئيّةً طـاقةُ انتزاعِ الإلكترون فيـها $E_d = 33 \times 10^{-20}\ J$. والمطلوب حساب:

1- طول موجة عتبة الإصدار.

2- الطاقة الحركية للإلكترون لحظةَ انتزاعِه من المهبط وسرعته العظمى.

$$m_e = 9\times10^{-31}\ kg \quad , \quad c = 3\times10^{8}\ m.s^{-1} \quad , \quad h = 6.6\times10^{-34}\ J.s$$

المسألة الثالثة:

يضيء منبع وحيد اللون مهبطَ حجيرةٍ كهرضوئية يحتاج معدنه لطاقة انتزاع $E_d = 3 \times 10^{-19}\ J$.

والمطلوب:

1- ما الشرط الذي يجب أن يحقّقه طول موجة الضوء لتعمل الحجيرة الكهرضوئية؟

2- تضاء الحجيرة بضوء وحيد اللون، طول موجته $0.59\ \mu m$. استنتج العلاقة المحدّدة لأعظم سرعة يمكن أن تكون للإلكترون لحظة إصدارِه، ثم احسب قيمتها.

3- احسب عدد الإلكترونات الصادرة عن المهبط في الثانية إذا كانت شدة تيار الإشباع في الحجيرة $10^{-10}\ A$.

$$m_e = 9\times10^{-31}\ kg \quad , \quad c = 3\times10^{8}\ m.s^{-1} \quad , \quad h = 6.6\times10^{-34}\ J.s$$

$$e = 1.6\times10^{-19}\ C$$

نظريّة الكمِّ
Quantum Theory

الأهداف التعليميّة

يُتوقّع من الطالب في نهاية الدرس أن يكون قادراً على أن:

- يتعرّف فرضيّات نظريّة الكمّ.
- يفسّر امتصاص وإصدار فوتون من قبل الذرة.
- يستنتج معادلة اينشتاين الكهرضوئيّة.
- يفسّر الفعل الكهرضوئي على أساس نظريّة اينشتاين.

اعتمدت دراستنا في الفيزياء حتى الآن على تفسير الظواهر الطبيعية انطلاقاً من قوانين نيوتن وقانون كولوم، ولم تسمح هذه القوانين بتفسير الكثير من الظواهر الأخرى كالفعل الكهرضوئي مثلاً، وطيوف الإصدار للذرّات وغيرها.

إنّ تطبيق الفيزياء التقليديّة في تجربة الفعل الكهرضوئي يقود إلى أنّ عدد الإلكترونات المنتزعة يزداد بازدياد الاستطاعة الضوئية الواردة إلى المعدن وهذا ما لا توافقه التجربة حيث إنّ انتزاع الإلكترونات يتعلّق بتواتر الموجة وليس باستطاعتها.

وكذلك لشرح الإصدارات الناجمة عن الذرّات، تمّ اللجوء بداية إلى الميكانيك التقليدي حيث عُدَّ أنّ الإلكترونات تقوم بحركة دائرية حول النواة بشكل يُشبه حركة القمر حول الأرض، وأنّ الإشعاع ينجم من تغيّر موقع الإلكترونات بالنسبة للنواة، فإن اقتربت من النواة فإنّها تخسر جزءاً من طاقتها على شكل إشعاع، غير أنّ هذا الشرح لا يمكن أن يفسّر الخطوط الطيفيّة للذرّات، حيث إنّ الفقدان التدريجي لطاقة الإلكترون نتيجة اقترابه التدريجي من النواة سوف يؤدّي إلى طيف مستمرّ وهذا يتناقض مع التجربة، كما أنَّ استمرار الإلكترون بإصدار الطاقة سوف يؤدي إلى وصول الإلكترون إلى النواة ليستقرّ فيها، وهذا لا يحدث في الطبيعة.

إنّ هذا العجز في تفسير الظواهر السابقة مهّد لوضع نظريّة الكمِّ التي سمحت بتفسير ما عجز الميكانيك التقليدي عن تفسيره.

1. أسس ميكانيك الكم:

أ. **فرضيّة بلانك:** افترض بلانك أنّ الضوء والمادة يمكنهما تبادل الطاقة من خلال كميات منفصلة من الطاقة سُمّيت «كمّات الطاقة» . وقد وضع العلاقة الآتية التي تحدّد طاقة كلِّ كمّة:

$$E = h\,f = \frac{h\,c}{\lambda} \quad ..... (1)$$

حيث: h ثابت بلانك، f تواتر الإشعاع.

ب. **فرضيّة أينشتاين:**

في عام 1905 استعان أينشتاين بنظرية بلانك لشرح الفعل الكهرضوئي، كما رأينا في درس الفعل الكهرضوئي، حيث عُدَّ أينشتاين أنّ الحزمة الضوئية مكوّنة من فوتونات (حبيبات طاقة) يحمل كلٌّ منها طاقة تساوي $E = h\,f$ ويحصل تبادل الطاقة مع المادة من خلال امتصاص أو إصدار فوتونات.

ج. **تبادل الطاقة على المستوى الذرّي:**

في العام 1905 استخدم بور تكميم الضوء لشرح الطيوف الذرّية، عندما تنتقل ذرّة مثارة من سوية طاقية E_2 إلى سوية طاقية أدنى E_1 فإنّها تصدر فوتوناً طاقتُه:

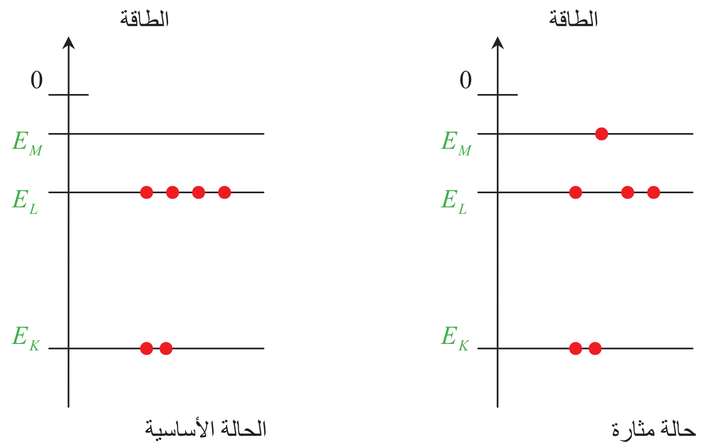
$$\Delta E = E_2 - E_1 = h\,f \quad ..... (2)$$

وقد وضع المبادئ الآتية:

- إنّ تغيّر طاقة الذرّة مكمَّم.
- لا يُمكن للذرّة أن تتواجد إلّا في حالات طاقية محدّدة. كلُّ حالة منها تتميّز بسوية طاقة محدّدة.
- يصدر فوتون بتواتر f عندما يحدث في الذرّة انتقال إلكترون من سويّة طاقة E_2 إلى سويّة طاقة أدنى E_1 بحيث: $E_2 - E_1 = hf$

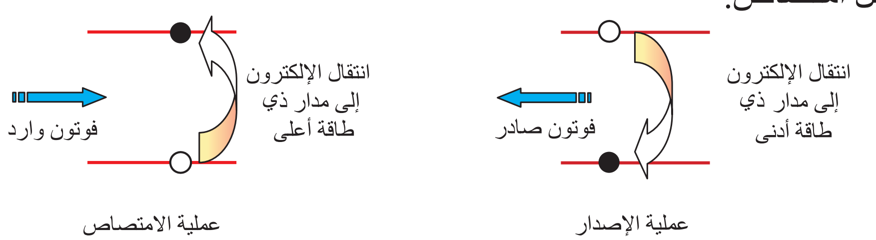
وهكذا يُمكن أن نُنشئ لكلِّ ذرّة مخطّطاً لسويّات الطاقة.

مثال : **ذرّة الكربون:** المخطط الآتي يوضّح بعض سويّات الطاقة في ذرّة الكربون التي تحتوي على 6 إلكترونات: لدينا تمثيل لتوضّع الإلكترونات على المدارات في الحالة الأساسية، وعند انتقال إلكترون من المدار L إلى المدار M نحصل على ذرّة في حالة مثارة.



الشكل (1) مخطط سويات الطاقة في ذرة الكربون

إنّ ذرّة الكربون المثارة غير مستقرة أي إنّها ستنتقل بسرعة إلى سوية أكثر استقراراً أي إلى سوية أدنى طاقة، ويصدر نتيجة ذلك فوتون طاقته تساوي الفرق بين طاقة السوية العليا والسوية الدنيا. وبالعكس إذا وجدت ذرّة الكربون في السوية الدنيا فهي تحتاج إلى امتصاص فوتون للانتقال إلى السوية المثارة. ويجب هنا ملاحظة الأمر الآتي: إذا كانت طاقة الفوتون لا توافق تماماً فرق الطاقة بين السويتين فإنّه لا يحصل امتصاص.



الشكل (2) رسم توضيحي يبين عمليتا امتصاص وإصدار الفوتونات

أسئلة وتدريبات

أجب عن الأسئلة الآتية:

1. هل توجد طرائق لإثارة الذرّة غير تلك التي تحدث بورود فوتون إلى هذه الذرّة؟ اذكر مثالاً على ذلك.
2. أتقوم الذرّة بالإصدار مباشرة بعد امتصاصها فوتوناً أم إنّها قد تبقى في الحالة المثارة لفترة قد تطول أو تقصر؟
3. يبلغ فرق الطاقة بين السوية الأساسية وإحدى السويات المثارة في ذرّة الصوديوم $\Delta E = 0.21\ eV$ ، احسب تواتر الإصدار الناجم عن الانتقال بين السوية المثارة والسوية الأساسية.

أنصاف النواقل
The Semiconductors

الأهداف التعليميّة

يُتوقّع من الطالب في نهاية الدرس أن يكون قادراً على أن:

- يتعرّف البنية البلوريّة لنصف الناقل النقي.
- يتعرّف نصف الناقل الهجين من النَّمط n.
- يتعرّف نصف الناقل الهجين من النَّمط p.
- يتعرّف الوصلة p – n .
- يقوم التيار المتناوب بالوصلة p – n .
- يبيّن تركيب الترانزستور.
- يبيّن أنواع الترانزستور.
- يوضّح توصيل الترانزستور بطريقة القاعدة المشتركة.
- يستنتج العلاقة بين شدّات التيار في الترانزستور.
- يثمّن تطبيقات الترانزستور.

المصطلحات

عربي	إنكليزي
تقويم التيار	*Pirecting of Current*
تيار وحيد الجهة	*Monodirectional Current*
نواقل	*Conductors*
عوازل	*Insulators*
توتر مباشر	*Direct Bias*
توتر عكسي	*Inverse Bias*
توتر الحاجز	*Barrier Voltage*
نصف ناقل نقي	*Intrinsic Semicondutor*
نصف ناقل هجين	*Extrinsic Semicondutor*
مانح	*Donor*
قابل	*Acceptor*
الوصلة P-n	*P-n Junction*
الحقل الداخلي	*Intrinsec Electric Field*
الترانزيستور	*Transistor*
القاعدة المشتركة	*Joint Base*
الباعث	*Emitter*
المجمع	*Collector*
القاعدة	*Base*
الثقوب	*Holes*
ترانزيستور P-n-P	*P-n-P Transistor*
ترانزيستور n-P-n	*n-P-n Transistor*
دارة قاعدة - باعث	*Base - Emitter (BE) Junction*
دارة قاعدة - مجمع	*Base - Collector (BC) Junction*
منطقة العبور	*Depletion Region*
الاشابة (التطعيم)	*Doping*

علم الإلكترونيات من العلوم الحديثة التي تطوّرت سريعاً منذ مطلع القرن العشرين، حيث أدى اختراع الترانزستور الذي احتل مكانة هامة في صناعة الأجهزة الإلكترونية إلى تطوّر هائل في هذه الأجهزة من الراديو إلى التلفزيون إلى الحاسب وأجهزة الاتصالات، كما أنّ اختراع الدارات المتكاملة أدى إلى صناعة أجهزة إلكترونية بحجوم صغيرة مقارنة مع ما كانت عليه.

ما تركيب بلورات المواد التي تدخل في صناعة القطع الإلكترونية ؟ وما ميزاتها الكهربائية؟ وكيف تحقّقت الاستفادة منها؟

سنحصل على الإجابة من خلال درسنا هذا.

الناقلية الكهربائية:

إنّ تصنيف المواد من حيث ناقليتها للتيار الكهربائي يعتمد على وفرة الإلكترونات الحرة (أي الكثافة الحجمية للإلكترونات) فيها، وهي تصنّف بحسب مقاوميتها النوعية ρ إلى ثلاثة أصناف:

1- مواد جيّدة الناقلية (نواقل):

مقاومتها النوعية صغيرة جداً (بالدرجة العادية من الحرارة)، ويعود ذلك لاحتوائها على وفرة من الإلكترونات الحرّة فيها بكثافة حجميّة للإلكترونات $10^{22}\ e/cm^3$ تقريباً ومن أمثلتها المعادن.

2- مواد ضعيفة الناقلية (عوازل):

مقاومتها النوعية كبيرة جداً (بالدرجة العادية من الحرارة) ويعود ذلك لندرة الإلكترونات الحرة فيها بكثافة حجميّة لإلكترونات $10\ e/cm^3$ تقريباً ومن أمثلتها الكوارتز، البورسلان.

3 - مواد نصف ناقلة:

تأخذ مقاومتها النوعية (بالدرجة العادية من الحرارة)، قيماً تقع بين المقاومة النوعية لكلٍّ من المواد جيدة الناقلية والمواد العازلة، وتقلُّ مقاومتها النوعية بازدياد درجة الحرارة، ومن أمثلتها الجرمانيوم، السيلسيوم.

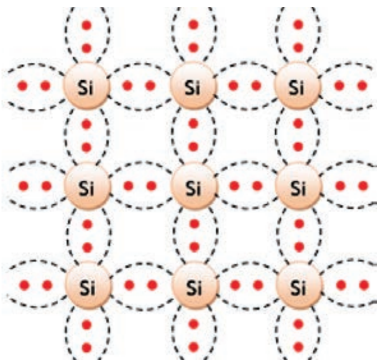
لاحظ رتبة المقاومة النوعية في الدرجة العادية من الحرارة في الجدول أدناه :

مواد	عازلة	نصف ناقلة	ناقلة
ρ من رتبة	$10^{6}\ \Omega.m$	$10^{-5} - 10^{5}\ \Omega.m$	$10^{-8}\ \Omega.m$
أمثلة	الكوارتز- الزجاج	الجرمانيوم - السيلسيوم	النحاس - الألمنيوم

البنية البلورية لنصف الناقل النقي:

تحتوي ذرّات العناصر نصف الناقلة في طبقتها التكافئية على أربعة إلكترونات، وترتبط كلُّ ذرّة مع أربع ذرات مجاورة لها بأربع روابط تشاركية لتحقّق بذلك قاعدة الثماني الإلكترونية (أي تستقر ذرة نصف الناقل).

كمثال: يُمكن تبسيط ذلك برسم تخطيطي لبلورة السيليكون Si (السيلسيوم) حيث تم تمثيل ذرّة Si بكرة صغيرة تضمُّ كلّاً من النواة والإلكترونات الداخلية وحولها روابطها التشاركية، نمثّل كلَّ رابطة بنقطتين كما هو موضّح في الشكل الآتي:

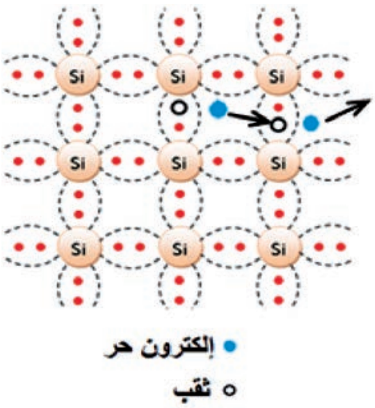


الشكل (1) بنية نصف الناقل النقي

تتمتّع بلورة السيليكون النقية ببنية مرتّبة تُعطي للسيليكون المستخدم في صناعة القطع الإلكترونية خواصّه الكهربائية الخاصة.

الناقلية الأصلية لأنصاف النواقل:

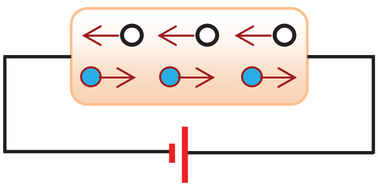
يُعدُّ نصف الناقل عازلاً مثالياً في درجة الصفر المُطلَق؛ لأنّه لا يحوي إلكترونات حرّة، وعند ارتفاع درجة حرارته يُمكن لبعض الإلكترونات التكافؤية أن تحصل على طاقة كافية لتتحرّر من روابطها المشتركة، وتصبح حرّة الحركة داخل البلورة وعند ترك أحد هذه الإلكترونات e_1 لمكانه يترك خلفه مكاناً فارغاً نسميه ثقباً شحنته موجبة ممّا يؤلّف زوجاً (إلكترون – ثقب) يسبّب الناقلية في نصف الناقل النقي. يُمكن لإلكترون e_2 في ذرّة مجاورة أن يتحرّك ليملأ هذا الثقب مخلّفاً وراءه ثقباً جديداً موجباً. وهكذا يحدث انتقال في أمكنة الثقوب يكافئ انتقال الشحنة الموجبة بعكس جهة حركة الإلكترونات الحرّة، وتبقى البلورة معتدلة؛ لأنّه يكون دوماً عدد الإلكترونات الحرّة مساوياً عدد الثقوب التي تخلّفها على الذرات في درجة حرارة معينة.



الشكل (2)
الناقلية الأصلية لنصف الناقل النقي

تعود الناقلية الأصلية في أنصاف النواقل إلى الحركة المضاعفة للإلكترونات الحرّة والثقوب، وهي تزداد كلما تكوّن زوج من (إلكترون – ثقب)، ويتمّ ذلك برفع درجة الحرارة مثلاً.

تبيّن الدارة المغلقة الموضّحة بالشكل حركة الإلكترونات الحرّة والثقوب في بلورة نصف الناقل النقي.



الشكل (3)
تأثير الحقل الكهربائي على نصف الناقل النقي

الناقلية الهجينة لأنصاف النواقل:

يُقصد بالتهجين إدخال ذرات معينة لتحُلَّ في أماكن الذرات الأصلية، وتسمّى هذه العملية التطعيم أو الإشابة وتكون النسبة ذرّة واحدة شائبة مقابل مليون ذرة نصف الناقل تقريباً، ويفيد ذلك في زيادة ناقلية نصف الناقل نتيجة زيادة عدد الشحنات الكهربائية المتحركة (إلكترونات، ثقوب) وبالتالي نقصان مقاومته الكهربائية.

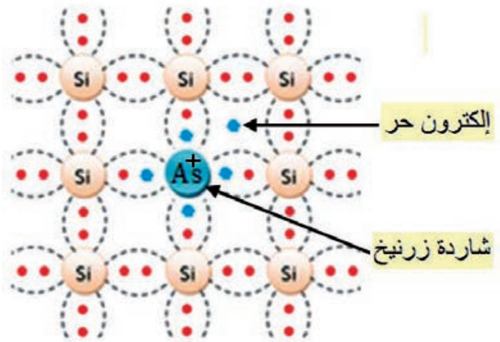
يوجد نمطان لأنصاف النواقل الهجينة:

- **النمط الأول n**: شـوائبه من ذرّات تحتوي كل منها على خمسة إلكترونات في طبقتها السطحية (خماسية التكافؤ). مثل الزرنيخ As، الفوسفور P ....
- **النمط الثاني p**: شوائبه من ذرّات تحتوي كل منها على ثلاثة إلكترونات في طبقتها السطحية (ثلاثية التكافؤ). مثل الانديوم In ، البورB، ....

تسمى الناقلية الجديدة التي حصلنا عليها نتيجة إدخال الشوائب بالناقلية الهجينة.

نصف الناقل الهجين من النمط n:

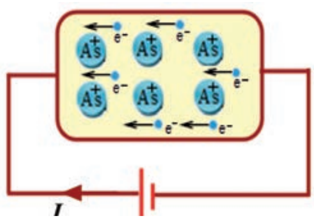
تحلّ ذرّة الزرنيخ As خماسية التكافؤ مكان إحدى ذرّات نصف الناقل (السيليكون Si) في البلورة، وتكون هذه الذرّة محاطة بأربع ذرات من السيليكون ترتبط معها بأربع روابط مشتركة، يساهم في هذه الروابط أربعة إلكترونات من ذرة الزرنيخ ويبقى لديها إلكترون فائض غير مرتبط يترك ذرّته، ويسهل انتقاله داخل البلورة كإلكترون حر.



الشكل (4)
نصف الناقل الهجين من النمط n

فكل ذرة شائبة (ذرة مانحة أو ذرة معطية) تؤدي إلى إلكترون فائض.

ويبقى نصف الناقل الهجين معتدلاً فيمكن لتلك الإلكترونات الفائضة أن تتحرر بسهولة معطية ناقلاً هجيناً مانحاً (n) لتضاف إلى الإلكترونات الحرّة الأصلية، والناقلية تسمى ناقلية إلكترونية. مما يزيد من ناقلية البلورة في الدرجة العادية من الحرارة.

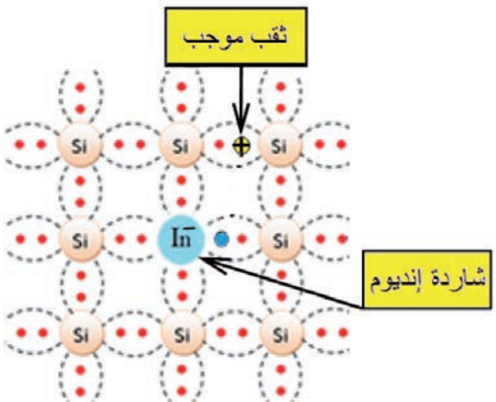


الشكل (5) نصف الناقل الهجين من النمط n في دارة كهربائية مغلقة

إذا وضع نصف الناقل في دارة كهربائية كما في الشكل (5) تحركت هذه الإلكترونات الحرّة فيه بعكس جهة حركة التيار.

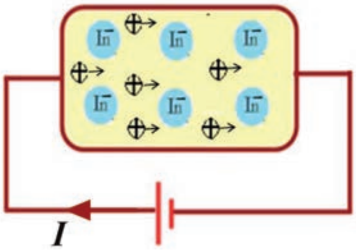
نصف الناقل الهجين من النمط P:

تحل ذرة الانديوم In ثلاثية التكافؤ مكان إحدى ذرّات نصف الناقل (السيليكون Si) في البلورة، وتكون هذه الذرّة محاطة بأربع ذرات من السيليكون حيث تكّون



الشكل (6)
نصف الناقل الهجين من النمط P

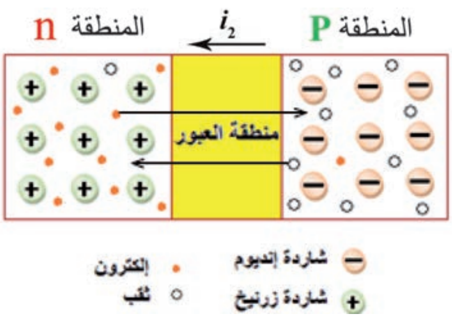
روابط مشتركة مع ثلاث ذرات منها وينقص إلكترون في ذرة الانديوم لتكوين الرابطة الرابعة مع ذرة السليكون، إنّ هذا النقص يُحدِث مكاناً شاغراً ويُدعى ثقب يُمكن لإلكترون في ذرة مجاورة أن يتحرك ليعدّل هذا الثقب مخلفاً وراءه ثقباً موجباً جديداً، ويبقى نصف الناقل الهجين معتدلاً ذا ثقوب غير مشغولة بالإلكترونات، ويسعى إلى قبول إلكترونات يملأ بها ثقوبه الفارغة معطياً ناقلاً قابلاً من النمط (P). تسعى إلكترونات الترابط المجاورة إلى ملء هذه الثقوب مخلّفة وراءها ثقوباً جديدة تُضاف إلى الثقوب الأصلية، وتُسمّى الناقلية في هذه الحالة ناقلية ثقوبية.



الشكل (7) نصف الناقل الهجين من النمط P في دارة كهربائية مغلقة

إذا وضع نصف الناقل هذا في دارة كهربائية كما في الشكل (7) تحرّكت الثقوب الموجبة فيه كتيار كهربائي بالاتجاه الاصطلاحي

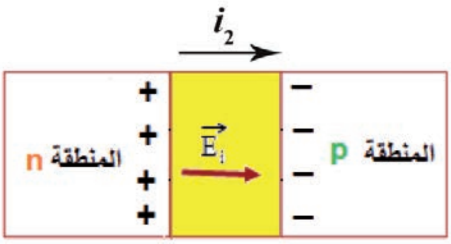
الثنائي الوصلة (n - P) غير المستقطب:



الشكل (8)
عبور حاملات الأكثرية في الوصلة P-n

نقوم بصنع شريحة من نصف ناقل حيث يتم تطعيم (تهجين) نصفها بذرات مانحة (من النوع n) والنصف الآخر بذرات قابلة (من النوع P) فتنشأ بينهما منطقة رقيقة تُسمّى منطقة العبور .

تنتقل بعض إلكترونات المنطقة n الأكثرية نحو المنطقة P، وتنتقل بعض ثقوب المنطقة P الأكثرية نحو المنطقة n **عبر منطقة العبور، ويقابل ذلك الانتقال تيار كهربائي i_1 يتجه من P إلى n** ويُسمّى تيار الأكثرية. وبهذا تنشأ على جانبي منطقة العبور **شحنات موجبة** في المنطقة n و**شحنات سالبة** في المنطقة P . **أي** تكتسب المنطقة P كموناً سالباً والمنطقة n كموناً موجباً، **وينشأ بينهما فرق في الكمون،** تتزايد شدّته تدريجياً مع استمرار انتقال حاملات الشحنة الأكثرية حتى يصبح كافياً لمنع بقية حاملات الشحنة الأكثرية (الإلكترونات والثقوب) من الانتقال، فتصبح الوصلة في حالة توازن عندئذ، ويُدعى فرق الكمون هذا **بتوتّر الحاجز** الذي تتوقّف قيمته على:



الشكل (9)
الحقل الكهربائي الداخلي في الوصلة P-n

1. درجة حرارة الوصلة.
2. نوع مادة نصف الناقل المستخدم في صناعة الوصلة.
3. نسبة الإشابة في كلٍّ من منطقتي الوصلة n و P .

ويمكن تفسير الوصول إلى حالة التوازن بنشوء حقل كهربائي داخلي $\vec{E}_i$ جهته من n إلى **P** يؤثر هذا الحقل في حاملات الشحنة الأكثرية بقوى كهربائية جهتها معاكسة لجهة انتقالها.

إنّ وجود الحقل الكهربائي الداخلي يسمح لحاملات الشحنة الأقلية بالانتقال عبر منطقة العبور، فيتولد تيار كهربائي i_2 يُسمّى تيار الأقلية يتّجه من n إلى **P** أي بجهة الحقل الداخلي لذلك يكون التيار المحصل معدوماً فيما لو ربطنا طرفي الوصلة بمقياس غلفاني تكون دلالته معدومة، لذلك $i_1 = i_2$

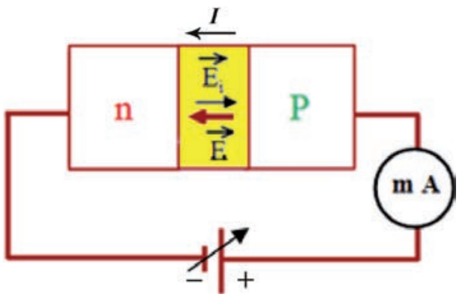
استقطاب الثنائي الوصلة (P - n):

يمكن توصيل طرفي الوصلة مع قطبي مولد تيار مستمر بطريقتين:

- **توصيل الاتجاه الأمامي (تطبيق توتر مباشر):**

نصل المنطقة n من الوصلة بالقطب السالب لمولد بينما نصل المنطقة P إلى قطبه الموجب مع مقياس ميلي أمبير (انظر الشكل 10).

يولّد التوتر المطبَّق بين طرفي الوصلة حقلاً كهربائياً $\vec{E}$ يعاكس جهة الحقل الداخلي فيضعفه، ممّا يسمح بانتقال حاملات الشحنة الأكثرية عبر منطقة العبور، فينحرف مؤشر المقياس دالاً على مرور تيار كهربائي (تيار الأكثرية).



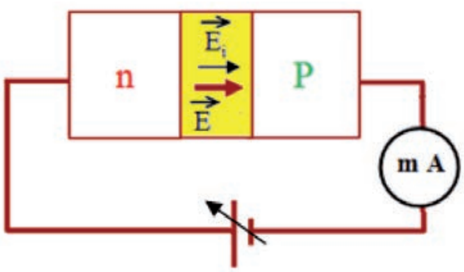
الشكل (10)
الوصلة P-n تمرر تيار الأكثرية عند تطبيق توتر مباشر

- **توصيل الاتجاه العكسي (تطبيق توتّر معاكس):**

نصل المنطقة n من الوصلة بالقطب الموجب لمولّد بينما نصل المنطقة P إلى قطبه السالب مع مقياس ميلي أمبير (انظر الشكل 11).

يولّد التوتّر المطبّق بين طرفي ثنائي الوصلة حقلاً كهربائياً له حامل وجهة الحقل الكهربائي الداخلي، مما يزيد معاكسة انتقال حاملات الشحنة الأكثرية عبر منطقة العبور، أي أنّ الوصلة تبدي مقاومة كبيرة جداً فتمنع مرور تيار الأكثرية، ولا ينحرف مؤشر المقياس عملياً.

$$\vec{E}_{total} = \vec{E} + \vec{E}_i$$



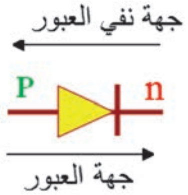
الشكل (11)
الوصلة P-n لا تمرر عملياً التيار عند تطبيق توتر معاكس (مرور تيار الأقلية)

ملاحظة:

إذا استخدمنا مقياس ميكرو أمبير فإنّه يدلّ على مرور تيار كهربائي (تيار الأقلية) ضعيف يعزى إلى انتقال حاملات الشحنة الأقلية.

النتيجة:

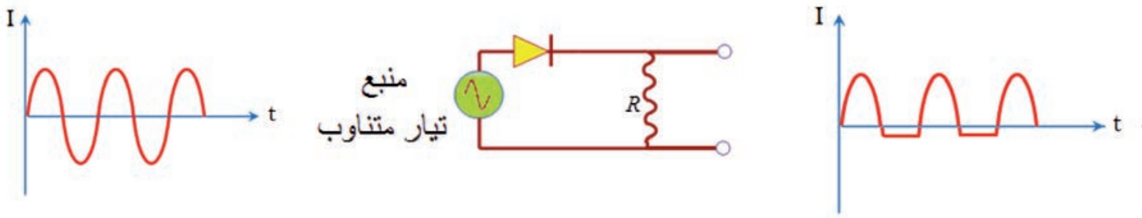
ثنائي الوصلة (P - n) يمرّر التيار الكهربائي بالاتجاه الأمامي (المباشر) من P إلى n (جهة العبور) ولا يسمح بمروره بالاتجاه العكسي من n إلى P (جهة نفي العبور).



الشكل (12) تمثيل الوصلة P-n

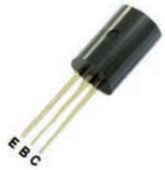
تقويم التيار المتناوب:

نصل طرفي الوصلة (P - n) في دارة تيار متناوب ففي نصف الدور الذي يحقّق توتراً مباشراً للوصلة فإنّها تسمح بمرور تيار في الدارة بينما في نصف الدور الذي يحقّق توتراً عكسياً لا تسمح الوصلة بمرور التيار عملياً ، وبهذا نحصل على تيار وحيد الجهة لكنه متقطّع، وهذا ما ندعوه تقويم التيار المتناوب (لاحظ من المنحني البياني أنّ تقويم التيار المتناوب الجيبي غير تام بسبب وجود تيار الأقلية).



الشكل (13) تقويم التيار المتناوب بواسطة الوصلة P-n

الترانزستور

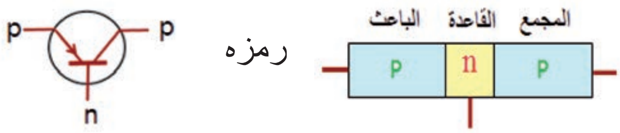


تركيب الترانزستور:

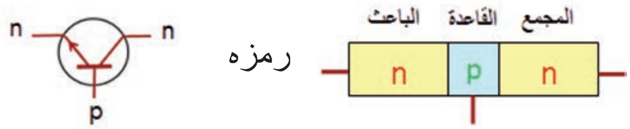
يتكوّن الترانزستور من بلّورة نصف ناقل مشوبة فيها ثلاث مناطق:

المنطقتان الطرفيتان من نمط واحد والمنطقة الوسطى من نمط مغاير لهما، وعلى ذلك نجد أنّ للترانزستور نوعين:

- النوع الأول P - n - P



- النوع الثاني n - P - n



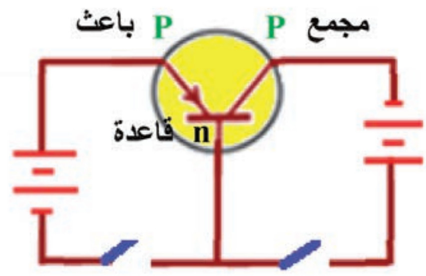
تُسمّى المنطقة المتوسطة القاعدة (B) والمنطقتان الطرفيتان تسميان الباعث (A) والمجمّع (C).

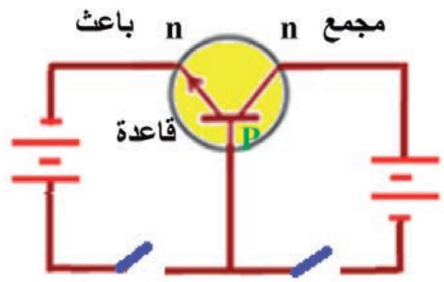
يختلف الباعث عن المجمّع من حيث نسبة الشوائب والحجم حيث تكون نسبة الشوائب كبيرة في الباعث مقارنة بما هي عليه في المجمّع، وحجم المجمع أكبر من حجم الباعث، أما القاعدة فهي رقيقة جداً لا يتجاوز ثخنها بضعة ميكرونات، ونسبة الشوائب فيها أقل بكثير من نسبتها في المجمّع والباعث.

توصيل الترانزستور بطريقة القاعدة المشتركة:

تستخدم طريقة القاعدة المشتركة لتكبير التوتر الكهربائي وبالتالي الطاقة حيث يتمُّ توصيل دارة (الباعث – القاعدة) إلى قطبي مولّد في الاتجاه الأمامي (اتجاه العبور).

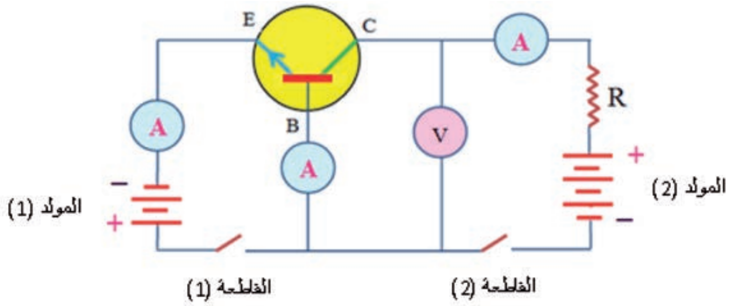
بينما يتم توصيل دارة (المجمع – القاعدة) إلى قطبي مولّد في الاتجاه العكسي (اتجاه نفي العبور) انظر الشكل:





الشكل (14) طريقة التوصيل بالقاعدة المشتركة في الترانزستور

عمل الترانزستور:



الشكل (15) تضخيم الكمون بواسطة الترانزستور

1. نغلق القاطعة (1)، ونترك القاطعة (2) مفتوحة فيتمُّ توصيل دارة (الباعث – القاعدة) إلى قطبي مولد (1) في الاتجاه الأمامي (اتجاه العبور) فيمرُّ تيار كهربائي.
2. نغلق القاطعة (2) ونترك القاطعة (1) مفتوحة فيتم توصيل دارة (المجمع – القاعدة) إلى قطبي مولد في الاتجاه العكسي (اتجاه نفي العبور) يمر تيار شدته صغيرة جداً من رتبة نانو أمبير بحيث يمكن أن نعدّه معدوماً عملياً.
3. نغلق القاطعة (1) و القاطعة (2) فنلاحظ مرور تيارين (i_C ، i_E) في كل من دارة (الباعث – القاعدة) ودارة (المجمع – القاعدة) لهما شدتان متساويتان تقريباً $i_E \approx i_C$ وأكبر بكثير مما كانت عليهما في الحالتين 1 ، 2 .

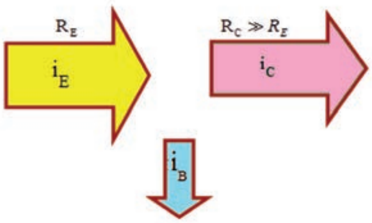
تفسير ما سبق:

1. **عند إغلاق القاطعة (1) استقطاب مباشر:** يمر تيار دارة (الباعث – القاعدة) وكون نسبة إشابة القاعدة صغيرة فإن عدد الالتحامات (ثقب – إلكترون) سيكون قليلاً وبالتالي تكون شدة التيار صغيرة نسبياُ.

2. **عند إغلاق القاطعة (2) استقطاب عكسي:** (اتجاه نفي العبور) يمر تيار حاملات الشحنة الأقلية (الناقلية الأصلية) وهي قليلة جداً لذا تكون للتيار المار في دارة (المجمع – القاعدة) شدة صغيرة جداً.

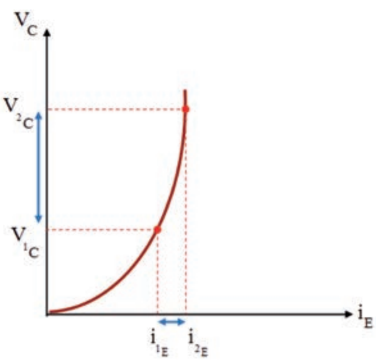
3. يقوم الباعث في الترانزستور (n - P - n) بحقن N_E إلكترون من الإلكترونات الأكثرية نحو المجمع C عبر القاعدة B الرقيقة جداً وعدد الثقوب القليل جداً فيها لذا يكون عدد الالتحامات (ثقب – إلكترون) قليلاً، فيتابع N_c من الإلكترونات المحقونة إلى المجمع، فيمرّ تيار i_C في دارة (المجمع – القاعدة)، شدته $(i_c = \frac{N_c e}{t})$ قريبة من شدة i_E $(i_E = \frac{N_E e}{t})$ كون N_c ، عدد الإلكترونات التي عبرت إلى المجمع تساوي تقريباً عدد الإلكترونات N_E التي حقنها الباعث.

وهكذا نجد أن الترانزستور يعمل على جعل تيار i_E يمرّ في مقاومة R_E صغيرة هي مقاومة (الباعث – القاعدة) كون الاستقطاب مباشر (بجهة العبور) أن يجتاز هو نفسه تقريباً i_C في مقاومة R_C كبيرة هي مقاومة (المجمع – القاعدة) كون الاستقطاب غير مباشر (بجهة نفي العبور). $i_E = i_B + i_C$.



الشكل (16)
مخطط يبيّن مرور التيارات في الترانزستور

تبين التجربة أن أيَّ تغيّر صغير في شدة تيار الباعث i_E يقابله تغيّر في شدة تيار المجمع i_C مساوياً له تقريباً، وكون مقاومة المجمع R_C كبيرة فهذا سيؤدي لتغيّر مناظر كبير في كمون المجمع $V_C = i_C R_C$ وهذا يحدث تكبيراً بفرق الكمون أي كسباً في الاستطاعة الناتجة $P_C = i_C V_C$.



الشكل (17)
المنحني البياني لتضخيم الكمون

عامل التضخيم α :

تقاس مقدرة الترانزستور على التضخيم (كسب الاستطاعة) بعامل يدعى عامل التضخيم و يساوي النسبة بين الاستطاعة الناتجة P_C في دارة المجمع إلى الاستطاعة الداخلة P_E في دارة الباعث .

$$\alpha = \frac{P_C}{P_E} = \frac{i_C V_C}{i_E V_E} = \frac{R_C i_C^2}{R_E i_E^2}$$

وبما أن: $i_E \approx i_C$ تصبح علاقة عامل التضخيم:

$$\alpha \approx \frac{R_C}{R_E}$$

أسئلة وتدريبات

أولاً: اختر الإجابة الصحيحة لكلٍّ ممّا يأتي:

1. إنّ عمل الترانزستور هو:

A) مقوّم للتيار المتناوب.
B) مضخم.
C) مقوّم للتيار المتواصل.
D) مقاومة أومية.

2. إنّ نسبة الإشابة في الباعث تكون:

A) أكثر منها في المجمع.
B) تساوي نسبتها في المجمع.
C) أصغر منها في المجمع.
D) تساوي نسبتها في القاعدة.

3. ينشأ الحقل الداخلي في الوصلة P-n من:

A) حركة الثقوب فقط.
B) حركة الإلكترونات فقط.
C) تجمع الشحنات السالبة في n والموجبة في P على طرفي منطقة العبور.
D) تجمع الشحنات السالبة في P والموجبة في n على طرفي منطقة العبور.

4. إنّ شدة تيار الباعث هي:

A) $i_E = i_C + i_B$
B) $i_E = i_C - i_B$
C) $i_E = \frac{i_B}{i_C}$
D) $i_E = \frac{i_C}{i_B}$

5. نحصل على ناقل هجين من النمط n إذا كانت الشائبة هي:

A) البور.
B) ألمنيوم.
C) فوسفور.
D) كربون.

6. نحصل على ناقل هجين من النمط P إذا كانت الشائبة هي:

A) البور.

B) الصوديوم.

C) ألمنيوم.

D) كربون.

7. يتولّد الثقب من:

A) نقص إلكترون.

B) زيادة إلكترون.

C) نقص بروتون.

D) زيادة نترون.

8. إن المنطقة n في الوصلة P-n غير المستقطب:

A) تكسب شحنة موجبة.

B) تكسب شحنة سالبة.

C) تبقى معتدلة.

D) لا شحنات فيها.

ثانياً: حل المسألة الآتية:

نضع ترانزستور في دارة تضخيم بطريقة القاعدة المشتركة. فإذا كانت شدة تيار الباعث في لحظة ما تساوي $40\ mA$:

1. احسب شدة تيار كل من دارتي القاعدة والمجمع، علماً أنّ شدة تيار القاعدة تعادل 2% من شدة تيار الباعث.
2. إذا علمت أنّ مقاومة دارة الباعث $100\ \Omega$ ، ومقاومة دارة المجمع $10000\ \Omega$. احسب عامل تضخيم الترانزستور، واحسب كلاً من الاستطاعة الداخلة والاستطاعة الناتجة.

5

الفيزياء الطبيّة

أهداف الوحدة

يتوقع من المتعلم في نهاية هذه الوحدة أن يكون قادراً على أن:

- يفسّر الطيوف الخطيّة.
- يستنتج علاقة طاقة الإلكترون في مداره.
- يشرح أنواع الطيوف
- يتعرّف الأشعة السينيّة واستخداماتها.
- يوضّح الأساس الذي يقوم عليه عمل الليزر.
- يوضّح أمثلة عن النشاط الإشعاعي وتطبيقاته.
- يتعرّف تطبيقات الطيوف والأشعة السينية.
- يحلّ تمارين ومسائل تطبيقية.



الدرس الأول

الأشعّة السينيّة X - Ray

الأهداف التعليميّة

يُتوقّع من الطالب في نهاية الدرس أن يكون قادراً على أن:

- يتعرّف الأشعّة السينيّة.
- يبيّن آلية توليد الأشعّة السينيّة.
- يحدّد طبيعة الأشعّة السينيّة.
- يتعرّف خواصَّ الأشعّة السينيّة.
- يثمّن بعض استخداماتها في الحياة.

المصطلحات

عربي	إنكليزي
أنبوب كوليدج	*Coollidge Tube*
الهدف	*Target*
حزمة متقاربة	*Convergent Beam*
حبابة زجاجية مخلاة	*Vacoum Tube*
مقابل المهبط	*Cathod Ahead*
حزمة متقاربة	*Convegent Beam*
التصوير الشعاعي	*Radiography*
التألّق	*Fluorescence*
النفوذية	*Transmission*
الامتصاص	*Absorption*

يستخدم في المشافي والعيادات الطبية جهاز خاصّ للتصوير الشعاعي.

ما هي الأشعّة المستخدمة في هذا الجهاز؟

هل شاهدت صورة شعاعيّة لليد مثلاً؟

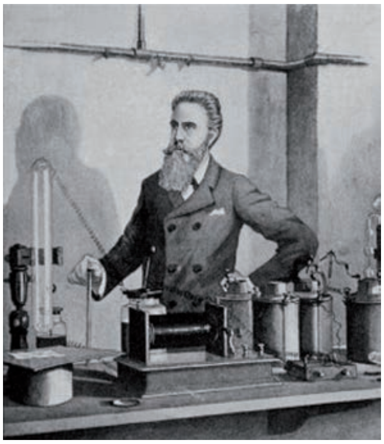
هل تعلم ما طبيعة الأشعة المستخدمة في التصوير الشعاعي؟



الشكل (1)
صورة شعاعية بالأشعة السينية

اكتشاف الأشعّة السينيّة:

اكتشف وليم رونتجن *Rontgen* الأشعة السينية في عام 1895م مصادفة أثناء دراسته للأشعة المهبطية في أنبوب كروكس، فقد لاحظ تولّد أشعة قويّة ذات قدرة على النفاذ من بعض المواد وتؤثّر في لوحات التصوير التي توضع خارج الأنبوب، وتسبّب تألقاً لبعض العناصر المعدنية التي تسقط عليها، وقد أرجع رونتجن هذه التأثيرات إلى نوع من الأشعة مختلف عن الأشعة المهبطية لكنه لم يعرف طبيعتها فسمّاها الأشعة السينية (*X - Ray*).



الشكل (2)
وليم رونتجن

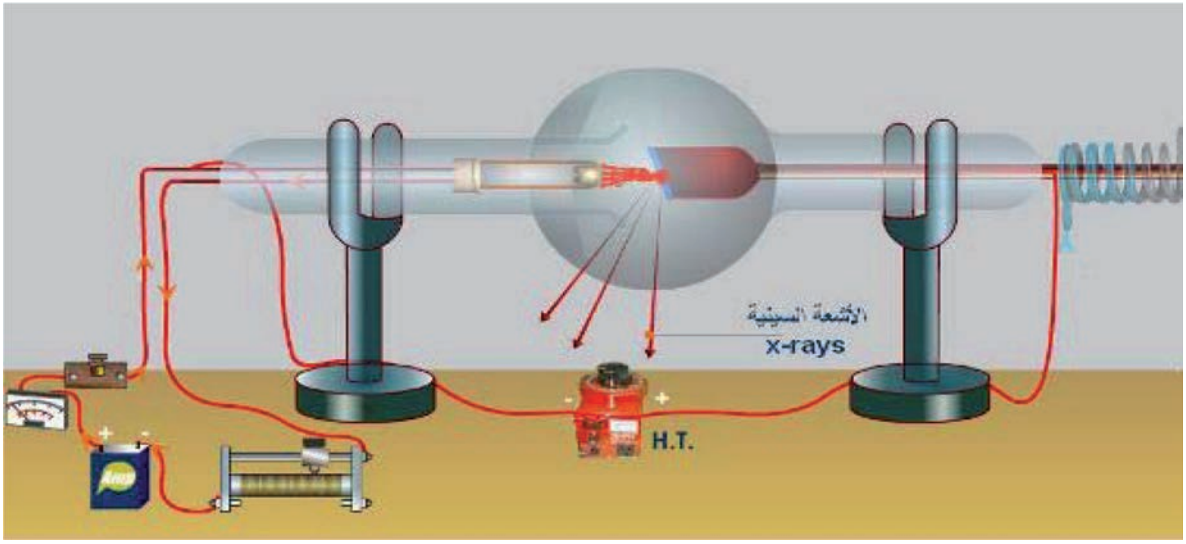
آليّة توليد الأشعة السينيّة:

يُستخدم لتوليدها أنبوب كوليدج *Coolidge* وهو أنبوب زجاجي مخلّى من الهواء تخلية شديدة حيث يصل الضغط داخله إلى $10^{-6}\ mm\ Hg$ تقريباً. يحوي الأنبوب سلكاً مصنوعاً من التنغستين يُسخن لدرجة التوهّج بوساطة تيار كهربائي، وذلك بوصله بمجموعة مولدات.يحيط بالسلك مهبط معدني مقعّر الشكل يعمل على عكس حزمة الإلكترونات المنبعثة من السلك وتجميعها على الهدف الموصول بالمصعد (مقابل المهبط).

يُصنع الهدف من معدن ثقيل، درجة حرارة انصهاره مرتفعة جداً مثل الموليبدين، يوضع بحيث يميل بزاوية $45°$ على محور الأنبوب، ويثبّت على أسطوانة نحاسية أكبر حجماً منه متصلة بمبرد. كما في الشكل (3).

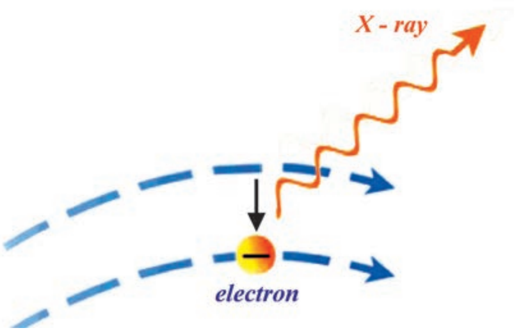


الشكل (3) أنبوب كوليدج



الشكل (4) رسم تخطيطي يشرح آلية عمل أنبوب كوليدج

عند تسخين سلك التنغستين تنبعث منه إلكترونات يتمُّ تسريعها بتطبيق توتر عالٍ متواصل U من رتبة $10^4 - 10^5\ V$ بين المصعد والمهبط. تصطدم الإلكترونات المسرّعة بذرات الهدف حيث إنّ جزءاً منها يؤدّي إلى انتزاع إلكترون من إلكترونات الطبقات الداخلية في ذرات الهدف، ويبقى مكانه شاغراً.



الشكل (5) نحرر فوتونات الأشعة السينية

ينتقل أحد إلكترونات الطبقات الأعلى لذرّات مادة الهدف بسرعة ليحلَّ في المكان الشاغر، ويترافق ذلك بإصدار فوتونات ذات طاقة عالية هي الأشعة السينية. بينما الجزء الآخر من الإلكترونات المسرّعة يؤدي اصطدامها بذرات الهدف إلى تحوّل كامل طاقتها الحركية إلى طاقة حرارية كبيرة في مادة الهدف ترفع حرارته، مما يستدعي تبريده.

يمكن حساب أقصر طول موجة λ_{min} لفوتونات الأشعة السينية الصادرة، اعتماداً على أنّ طاقة هذه الفوتونات تساوي بقيمتها العظمى الطاقة الحركية للإلكترونات المسرّعة، التي تُسبب إصدارها.

أي:

$$E = E_k \quad ..... (1)$$

$$h f_{max} = eU \quad ..... (2)$$

$$h \frac{c}{\lambda_{min}} = eU \Rightarrow$$

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU} \quad ..... (3)$$

حيث: U التوتر الكهربائي المطبق بين طرفي الأنبوب.

$h = 6.6\times10^{-34}\ J\cdot s$ ثابتة بلانك، $c = 3\times10^{8}\ m\cdot s^{-1}$ سرعة انتشار الضوء في الخلاء.

تبين العلاقة أنّ أقصر طول موجة $\lambda_{\min}$ لفوتون أشعة سينية يتوقف على قيمة التوتّر الكهربائي المطبّق بين طرفي أنبوب توليد الأشعة السينية.

طبيعة الأشعة السينية:

أثبت ماكس فون لاو عام 1912 م أنّ الأشعة السينية تنعرج عن بلورة كبريت الزنك ZnS تماماً كما ينعرج الضوء، ممّا أكّد أنها أمواج كهرطيسية أطوالُ موجاتِها تتراوح بين $0.001\ nm,\ 13.6\ nm$ وهي أقصر بكثير من أطوال الأمواج الضوئية، لذلك تكون ذات طاقة عالية وسرعة انتشارها هي سرعة انتشار الضوء.

خواصّ الأشعة السينيّة:

1. تصدر عن ذرات العناصر الثقيلة (ذات العدد الذري Z الكبير نسبياً) بعد إثارتها بطريقة مناسبة.
2. ذات قدرة عالية على النفوذ، بسبب قصر طول موجتها.
3. تشبه الضوء من حيث الانتشار المستقيم والانعكاس والانكسار والتداخل والانعراج.
4. الأشعة السينية هي أمواج كهرطيسية لا تمتلك شحنة كهربائية، بدليل أنّها لا تتأثّر بالحقلين الكهربائي والمغناطيسي.
5. تسبب تألّق بعض المواد عندما تسقط عليها، بسبب قدرتها على إثارة ذرات هذه المواد، فعندما تسقط في الظلام الدامس على كبريت الزنك يتألق باللون الأخضر.
6. تتوقّف قابلية امتصاصها ونفوذهاعلى:

أ) ثخن المادة: تزداد نسبة الأشعة الممتصّة وتقل نسبة النافذة منها كلما ازداد ثخن المادة.

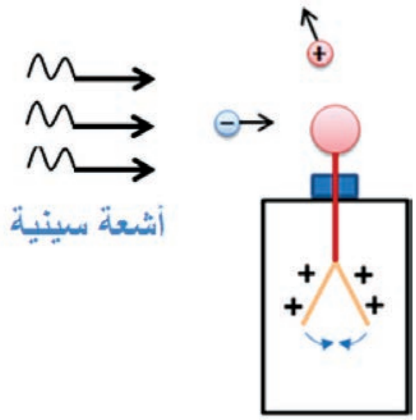
ب) كثافة المادة: تكون المواد ذات الكثافة العالية جيدة الامتصاص لها، كالرصاص والذهب، بينما المواد ذات الكثافة المنخفضة ضعيفة الامتصاص لها كالخشب والبلاستيك وجسم الإنسان.

ج) طاقة الأشعة المستخدمة: يزداد امتصاصها بنقصان طاقتها، ويمكن أن نميز بين نوعين منها من حيث الطاقة هما:

الأشعة اللينة: أطوال موجاتها $1nm \langle \lambda \langle 13.6nm$ طاقتها منخفضة نسبياً وامتصاصها كبير ونفوذها قليل.

الأشعة القاسية: أطوال موجاتها $0.001\ nm \langle \lambda \langle 1nm$ طاقتها عالية وامتصاصها قليل ونفوذها كبير.

7. تؤين الغازات: تحمل فوتونات الأشعة السينية طاقة كبيرة نسبياً تكفي لتأيين الغاز الذي تخترقه.فإذا سقطت حزمة من الأشعة السينية على كرة كاشف كهربائي مشحون فرغت شحنته نتيجة تأيينها الهواء المحيط بكرة الكاشف، فتجذب الكرة الأيونات المخالفة لشحنتها ممّا يسبّب اعتداله.



الشكل (6)
تأين الهواء بواسطة الأشعة السينية

8. تؤثّر في الأنسجة الحية: تتخرّب الخلايا الحية إذا استمر تعرُّضها للأشعة السينية، ويظهر هذا بشكل حروق عميقة خطيرة. لذا تستعمل الألبسة التي يدخل الرصاص في تركيبها للوقاية من آثارها الضارة.

استخدام الأشعّة السينيّة

تستخدم في مجالات مختلفة منها:

1. الطبي: في التشخيص الطبي للكشف عن كسور وتشوهات العظام، والأجسام الغريبة الداخلة في الجسم، وأمراض الرئة، ومعالجة الأورام السرطانية، وكذلك في تعقيم بعض المعدات الطبية.
2. الصناعي: في الكشف عن العيوب في المواد المصنّعة، كوجود الفجوات والشوائب.
3. الزراعي: في مكافحة بعض الحشرات الوبائية، بتعريضها لجرعات معينة منها تسبب عقم ذكورها.
4. العلمي: في دراسة البنية البلورية (تحديد أبعادها وترتيب ذراتها)، وفي دراسة الجزيئات والمركبات.
5. الأمني: في الكشف عن الأسلحة والمجوهرات والمواد المتفجرة داخل حقائب المسافرين في المطارات وغيرها.

أسئلة وتدريبات

أولاً: أجب عن الأسئلة الآتية:

1) اختر الإجابة الصحيحة لكلٍّ ممّا يأتي:

1. في أنبوب توليد الأشعة السينيّة يمكن تسريع الإلكترونات بين المهبط والمصعد :

A) بزيادة درجة حرارة سلك التسخين.
B) بإنقاص التوتّر المطبّق على دارة التسخين.
C) بإنقاص التوتر المطبق بين المصعد والمهبط.
D) بزيادة التوتر المطبق بين المصعد والمهبط.

2. أقصر طول موجي λ_{min} لفوتون الأشعة السينية في أنبوب توليدها يتوقّف على:

A) كتلة و نوع مادة الهدف.
B) عدد الإلكترونات التي تصل إلى الهدف.
C) درجة حرارة سلك التسخين.
D) التوتر المطبق بين المصعد والمهبط.

3. يزداد امتصاص المادة للأشعة السينية :

A) بزيادة طاقة الأشعة السينية.
B) بنقصان ثخانة المادة.
C) بزيادة كثافة المادة.
D) بنقصان كثافة المادة.

2) ضع إشارة √ أمام العبارة الصحيحة وإشارة × أمام العبارة الخطأ، ثمَّ صحِّحها:

1. فوتونات الأشعة السينية، طولُها الموجي قصير، وطاقتها ضعيفة.
2. الأشعة السينية أمواج كهرطيسية، أطوال موجاتها أكبرُ بكثير من أطوال الأمواج الضوئية.
3. طاقة فوتون الأشعة السينية تساوي الطاقة الحركية للإلكترون الذي سبب إصداره.
4. تصدر الأشعة السينية عن ذرات العناصر الخفيفة قبل إثارتها.

3) اكتب ثلاثاً من خواص الأشعة السينية.

4) اكتب ثلاثة من استخدامات الأشعة السينية في المجال الطبي.

5) عدد العوامل التي يتوقّف عليها امتصاص ونفوذ الأشعة السينية.

ثانياً: حل المسائل الآتية:

المسألة الأولى:

يعمل أنبوب لتوليد الأشعة السينية بتوتّر $8\times10^{4}\,V$ حيث يصدر الإلكترون عن المهبط بسرعة معدومة عملياً. المطلوب :

1. استنتج بالرموز الطاقة الحركية للإلكترون عند اصطدامه بالمهبط، ثمَّ احسب قيمتها.
2. احسب سرعة الإلكترون لحظة اصطدامه بالهدف.
3. احسب أقصر طول موجة للأشعة السينية الصادرة.

$c=3\times10^{8}\,m\cdot s^{-1}$ ، $h=6.6\times10^{-34}\,J\cdot s$ ، $e=1.6\times10^{-19}\,C$ ، $m_e=9.1\times10^{-31}\,kg$ ، يهمل ثقل الإلكترون.

المسألة الثانية:

يعمل أنبوب لتوليد الأشعة السينية بفرق كمون $8\times10^{4}\,V$ حيث يصدر الإلكترون عن المهبط بسرعة معدومة عملياً. احسب قيمة التواتر الأعظمي للأشعة السينية الصادرة وطول الموجة الموافق لذلك التواتر.

$c=3\times10^{8}\,m\cdot s^{-1}$ ، $h=6.6\times10^{-34}\,J\cdot s$ ، شحنة الإلكترون بالقيمة المطلقة $e=1.6\times10^{-19}\,C$ ، يهمل ثقل الإلكترون.

الدرس الثاني

الليزر
Laser

الأهداف التعليميّة

يُتوقّع من الطالب في نهاية الدرس أن يكون قادراً على أن يتعرّف:

- مبدأ عمل الليزر.
- أنواع الإصدارات.
- خواص الليزر.
- بعض أنواع الليزر.
- بعض تطبيقات الليزر.

المصطلحات

عربي	إنكليزي
ليزر	*Laser*
محثوث	*stimulated*
تلقائي	*spontaneous*
مترابط	*coherent*
تضخيم	*amplification*



الشكل (1) جهاز الليزر

تمّ تشغيل أول جهاز ليزر في العالم عام 1960 من قبل العالم ميمان *Maiman* وكان ذلك الليزر هو ليزر CO_2. وتعني كلمة ليزر *Laser* تضخيم الضوء بالإصدار المحثوث للأشعة:

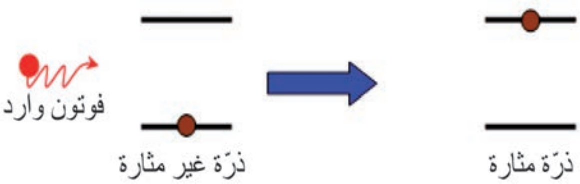
Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation

وقد تمّ تطوير عدد كبير من أجهزة الليزر منذ اختراع الليزر وحتى اليوم، كما استخدم الليزر في الكثير من التطبيقات سواء في الصناعة أو الطب أو الأبحاث العلمية، فلا يكاد يخلو مخبر أبحاث في مجال الفيزياء من أجهزة الليزر.

سوف ندرس آلية عمل الليزر في هذا الدرس كما سنتطرّق لبعض أجهزة الليزر وكذلك بعض تطبيقات الليزر.

امتصاص وإصدار الضوء

أ. امتصاص الضوء: نعلم أنّ امتصاص الضوء من قبل الذرات يحدث عندما ترد حزمة ضوئية على المادة بشرط أن تحتوي كلّ ذرّة من ذرّات هذه المادة على سويتي طاقة بحيث يكون فرق الطاقة بينهما $\Delta E = E_2 - E_1$ يساوي طاقة الفوتون الوارد من الحزمة الضوئية $h\ f$، وعند امتصاص فوتون ينتقل إلكترون إلى السوية العليا كما هو موضح في الشكل (2):



الشكل (2) امتصاص الضوء

ب. الإصدار التلقائي: إذا كانت الذرة مثارة يمكن أن ينتقل إلكترون عفوياً من سويّة الطاقة المثارة إلى سويّة طاقة أدنى ممّا يؤدّي إلى إصدار فوتون، نسمي هذا الإصدار الإصدار التلقائي. إنّ الذرّات الموجودة في الوسط المدروس تُصدر فوتونات بشكل مستقل عن الذرات الأخرى، فيكون اتجاه الإصدار التلقائي عشوائياً، كما أنّ فرق الطور بين الموجتين الكهرطيسيتين الموافقتين لفوتونين غير ثابت أي أنّ الفوتونات غير مترابطة.

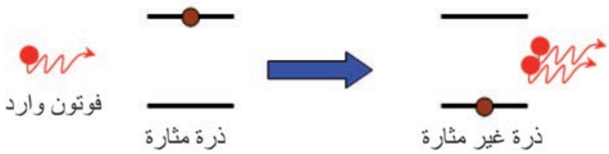


الشكل (3) إصدار الفوتونات

ج. الإصدار المحثوث: إلى جانب الإصدار التلقائي يوجد نوع آخر من الإصدار هو الإصدار المحثوث وهو يحدث عند تعرّض الذرّة المثارة لحزمة ضوئية يحقّق تواترها f العلاقة $\Delta E = h\,f$ حيث ΔE هو

فرق الطاقة بين السوية المثارة والسوية الأساسية، في هذه الحالة يؤدي مرور فوتون بجوار الذرّة المثارة إلى انتقال الإلكترون إلى السوية الأساسية، فيصدر فوتون يتمتّع بالخواص الآتية:

1. طاقته تساوي طاقة الفوتون الوارد، وبالتالي له تواتر الفوتون الوارد.
2. جهة حركته تنطبق على جهة حركة الفوتون الوارد.
3. يتمتّع بطور يطابق طور الفوتون الوارد.



الشكل (4) الإصدار المحثوث

يستند عمل الليزر إلى ظاهرة الإصدار المحثوث.

الفرق بين الإصدار المحثوث والإصدار التلقائي:

1. الإصدار التلقائي يحدث سواءً أكان هناك حزمة ضوئية واردة على الذرّات المثارة أم لم يكن هناك حزمة. بينما لا يحدث الإصدار المحثوث إلا بوجود حزمة ضوئية يحقّق تواترها f العلاقة $\Delta E = h\,f$ حيث ΔE هي فرق طاقة بين السويّة المثارة والسويّة الأساسيّة.
2. الإصدار التلقائي يحدث في جميع الاتجاهات وطور الفوتون الصادر يُمكن أن يأخذ أيَّ قيمة. بينما جهة الفوتون الصادر في الإصدار المحثوث محددة بجهة الفوتون المسبب للإصدار، وطور الفوتون الصادر يطابق طور الفوتون المسبّب للإصدار.



الشكل (أ) الإصدار المحثوث — الشكل (ب) الإصدار التلقائي

الشكل (5)

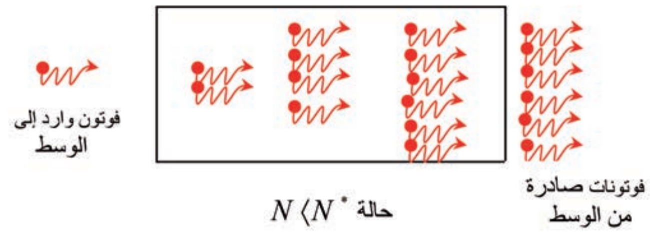
آلية عمل الليزر:

1. الوسط المضخّم:

لننظر إلى وسط يحتوي عدداً من الذرات، سوف نهتم بحالة بسيطة تكون للذرّة فيها سوية أساسية وسوية مثارة فرق الطاقة بينهما ΔE، ونتجاهل بقية السويات، تكون بعض هذه الذرات في السوية

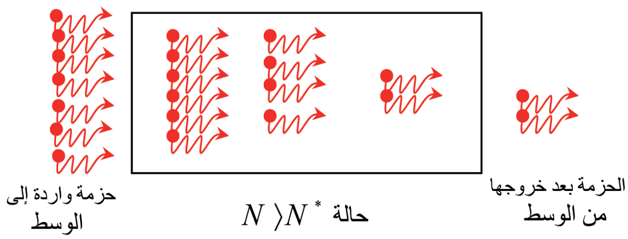
الأساسية وبعضها الآخر في السوية المثارة، وليكن عدد الذرات في السوية المثارة N^* وعدد الذرّات في السوية الأساسية N.

إذا عبرت حزمة ضوئية تتمتّع بتواتر f بحيث $\Delta E = hf$ فإنّ **امتصاص الفوتونات** يتناسب طرداً مع N ، وإنّ **إصدار الفوتونات** بالإصدار المحثوث يتناسب طرداً مع N^* . فإذا كان $N \langle N^*$، فإنّ عدد الفوتونات الناتجة عن طريق الإصدار المحثوث سيكون أكبر من عدد الفوتونات التي جرى امتصاصها، ومن ثَمّ سوف تزداد شدّة الحزمة بعد عبورها الوسط، و نقول عن الوسط عندها إنّه وسط مضخّم وهو يصلح لتوليد الليزر. أما إذا كان $N \rangle N^*$ فإنّ عدد الفوتونات الناتجة عن طريق الإصدار المحثوث سيكون أصغر من عدد الفوتونات التي جرى امتصاصها، ومن ثَمّ سوف تنقص شدّة الحزمة بعد عبورها الوسط، و لا يُمكن للوسط أن يولّد الليزر.



تتضخّم الحزمة كلما توغلت في الوسط لتخرج وقد تضاعفت شدّتها

الشكل (6)

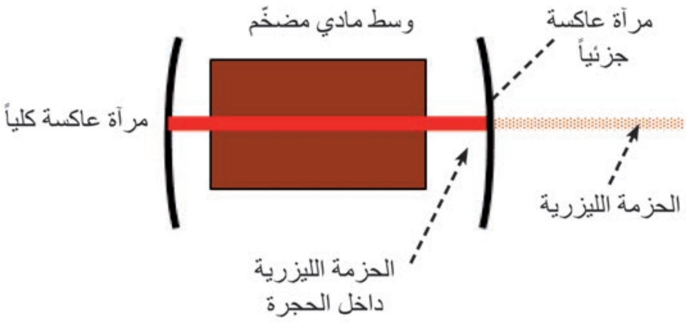


تتناقص شدة الحزمة كلما توغلت في الوسط وقد تنعدم شدتها عند مخرج الوسط حيث تُمتص بالكامل

الشكل (7)

2. حجرة التضخيم:

نعتمد على الفكرة السابقة لتوليد الليزر، حيث نقوم بإعادة تمرير الحزمة في الوسط المضخّم مرّات عديدة ووفق المنحى نفسه، وكلّما مرّت الحزمة في الوسط فإنّها تسبب إصدارات محثوثة



الشكل (8)

جديدة تتّفق مع الحزمة بالاتجاه ومع الفوتونات بالتواتر والطور الابتدائي ممّا يزيد من طاقة الحزمة أي يُضخّمها، ونستمرّ بإعادة تمرير الحزمة حتى نحصل على استطاعة كافية، للقيام بذلك نضع الوسط المضخّم (الوسط الذي يقوم بالإصدار) بين مرآتين تسمح كلّ منهما للحزمة الضوئية بالانعكاس من جديد باتجاه الوسط المضخّم، ونجعل عاكسية إحدى المرآتين كاملة بينما تكون المرآة الثانية عاكسة جزئياً ممّا يسمح بتمرير جزء من الحزمة الضوئية إلى الوسط الخارجي، يُشكّل هذا الجزء الحزمة الليزرية كما في الشكل الآتي:

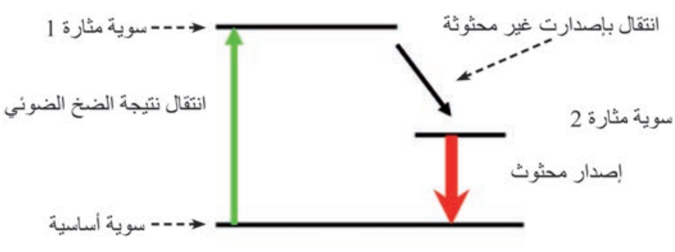
تشكّل جملة المرآتين مع الوسط المضّخم جملة التضخيم، وقد تكون المرآتين أو إحداهما مستوية.

3. الضخ:

لمّا كان الإصدار المحثوث يُعيد الذرّات إلى السوية الأساسيّة، فإنّه لضمان تحقّق الشرط $N^* \rangle N$ (أي لبقاء الوسط مضخّماً) لا بُدّ من مؤثّر خارجي على الوسط المضخّم، يقوم بتقديم الطاقة إلى الوسط المضخّم مما يؤدي إلى إثارة الذرّات ويعوّض عن انتقال الذرّات إلى حالة الطاقة الأساسية نتيجة الإصدار المحثوث.

توجد طرائق عديدة للضخِّ منها:

- **الانفراغ الكهربائي:** يسمح بإثارة الذرّات إلى السوية المرغوبة أو إلى سوية أعلى حيث تؤدّي إصدارات غير محثوثة إلى العودة إلى السويّة المرغوبة.
- **الضخ الضوئي:** تجري إثارة الذرّات إلى سويّة أعلى من تلك التي تؤدّي إلى الإصدار الليزري، فتعود هذه الذرات إلى السوية المثارة التي تسبّب الإصدار الليزري. يُمكن في هذه الطريقة استخدام منبع ضوئي مثل لمبة الكزينون أو ليزر آخر.



الشكل (9)

في الشكل يجب أن يكون احتمال الانتقال إلى السوية الأساسية من السوية المثارة (1) أصغر من احتمال الانتقال إلى السوية المثارة (2) المسبّبة لليزر.

خواص حزمة الليزر:

تتمتّع حزمة الليزر بالخواصّ الآتية:

أ. وحيدة اللون، أي تتمتع بالتواتر نفسه.

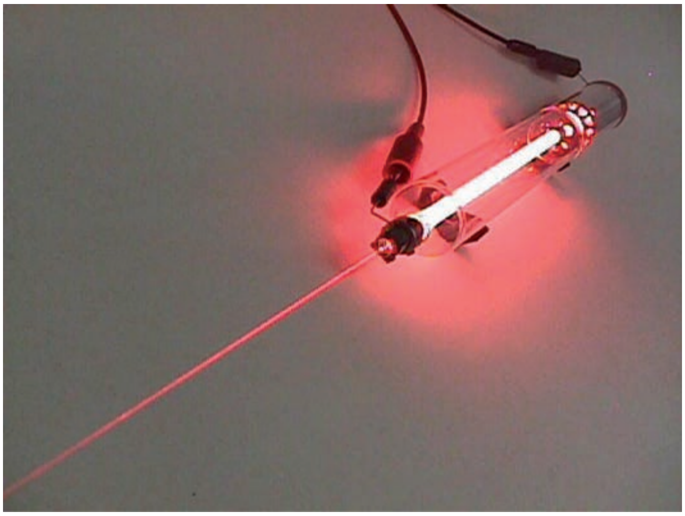
ب. مترابطة بالطور، إنّ الفوتونات الناجمة عن الإصدار المحثوث تتمتّع بطور الفوتون الذي حثّها، وهذا يسمح بالحصول بسهولة على شكل تداخلي باستخدام الليزر.

ج. انفراج حزمة الليزر صغير أي لا يتوسّع مقطع الحزمة كثيراً عند الابتعاد عن منبع الليزر، فإذا قسنا الزاوية التي تصنعها حدود الحزمة نجدها من رتبة أجزاء الميلي راديان لذلك نرى أنّ البقعة الضوئية على حاجز يعترض مسير الحزمة تتمتّع بأبعاد صغيرة من رتبة عدّة ميليمترات قريباً من منبع الليزر، وتبقى أبعادها صغيرة إذا ابتعدنا عن منبع الليزر بحيث لا تتجاوز السنتمترات القليلة على مسافات كبيرة (عدة كيلومترات).

بعض أنواع الليزر:

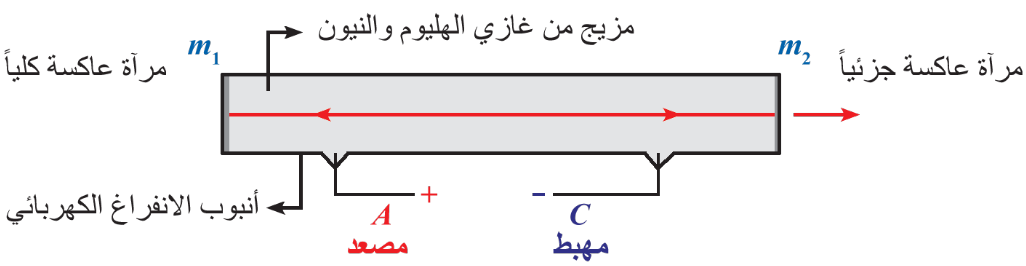
أ. **الليزرات الغازية:** يكون الوسط المضخّم غازياً.

مثال 1: ليزر هليوم نيون: وهو ليزر يُستخدم كثيراً في المخابر يتمتع بطول موجة تساوي $\lambda = 0.638\mu m$ ويعمل باستطاعة من رتبة $1\ m\ W$. يستخدم هذا الليزر الانفراغ الكهربائي لنقل الذرّات إلى الحالة المثارة. في الصورة الآتية لدينا ليزر هليوم نيون:



الشكل (10) ليزر *He - Ne*

وفي الشكل الآتي مخطّطاً لليزر He-Ne :



الشكل (11)

مثال 2: ليزر CO_2 : يُمكن لهذا الليزر أن يُنتج استطاعة عالية تصل إلى عدة ملايين من الواطات، ويستخدم لقص ولحم المعادن. طول موجة الليزر من رتبة $\lambda = 10 \mu m$.

تمرين محلول:

إذا علمت أنّ ليزر CO_2 ومضي أي يُصدر الضوء على شكل ومضات تستمرّ كلٌّ منها $t = 1\mu s$ وأن الاستطاعة اللحظية أثناء الومضة لهذا الليزر تساوي $P = 10^6 W$ احسب طاقة الومضة الواحدة.

الحل:

طاقة الومضة الواحدة:

$$E = P \times t$$

$$E = 10^6 \times 1 \times 10^{-6}$$

$$E = 1\ J$$

ب. ليزر نصف الناقل: وفيه يكون الوسط المضخّم من مادة نصف ناقلة، ويُمكن صناعة ليزرات نصف ناقلة أبعادُها من رتبة الميكرون. ويُستخدم بكثرة في الاتصالات. مثال: جهاز الليزر الذي تجده في الأسواق بأبعاد صغيرة، ويُصدر أشعّة ليزريّة باللّون الأحمر.

استخدامات الليزر:

تُستخدم الليزرات في تطبيقات كثيرة ذكرنا بعضها أعلاه، وهذه تطبيقات أخرى:

أ. استخدامات صناعيّة: لحام ، قصّ وتقسية المعادن وغيرها.

ب. استخدامات طبية: في طب العيون وبعض الأمراض الجلدية، والجراحة، وبعض أنواع السرطانات.



الشكل (9)

ج. استخدامات بيئية: مراقبة تلوّث الجو حيث توجّه حزمة الليزر إلى المنطقة من الهواء المراد دراستها فتقوم الملوّثات بامتصاص حزمة الليزر وإصدار الضوء بأطوال موجات تدلّ على هذه الملوثات عند تحليل الأشعة المنعكسة فنتعرّف طبيعة الملوثات.

د. استخدامات عسكرية: منها إرشاد الصواريخ إلى أهدافها، حيث يجري تسليط حزمة الليزر إلى الهدف، فينتثر الضوء الساقط على الهدف فيُصبح وكأنّه منبع ضوئي يتوجّه الصاروخ إليه إذا كان مجهّزاً بجهاز يُحدّد موقع منبع الضوء الوارد إليه.

أسئلة وتدريبات

أجب عن الأسئلة الآتية:

1. هل يُمكن الحصول على وسط مضخّم دون استخدام مؤثّر خارجي؟ علّل إجابتك.
2. تبلغ زاوية انفراج حزمة ليزرية $0.1\ m\ rad$. ما قطرُ بقعة الليزر على بعد $1\ km$ من جهاز الليزر (نفرض قطر الحزمة مُهملاً بجوار الجهاز).
3. نمرّر ليزر (هيليوم – نيون) على موشور زجاجي، ونتلقّى الحزمة المنكسرة على حاجز (شاشة). هل تتحلّل الحزمة كما الحال في الضوء الصادر عن مصباح إنارة؟

الدرس الثالث

الفيزياء النووية
Nuclear Physics

الأهداف التعليميّة

يُتوقّع من الطالب في نهاية الدرس أن يكون قادراً على أن:

- يصف بنية النواة.
- يتعرّف خصائص القوى النووية.
- يتعرّف نظائر عنصر.
- يبيّن عمل جهاز مطياف الكتلة.
- يشرح آليّة عمل المفاعل النووي.

المصطلحات

عربي	إنكليزي
الحجم	*Size*
الشكل	*Shape*
القوى النووية	*Nuclear Forces*
النظائر	*Isotopes*
المطياف الكتلي	*Mass Spectrometer*
مفاعل الانشطار النووي	*Nuclear Fission Reactors*
لب المفاعل	*Reactor Core*
قضبان التحكم	*Control rod*

تتألّف النوى بشكل أساسي من البروتونات والنيوترونات المتقاربة بالكتلة حيث تبلغ كتلة البروتون $m_p = 1.007276\ u$ وكتلة النيوترون $m_n = 1.008665\ u$ حيث u هي وحدة الكتل الذرية $1u = \frac{1}{6.02\times10^{23}} = 1.66\times10^{-24}\ g$، ويمتلك البروتون شحنة كهربائية موجبة مساوية بالقيمة لشحنة الإلكترون، بينما النيوترون معتدل كهربائياً، ويُسمّى كلٌّ منهما نيوكليون *Nucleon* نظراً لتشابههما بالكثير من الخواص مثل امتلاكهما القيمة نفسها للسبين (عزم اللف الذاتي).

يسمى عدد البروتونات في نواة الذرة بالعدد الذري Z لأنّه يساوي عدد إلكترونات الذرة لذلك تكون الذرة معتدلة كهربائياً، ونرمز لعدد النيوترونات في النواة N، أمّا العدد الكلي للنيوكليونات داخلَ النواة، فيُرمز له بالرمز A ، ويُدعى عدد الكتلة ويكون: $A = Z + N$.

يُرمز للنواة اصطلاحاً برمز العنصر نفسه $^{A}_{Z}X$ حيث A يمثّل عدد الكتلة، ويمثّل Z العدد الذري ، ويحدّد النظير بأي عددين من الأعداد الثلاثة A, Z, N.

يختلف عدد الكتلة A لنظير عن كتلته الذرية M بأنّ الأول هو عدد صحيح ووحدته نيوكليون، بينما يمثل الثاني كتلة النواة والإلكترونات.

حجم وشكل النوى:

يكون لمعظم النوى الشكل الكروي تقريباً، يشذّ عن ذلك بعض النوى التي تقع أعدادها الذرية Z بين 56 و71 التي تأخذ شكلاً اهليليجياً. من الصعب تحديد الأبعاد للنواة بدقة، حيث تختلف قيمة نصف القطر للنواة باختلاف الطريقة المستخدمة في قياسه أو تحديده.

أهمُّ الطرائق التجريبيّة المستخدمة في تحديد أبعاد النواة هي طريقة التشتّت والتي ستتعرف إليها في الدراسات الجامعية.

يُعطى نصف قطر النواة R وفق هذه الطريقة بالعلاقة التقريبية:

$$R = r_0 A^{\frac{1}{3}} \quad ..... (1)$$

حيث: $r_0 = 1.2\times10^{-15}\ m$ يمثّل نصف القطر الوسطي التقريبي للنيوكليون، A عدد الكتلة.

تمرين محلول:

احسب نصف قطر نواة النظير $^{235}_{92}U$.

نعوّض عن $r_0 = 1.2\times10^{-15}\ m$، وعن $A = 235$ في العلاقة: $R = r_0 A^{\frac{1}{3}}$ فنجد:

$$R = 1.2\times10^{-15}\ (235)^{\frac{1}{3}}$$

$$R = 7.4\times10^{-15}\ m$$

القوى النوويّة:

يمكن الوصول إلى تصوّر للقيمة الهائلة للقوة النووية التي تربط كلّاً من نيوكليوناتها كما يأتي:

تبلغ القيمة الوسطى للمسافة الفاصلة بين بروتونين داخل النواة $r = 2.4\times10^{-15}\ m$ تقريباً، وعلى اعتبار أنّ شحنة البروتون $1.602\times10^{-19}\ C$، فإنّه يمكن حساب قوة التدافع الكهربائي بين بروتونين داخل النواة على اعتبار أنّهما شحنتان نقطيتان بالتعويض في علاقة كولوم:

$$F_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow$$

$$F_C = \frac{1}{4\pi(8.86\times10^{-12})}\frac{(1.602\times10^{-14})^2}{(2.4\times10^{-15})^2} \simeq 40\ N$$

وهذه القيمة تساوي تقريباً قوة ثقل كتلة، مقدارها $4\ kg$، ويمكن تصوّر هذه القوة الهائلة نسبياً على اعتبار أنّها تؤثر في كتلة صغيرة جداً هي كتلة البروتون، وبما أنّ النواة لا تتفتت بتأثير قوى التدافع الكهربائي بين بروتوناتها فإنّ قوى التجاذب النووي المطبقة على كل بروتون وبالتالي على كل نيوترون يجب أن تكون أكبر من هذه القيمة.

إنّ مدى القوى النووية قصير جداً من مرتبة $10^{-14}\ m$، وتتّصف هذه القوى بالخصائص الآتية:

1. لا علاقة لها بنوع النيوكليون.
2. إنّها قوى تجاذبية عندما يكون البعد بين النيوكليونات من مرتبة $(0.5-1.5)\times10^{-15}\ m$
3. تتحوّل إلى قوى تنافرية من أجل بُعد بين النيوكليونات أقل من $0.5\times10^{-15}\ m$

النظائر:

اعتقد العلماء في بداية الأمر أنّ جميع الذرات المنتمية للعنصر نفسه متماثلة في جميع خصائصها، وبالتالي لها جميعاً الكتلة نفسها. لكن بعد اكتشاف النشاط الإشعاعي في نهاية القرن التاسع عشر تمّ الحصول على أدلة تجريبية كافية تُثبت أنّ ذرات العنصر الواحد ليست بالضرورة متماثلة بالكتلة ولا في الخواص النووية والإشعاعية بالرغم من أنّها تأخذ الموقع نفسه في الجدول الدوري الذي يتمّ التوزيع فيه على أساس الخصائص الكيميائية التي تتحدّد بالعدد الذري Z الذي يكون متماثلاً بين جميع ذرات العنصر نفسه.

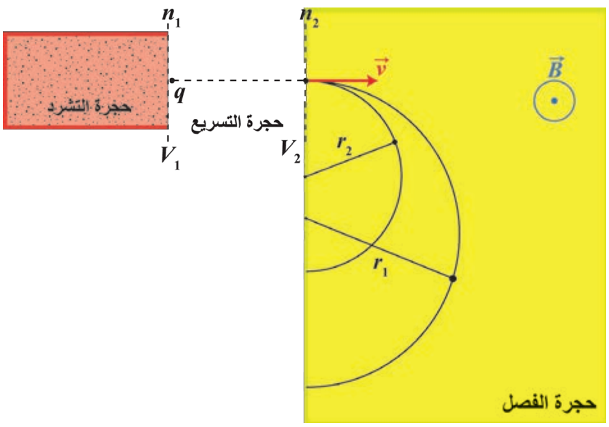
أوصل اكتشاف تومسون في العام 1912 أنّ طيف الإصدار للنيون ينتج عن نظيرين أحدهما كتلته الذرية $20\ u$ والآخر $22\ u$ بينما الكتلة الذرية للنيون معروفة وتبلغ $22.2\ u$ الأمر الذي دفع للاستنتاج بأنّه من المحتمل أن تكون جميع العناصر الأخرى التي كتلها الذرية ليست أعداداً صحيحة، عبارة عن خليط من ذرّاتٍ، كتلُها الذريّة هي أعدادٌ صحيحة.

بناءً على ما سبق يمكن تعريف نظائر عنصر أنّها ذراتٌ طبيعيّة أو صنعيّة متماثلة بالعدد الذري Z ومختلفة بعدد النيوترونات N ، وبالتالي تختلف بعدد الكتلة A والكتلة الذرية M. وكذلك تختلف نظائر العنصر الواحد عن بعضها بالخصائص النووية والإشعاعية، ويتم فصلها عن بعضها بوساطة جهاز يسمّى المطياف الكتلي.

المطياف الكتلي:

يستخدم المطياف الكتلي في فصل نظائر عنصر، ويحصل فيه ما يأتي:

1. تأيين النظائر في حجرة التشريد لتأخذ الشحنة نفسها $q \rangle 0$.
2. تسريع الأيونات في حجرة التسريع بين الشبكة n_1 (كمونها V_1 سرعتها مهملة)، والشبكة n_2 (كمونها V_2 سرعتها v) حيث $V = V_1 - V_2 \rangle 0$.



الشكل (1) المطياف الكتلي

بتطبيق نظرية الطاقة الحركية على كل أيون بين الشبكتين n_1 و n_2:

$$\Delta \overline{E}_k = \sum \overline{W}_{\vec{F}} \quad ..... (2)$$

$$E_{2_k} - E_{1_k} = \overline{W}_{\vec{F}_E} \quad ..... (3)$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = qV \quad \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} \quad ..... (4)$$

3. إخضاع الأيونات لحقل مغناطيسي منتظم $\vec{B}$ في حجرة الفصل لتتّخذ مساراتٍ دائريّة.

وقد مرّ معك أنّ مسار الحزمة الإلكترونية يكون مستقيماً في حالة عدم وجود الحقل المغناطيسي، ولكن عند وجود حقل مغناطيسي مناسب فإنّ مسار الحزمة الإلكترونية يصبح دائرياً ونصف قطره ينقص بزيادة شدة الحقل المغناطيسي المؤثّر أو بإنقاص السرعة، ويُعطى بالعلاقة:

$$r = \frac{mv}{qB} = const \quad ..... (5)$$

ولمعرفة نصف قطر المسار الذي يسلكه كلّ أيون نعوّض عن v في العلاقة السابقة فنجد:

$$r = \frac{m}{qB}\sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

نربّع الطرفين:

$$r^2 = \frac{2V}{qB^2}m$$

إذا احتوى المزيج البدائي على نظيرين، كتلتاهما m_2, m_1 ، فإنّ نصفي قطري مساريهما ضمن المنطقة التي يسودها الحقل المغناطيسي (حجرة الفصل) تُعطى بالعلاقتين:

$$r_1^2 = \frac{2V}{qB^2}m_1$$

$$r_2^2 = \frac{2V}{qB^2}m_2$$

فإذا كان $m_1 \rangle m_2$ فإنّ: $r_1 \rangle r_2$ وبهذا ينفصل النظيران عن بعضهما. وقياس قطري المسارين الدائريين يسمح لنا بحساب كتلتي النظيرين m_2, m_1.

استخدامات النظائر المشعّة في الطب:

يُستخدم الإشعاع الصادر عن النظائر المشعة، ومعظمها صنعي، في التشخيص للحصول على معلومات عن وظائف الجسم البشري، ويستخدم كذلك في الكشف عن مناطق الاصابات كالإورام أو التمزقات أو الكسور ... في الجسم، كما يستخدم في عمليات العلاج وخاصة في قتل الخلايا السرطانية حيث تكون هذه الخلايا غير الطبيعية أضعف من الطبيعية، بحيث تؤدي جرعة صغيرة من الاشعاع إلى قتل الخلايا السرطانية دون السليمة.

تستخدم بعض أنواع الاشعاع أيضاً في تسكين الآلام الحادة مثل آلام المفاصل وبعض أنواع السرطانات والآلام التي تلي العمليات الجراحية، أو الاشعاعية، وغيرها.

تستخدم أشعة α وأشعة X في تعقيم الأجهزة والأدوات الطبية التي لا يمكن تعقيها بالحرارة مثل الكفوف البلاستيكية كما يمكن استخدام هذا النوع من الاشعاع في معالجة التهابات الجروح والتسريع في شفائها، ويمكن استخدام أشعة α كمشرط لا يحتاج إلى تعقيم يساعد على وقف النزف في مكان الجراحة وتكون الآلام المرافقة أقلّ بكثير من تلك المرافقة للمشرط التقليدي.

إجراءات السلامة في الطب النووي:

تُعدُّ الأشعة النوويّة والذريّة سلاحاً ذا حدين، فإذا استخدمت بالطرائق الصحيحة والجرع المناسبة فإنها تكون نافعة، وفي حال عدم استخدامها الصحيح فإنّ لها آثاراً ممرضة ومميتة أحياناً، كما أنها قد تؤدي إلى خلل في الجينات الوراثية تظهر على شكل تشوهات وأمراض وعاهات في الأجيال اللاحقة،

كما حصل في هيروشيما وناغازاكي في اليابان، وكما يحصل اليوم في العراق وأماكن أخرى كثيرة من العالم!!

تختلف مقدرةُ الأشعة على اختراق الحواجز باختلاف نوعها وطاقتها، فتزداد مقدرتها على الاختراق بصورة عامة مع زيادة طاقتها، وتختلف بالتالي طرائق الوقاية منها، ففي حين يمكن لحاجز من الكرتون، سـماكته مـن مرتبة المليمترات أن يوقف أشعة α التي طاقتها من مرتبة الـ (MeV)، يتطلّب إيقاف أشـعة β ، التي طاقتها من مرتبة (MeV) أيضاً، حاجزَ كرتونٍ بسماكة سنتمترات، ولا يمكن إيقاف أشعة γ إلا بحواجز من الرصاص ذات سماكات مختلفة (تزداد بزيادة طاقة الإشعاع)، ولا يمكن إيقاف النترونات إلا بحواجز من نظير الكادميوم ^{113}Gd ، بسبب المقدرة العالية لهذا النظير على امتصاص النترونات خاصّة البطيئة منها، ولأنَّ معظم النترونات المتسرّبة من مفاعلات الطاقة النووية هي نترونات بطيئة فإنَّ حواجز الوقاية حول المفاعلات تتضمّن طبقة من الكادميوم.

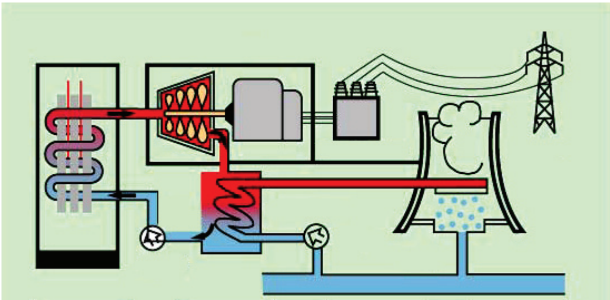
تُستخدم في التشخيص والعلاج في الطب النووي، نظائر مشعة تصدر جميع أنواع الأشعة الموجية والجسيمية، تمتد طاقة كلٍّ منها على مجال واسع، لذلك يجب على العاملين في مجال الطب النووي اتّباع دورات مكثّفة حول طرائق الوقاية ووسائلها من الإشعاع، وكذلك يجب إعطاء تعليمات مفصّلة للمرضى تتضمّن الخطوات التي عليهم اتباعها عند التشخيص والعلاج. وتتضمّن الإجراءات الواجب اتخاذها من قبل العاملين في مجال الطب النووي ومرضاهم بما يأتي:

1. اتباع الطرائق الصحيحة عند تشغيل الأجهزة، أو استخدام الأدوات، أو التعامل مع النظائر المشعة.
2. الحرص على منع وصول المواد المشعة إلى أيدٍ غير خبيرة.
3. يجب أن يُؤمّن للعاملين في هذا المجال وسائل مسح إشعاعي، تعلق في أكثر مناطق الجسم تعرُّضاً للإشعاع (الصدر)، بحيث تُطلق إنذاراً صوتياً مسموعاً عند تجاوز الجرعة الإشعاعية الحدَّ المسموح به.
4. على العاملين في مجال الطب النووي ارتداء قفازات وأحذية ملائمة، بالإضافة لوضع كمّامة على الفم ونظارة مناسبة على الأعين، وكذلك ارتداء مراويل مدرعة بدقائق من الرصاص، سماكتها من 3 إلى 5 مم (والميزة التي تجعل الرصاص حاجزاً جيداً لأشعة γ هي كثافته العالية).
5. تزويد قسم الطب النووي بتجهيزات خاصة في الحمامات والمغاسل تعمل دون لمسها باليد.
6. تخزين المواد المشعة بعيداً عن حركة الأشخاص، وضمن حاويات ذات جدران مناسبة للوقاية من إشعاعات هذه المواد.
7. تحضير الجرع المشعة في غرف مخصصة مفصولة بحواجز مناسبة عن مكان حقن المريض، كما يجب الحذر من سقوط أو انسكاب العيّنات المشعّة.

8. تأمين حواجز مناسبة متنقّلة للعاملين عند قيامهم بالتشخيص أو العلاج، وخاصة من الزجاج الذي يدخل الرصاص في تركيبه.
9. تناول العاملين في مجال الطب النووي أغذية مناسبة لتعويض الخلايا والنسج التي تخرّبها الأشعة.
10. عند حصول تلوّثٍ إشعاعي خطرٍ في الجو (نتيجة كوارث في المفاعلات أو انفجارات قنابل انشطارية أو كوارث نووية كونية) يجب عدم السير عكس اتجاه الريح، لأنَّ الهواء يكون في هذه الحالة مشبعاً بالنظائر المشعة التي تدخل بغزارة مع هواء الشهيق إلى داخل الجسم، خاصة عند السير عكس اتجاه الريح. يجب في هذه الحالة الإسراع في الدخول إلى حجرة مغلقة بإحكام، لأن الجدران البيتونية تقي من نسبة عالية من الإشعاع. ويفيد أيضاً في هذه الحالة وضع كمّامة مبلَّلة بالماء على الأنف والفم، لأن جزيئات الماء تزيد من كثافة منع دخول النظائر المشعة التي يحملها الهواء.

مفاعلات الانشطار النووي (للمطالعة):

يُعدُّ مفاعل الماء المضغوط الأوسع انتشاراً بين جميع أنواع المفاعلات الانشطارية التي تتعدّد أنواعها ولكنها تعمل وفق المبدأ نفسه مع اختلافات في التصميم بغية تحسين المردود والوقاية من الإشعاع.



الشكل (2)
رسم تخطيطي لمفاعل نووي

يتألف مفاعل الماء المضغوط من:

1. **لبِّ المفاعل:** يحوي قضبانَ وقودِ اليورانيوم تتخلّلها قضبانُ التحكّم التي يمكن أن تتحرك نحو الأعلى والأسفل، وتتألّف من مادة شرهة لامتصاص النيوترونات الحرارية مثل نظير الكادميوم $^{113}_{48}Cd$ ، من أجل التحكّم بعدد النيوترونات، وبالتالي التحكّم بعدد التفاعلات الانشطارية. ويكون لبُّ المفاعل مملوءاً بالماء (أو الصوديوم السائل) الذي يعمل كمهدئ (معدّل) يُحوّل النيوترونات السريعة إلى نيوترونات بطيئة (حرارية)، ويعمل كذلك على نقل الحرارة إلى مولّد البخار عبر شبكة الأنابيب (التي تدعى الدورة الأولية) المتّصلة مع السائل الموجود في اللب، وتفيد أنابيب الدورة الأولية في تبريد لب المفاعل ومنع ارتفاع درجة حرارته إلى مستويات خطيرة.
2. **شبكة أنابيب الدورة الثانوية:** تحمل شبكة أنابيب الدورة الأولية طاقة حرارية هائلة تحت ضغط عالٍ لتجنّب غليان الماء الذي ترتفع درجة حرارته إلى أكثر من $700\ ^{\circ}C$، وتقدّم شبكة أنابيب الدورة الأولية الملتفّة في حجرة المبادل الحراري هذه الطاقة الحرارية إلى الماء المحيط بها،

فتحوّله إلى بخار يندفع باتجاه المحرك البخاري الذي يولّد الكهرباء، وبعد ذلك يندفع هذا البخار إلى المكثّف الذي يحوّله من جديد إلى ماء سائل تسمح له المضخة بالعبور باتجاه واحد نحو داخل المفاعل.

3. **إجراءات الوقاية من الإشعاع في المفاعلات:** يحيط بلبِّ المفاعل جدرانٌ مؤلّفة من طبقات تتضمن البيتون المسلّح للوقاية من أشعة α وβ بالإضافة إلى الإشعاعات الحرارية الهائلة، ومن طبقة من الرصاص للوقاية من أشعة γ، وكذلك طبقة من الكادميوم ^{113}Cd للوقاية من حزم النيوترونات المتسرّبة. كما أنّ وجود دورتين مفصولتين من الأنابيب أولية وثانوية تمنع تسرّب النظائر المشعة إلى خارج المفاعل؛ لأنّها تبقى ضمن أنابيب الدورة الأولية المفتوحة فقط على لب المفاعل، وهذا نوع من إجراءات الوقاية.

تخصيب وقود اليورانيوم (للمطالعة):

يُقصد بتخصيب اليورانيوم رفع نسبة ^{235}U في اليورانيوم. حيث يشغل نظير اليورانيوم الانشطاري ^{235}U ما نسبته 0.7% من اليورانيوم الطبيعي أمّا النسبة الباقية فهي للنظير ^{238}U غير الانشطاري، وهناك نسبة مهملة جداً من النظير ^{234}U.

لكي يصبح اليورانيوم وقوداً صالحاً لتشغيل المفاعل فلا بدّ من رفع نسبة ^{235}U إلى 5%، ويسمى عندئذٍ الوقود منخفض التخصيب. أمّا ليصبح اليورانيوم صالحاً كحشوة للقنابل الانشطارية فيجب رفع نسبته إلى 20%، ويسمى عندئذٍ الوقود عالي التخصيب.

تعتبر عملية تخصيب وقود اليورانيوم من أهم وأعقد ما في دورة الوقود النووي، حيث يتم في البداية سحق اليورانيوم ومزجه مع غاز الفلور لتحويله إلى سادس فلورايد اليورانيوم ثمّ يوضع في أسطوانة تخضع لسرعات دورانية عالية جداً فتتوضّع جزيئات الغاز التي تحوي ^{238}U بسبب القوى النابذة على أبعاد أكبر من مركز دوران الأسطوانة مقارنة مع أبعاد الجزيئات التي تحوي ^{235}U نظراً للاختلاف في الكتلة. يتم بعد ذلك استبعاد جزيئات الغاز التي تحوي ^{238}U من طرفي الأسطوانة الدوارة فتنخفض نسبته في اليورانيوم الطبيعي وتزداد نسبة ^{235}U، وتستمر العملية إلى حين الوصول إلى النسبة المطلوبة. إنّ الوصول إلى التخصيب العالي (نسبة 20%) يحتاج إلى تقنيات عالية يمتلكها الكيان الصهيوني الغاصب وعدد قليل جداً من الدول.

تسمى الأجهزة المستخدمة في عملية تخصيب اليورانيوم بأجهزة الطرد المركزي، كما يسمى اليورانيوم المستبعد أثناء عملية التخصيب باليورانيوم المنضب.

تشغيل المفاعل (للمطالعة):

يتم تصنيع اليورانيوم المخصّب بنسبة 5% على شكل قضبان أو كرات توضع في لب المفاعل وعندما يُراد تشغيل المفاعل تُضخ داخل اللب نظائر خفيفة مثل $({}^{6}Li\,, {}^{9}Be\,, {}^{11}B\,,...)$ تؤدي جسيمات α الصادرة من نوى ^{235}U و ^{238}U إلى جعل هذه النوى الخفيفة تُصدر نيوترونات ذات طاقة عالية نسبياً حوالي $2\ M\ eV$ التي لا تمتصها نوى ^{235}U وحتى نوى ^{238}U التي تمتص مثل هذه النيوترونات السريعة لا تنشطر لأنّ زمن إقامة هذه النيوترونات داخلها أقل من $10^{-15}\ s$ وهو الزمن اللازم للانشطار لذلك لا بدّ من تهدئة (تبطيء) هذه النيوترونات لتصبح قادرة على تحريض انشطارات نوى ^{235}U وتتم عملية التهدئة بواسطة نوى المهدئ وهي نوى السائل (الماء أو الصوديوم السائل) الذي يغمر لب المفاعل عن طريق التصادمات بينها وبين النيوترونات مما يؤدي إلى خسارة النيوترونات لمعظم طاقتها متحوّلة إلى حرارية ذات طاقة من مرتبة $0.04\ eV$ عندها تصبح احتمالية امتصاصها من قبل نوى ^{235}U عالية جداً تؤدي لانشطار هذه النوى، وبالرغم من تسرّب عدد من النيوترونات، فإنّه يمكن لهذه الانشطارات أن تتزايد بسرعة هائلة فتخرج سلسلة الانشطارات أحياناً عن التحكّم لذلك توجد قضبان الكادميوم (قضبان التحكّم) التي يتم إدخالها آلياً عند ارتفاع حرارة اللب عن حدّ معيّن فتمتص عدداً كبيراً من النيوترونات الحرارية نظراً لشراهة نوى الكادميوم ^{113}Cd لامتصاص النيوترونات الحرارية فتتخامد سلسلة التفاعلات الانشطارية، ويتناقص معدل انتاج الطاقة وتنخفض درجة حرارة لب المفاعل. وهكذا تتم المحافظة على إنتاج الطاقة بمعدل ثابت تقريباً.

يستمر مفاعل الانشطار النووي بالعمل إلى أن تنخفض نسبة ^{235}U في الوقود المخصّب إلى أقل من 1% عندها تُستبدل قضبان الوقود بأخرى جديدة. تسمى قضبان الوقود المستبعد من المفاعل بالوقودالمستنفذ الذي يشكّل مع المهدئ ما يسمى بالنفايات النووية.

أسئلة وتدريبات

أجب عن الأسئلة الآتية:

1. ما مبرّر إطلاق تسمية النيوكليون على كلٍّ من البروتون والنيوترون داخل النواة؟
2. ما الفرق بين عدد الكتلة لنظير وكتلته الذرية؟
3. ما الذي دفع للتوقّع أنّ لكل عنصر أكثر من نظير؟ ولماذا لا يمكن فصل نظائر العنصر نفسه بطرق كيميائية أو كهربائية؟
4. اشرح مبدأ عمل المطياف الكتلي.
5. ما الغاية من إبطاء النيوترونات في لب المفاعل؟ وكيف يتم الحصول على الدفعة الأولى من النيوترونات لتشغيل المفاعل؟

المسائل العامة

المسألة الأولى:

تهتز نقطة مادية كتلتها $0.5\ kg$ بحركة توافقية بسيطة بمرونة نابض مهمل الكتلة، حلقاته متباعدة، شاقولي وبدور $4\ s$ وبسعة اهتزاز $X_{max} = 8\ cm$ فإذا علمت أن النقطة كانت في موضع مطاله $\frac{X_{max}}{2}$ في بدء الزمن وهي متحركة بالاتجاه السالب. المطلوب:

1. استنتج التابع الزمني لمطال حركة هذه النقطة بعد تعيين قيمة الثوابت.
2. عيّن لحظتي المرور الأول والثالث في وضع التوازن.
3. عيّن المواضع التي تكون فيها شدة محصلة القوى عظمى، واحسب قيمتها، وحدّد موضعاً تنعدم فيه شدة هذه المحصلة.
4. احسب قيمة ثابت صلابة النابض، وهل تتغير هذه القيمة باستبدال الكتلة المعلقة؟
5. احسب الكتلة التي تجعل الدَّور الخاصّ $1\ s$.

المسألة الثانية:

جسم كتلته m معلّق بنابض مرن مهمل الكتلة حلقاته متباعدة يشكّل هزازة توافقية بسيطة وينجز 10 هزات في $5\ s$، احسب الاستطالة السكونية x_0 لهذا النابض.

نعلّق كتلة إضافية m' بالإضافة إلى الكتلة السابقة m، فيستطيل النابض استطالة إضافية x'_0. احسب قيمتها إذا علمت أنّ الهزازة التوافقية الجديدة أنجزت 10 هزات خلال $6\ s$.

$g = 10\ m.s^{-2}$

المسألة الثالثة:

يتألف نواس فتل من قرص متجانس نصف قطره $20\ cm$ معلّق بسلك فتل شاقولي فإذا علمت أنّ عزم عطالة القرص حول محور عمود على مستويه ومار من مركز عطالته $0.02\ kg.m^2$. ودوره الخاص $2\ s$، المطلوب:

1. حساب قيمة كتلة القرص.
2. حساب قيمة ثابت الفتل لسلك التعليق.
3. استنتاج التابع الزمني للمطال الزاوي انطلاقاً من شكله العام باعتبار أن مبدأ الزمن هو اللحظة التي تُرك فيها القرص دون سرعة ابتدائية بعد أن ندير القرص بمقدار نصف دورة عن وضع توازنه بالاتجاه الموجب.
4. حساب السرعة الزاوية للقرص لحظة المرور الأول في وضع توازنه.

5. حساب التسارع الزاوي للقرص لحظة مرور القرص بوضع $\overline{\theta} = -\frac{\pi}{2}\ rad$.

6. حساب الطاقة الميكانيكية لقرص نواس الفتل عند المرور في وضع توازنه.

(عزم عطالته حول محور يمر من مركز عطالته: $I_{\Delta} = \frac{1}{2}\ Mr^2$)

المسألة الرابعة:

A- يتألف نواس ثقلي من قرص متجانس نصف قطره $r = \frac{1}{6}\ m$ يمكنه أن ينوس في مستوٍ شاقولي حول محور أفقي يمر بنقطة من محيطه وعمودي على مستويه الشاقولي.

1. استنتج العلاقة المحدِّدة للدور الخاص للنواس بدلالة نصف قطره في حالة السعات الصغيرة، انطلاقاً من علاقة الدور الخاص للنواس الثقلي بالرموز ثم احسب قيمته.
2. احسب طول النواس الثقلي البسيط المواقت لهذا النواس.
3. نزيح القرص عن وضع توازنه الشاقولي بزاوية $\theta_{max} = 60^{\circ}$ ونتركه دون سرعة ابتدائية، استنتج العلاقة المحدِّدة لسرعته الزاوية ω لحظة مروره بالشاقول بالرموز ثم احسب قيمتها.

B- نعلق القرص من مركزه بسلك فتل شاقولي ثابت فتله $k = 8\times10^{-4}\ m.N.rad^{-1}$ مكوناً نواس فتل، ندير القرص عن وضع توازنه أفقياً حول السلك بزاوية $\overline{\theta} = +30^{\circ}$ ونتركه دون سرعة ابتدائية في اللحظة $t_{\circ} = 0$ فيهتز بدور $T = 4\ s$.

1. احسب عزم عطالة القرص حول محوره.
2. استنتج التابع الزمني لحركة القرص انطلاقاً من الشكل العام للمطال الزاوي.
3. احسب الطاقة الحركية للقرص لحظة مروره في وضع التوازن.

عزم عطالة القرص حول محوره $I_{\Delta/C} = \frac{1}{2} m\, r^2$ ، $g = 10\ m.s^{-2}$ ، $\pi^2 = 10$

المسألة الخامسة:

يتألف نواس ثقلي من ساق شاقولية مهملة الكتلة طولها $1\ m$ تحمل في نهايتها العلوية كتلة نقطية $m_1 = 0.2\ kg$ وتحمل في نهايتها السفلية كتلة نقطية $m_2 = 0.6\ kg$ تهتز هذه الساق حول محور أفقي مار من منتصفها والمطلوب الآتي:

1. احسب دور النواس في حالة السعات الصغيرة.
2. احسب طول النواس البسيط المواقت لهذا النواس.
3. احسب دور النواس لو ناس بسعة زاوية $\theta_{max} = 0.4\ rad$.
4. نزيح الساق عن وضع توازنها الشاقولي بزاوية $\theta_{max} = 60^{\circ}$ ونتركها دون سرعة ابتدائية.

A- استنتج علاقة السرعة الزاوية لجملة النواس لحظة مرورها بشاقول محور التعليق، ثمَّ احسب قيمتها عندئذ.

B- احسب السرعة الخطية لمركز عطالة جملة النواس لحظة المرور بالشاقول.

5. نستبدل بالكتلة m_2 كتلة $m_1 = 0.2\ kg$ ونعلق الساق من منتصفها بسلك فتل شاقولي لنشكل بذلك نواساً للفتل، نزيح الساق الأفقية عن توازنها فتهتز بدور $T_0 = (2\pi)s$. احسب قيمة ثابت فتل سلك التعليق.
6. احسب قيمة التسارع الزاوي لنواس الفتل عند المرور بوضع $\theta = 0.5\ rad$.

المسألة السادسة:

ساق متجانسة شاقولية طولها $\ell = 1.5\ m$ نعلقها من محور أفقي ثابت عمودي على مستويها الشاقولي ومار من طرفها العلوي.

1. احسب دور اهتزازاتها صغيرة السعة مع العلم أن عزم عطالة الساق حول محور مار من مركز عطالته $I_{\Delta/C} = \frac{1}{12} m\ \ell^2$.
2. احسب طول النواس البسيط المواقت لهذا النواس.
3. نزيح الساق عن وضع توازنه الشاقولي بزاوية $\theta_{max} = 60^\circ$ ونتركه دون سرعة ابتدائية ، استنتج العلاقة المحدِّدة لسرعته الزاوية ω لحظة مروره بالشاقول بالرموز ثم احسب قيمتها.
4. نأخذ الساق ونعلقها من منتصفها بسلك فتل شاقولي وبعد أن تتوازن تزاح عن وضع توازنها في مستو أفقي وتترك دون سرعة ابتدائية فتؤدي 10 نوسات خلال $5\ s$ وعندما يثبت في طرفيها كتلتان نقطيتان متماثلتان $m_1 = m_2 = 20\ g$ يصبح زمن النوسات العشر $10\ s$.المطلوب:
   - A- استنتج كتلة الساق.
   - B- احسب قيمة ثابت فتل سلك التعليق.

$\pi^2 = 10$ ، $g = 10\ m.s^{-2}$

المسألة السابعة:

خيط مهمل الكتلة لا يمتط طوله $\ell = 40\ cm$ نعلق في نهايته كرة صغيرة نعدها نقطة مادية كتلتها $m_1 = 100\ g$.

1. يحرف الخيط عن وضع التوازن بزاوية θ_{max} ونترك الكرة بدون سرعة ابتدائية فتكون سرعتها لحظة مرورها بالشاقول $v = 2\ m.s^{-1}$ استنتج قيمة الزاوية θ_{max} .
2. استنتج علاقة توتر خيط النواس لحظة مروره بوضع الشاقول ثم احسب قيمتها.
3. تعاد التجربة السابقة نفسها بحيث تصدم كرة النواس لحظة مرورها بالشاقول بسرعتها السابقة $v = 2\ m.s^{-1}$ كرة ساكنة كتلتها $m_2 = 200\ g$ صدماً تام المرونة احسب سرعة كلٍّ من الكرتين بعيد الصدم.

المسألة الثامنة:

لدينا ساقٌ معدنية متجانسة (ab) كتلتُها $m = 3\ kg$ وطولُها $ab = \ell = 1m$ نجعلها شاقولية، ونعلّقها من محور أفقي ثابت عمودي على مستويها الشاقولي ومارٍّ من منتصف الساق، ونثبّت في طرفها السفلي كتلة نقطية $m' = 1\ kg$.

1. احسب دور النوسات صغيرة السعة لجملة النواس المتشكّل باعتبار عزم عطالة الساق حول محورٍ مارٍّ من منتصفها وعموديٍّ عليها $I_\Delta = \frac{1}{12} m\ell^2$
2. احسب طول النواس البسيط المواقت لهذا النواس.
3. نزيح الساق حتى تصنع زاوية $60°$ مع وضع توازنها الشاقولي، ونتركها دون سرعة ابتدائيّة.
   A. استنتج السرعة الزاويّة للنواس لحظة المرور بالشاقول، واحسب قيمتها.
   B. احسب السرعة الخطيّة للكتلة m' لحظة المرور بالشاقول.
   C. احسب العزم الحركيّ لجملة النواس لحظة المرور بالشاقول $g = 10\ m.s^{-2}$

نأخذ الساق ونجعلها شاقولية في منطقة يسودها حقل مغناطيسي منتظم خطوطه أفقية شدته $B = 0.02\ T$ ونحركها عمودياً على خطوط الحقل المغناطيسي بسرعة أفقية ثابتة $2\ m.s^{-1}$.

المطلوب:

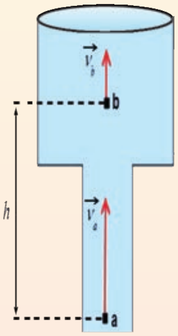
1. استنتج بالرموز العلاقة المحددة لفرق الكمون V_{ab} بين طرفي الساق واحسب قيمته العددية.
2. ارسم شكلاً تخطيطياً توضح فيه كلّاً من الأشعة ($\vec{F}$، $\vec{B}$، $\vec{v}$ لورنز) مبيناً نوعي الشحنة على طرفي الساق.

المسألة التاسعة:

تسقط كرة فارغة من الألمنيوم نصف قطرها $r = 2cm$ كتلتها $m = \pi\ g$ بدون سرعة ابتدائية في هواء ساكن من ارتفاع كافٍ.

1. ادرس مراحل وصول الكرة إلى سرعتها الحدية مستنتجاً العلاقة المحددة لسرعتها الحدية باعتبار أن $F_r = 0.25\, s\, v^2$ ثم احسب قيمتها.
2. احسب تسارع حركة الكرة في اللحظة التي تبلغ فيها سرعتها $v = 5\ m.s^{-1}$.
3. ماذا تصبح قيمة السرعة الحدية إذا كانت الكرة مصمتة – بالقطر نفسه – والكتلة الحجمية لمادتها $\rho = 2.7\ g\ .cm^{-3}$.

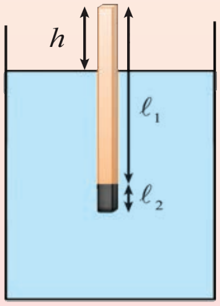
المسألة العاشرة:



يجري الماء داخل الأنابيب الموضحة في الشكل من (a) إلى (b) حيث نصف قطرالأنبوب عند (a) $r_1 = 5\,cm$ و نصف قطرالأنبوب عند النقطة (b) $r_2 = 10\,cm$ والمسافة بين (a)و(b) $h = 50\,cm$:

1. احسب سرعة جريان الماء عند النقطة (b) علماً أن سرعة جريان الماء عند النقطة (a) $v_1 = 4\ m\,.s^{-1}$.
2. احسب قيمة فرق الضغط $(P_a - P_b)$.

المسألة الحادية عشرة:



مسطرة خشبية متجانسة مقطعها s طولها $\ell_1 = 50\,cm$ تثقل بقطعة من الرصاص لها مقطع المسطرة الخشبية s طولها $\ell_2 = 0.6\,cm$ نغمس الجملة في الماء فتتوازن بوضع شاقولي. كما هو موضح في الشكل المجاور:

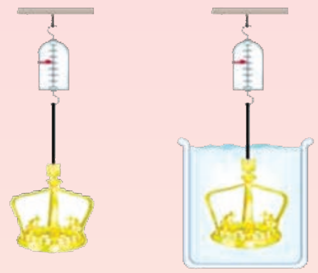
احسب h طول الجزء غير المغمور من المسطرة علماً أن:

الكتلة الحجمية للخشب $\rho_1 = 0.82\ g\,.cm^{-3}$

الكتلة الحجمية للرصاص $\rho_2 = 11.3\ g\,.cm^{-3}$

الكتلة الحجمية للماء $\rho_3 = 1\ g\,.cm^{-3}$

المسألة الثانية عشرة:



الشكل b الشكل a

شك الملك هيرون بأن التاج لم يكن من الذهب الخالص وإنما هو ممزوج بمعدن الفضة، فطلب من العالم أرخميدس التحقق من ذلك.

وجد أرخميدس أن :

ثقل التاج في الهواء $15.96\ N$ (الشكل a)

وثقل التاج وهو مغمور في الماء $14.96\ N$ (الشكل b)

1. وضح بالحساب أن النتيجة التي توصل إليها أرخميدس هي أن التاج ليس من الذهب الخالص.
2. احسب النسبة المئوية الكتلية للذهب في التاج.

علماً أن: الكتلة الحجمية للذهب $\rho_{Au} = 19.3\ g\,.cm^{-3}$ ، الكتلة الحجمية للفضة $\rho_{Ag} = 10.5\ g\,.cm^{-3}$

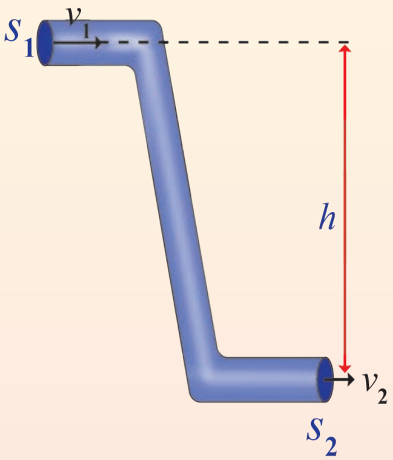
المسألة الثالثة عشرة:

خزان وقود شاحنة حجمه $0.3\ m^3$ يملأ من أنبوب مساحة مقطع فوهته $5\ cm^2$ بزمن قدره $5\ min$

المطلوب:

احسب سرعة تدفق الوقود من فوهة الأنبوب.

المسألة الرابعة عشرة:



يتدفق الماء عبر الأنبوب الموضّح في الشكل حيث:

$s_1 = 20\ cm^2$ $\qquad$ $s_2 = 60\ cm^2$

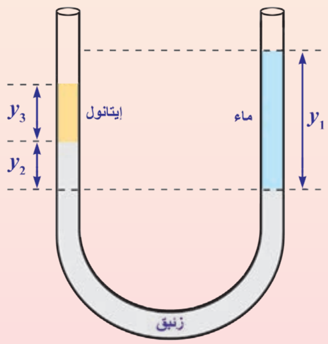
$h = 10\ m$ $\qquad$ $v_1 = 15\ m.s^{-1}$

$P_2 = ?$ $\qquad$ $P_1 = 1\times 10^5\ P_a$

$\rho = 10^3\ kg.m^{-3}\ ,\ g = 10\ m.s^{-2}\ ,\ v_2 = ?$

احسب P_2،v_2 الضغط والسرعة عند الفوهة السفلية.

المسألة الخامسة عشرة:



نصب في أنبوبة ذات فرعين الزئبق ثم الماء في الفرع الأول، والإيتانول في الفرع الثاني. عند توازن السوائل الثلاثة، وبأخذ المستوي الأفقي المار من السطح الفاصل بين الماء والزئبق مبدأ لقياس الارتفاعات، نجد أن ارتفاع الماء $y_1 = 14.8\ cm$ وارتفاع الزئبق في الفرع الثاني هو y_2 وفوقه عمود الإيتانول ارتفاعه $y_3 = 10\ cm$ كما هو موضّح في الشكل المجاور. المطلوب:

1- احسب الارتفاع y_2 إذا علمت أنّ الكتلة الحجمية للزئبق: $\rho_1 = 13.6\ g.cm^{-3}$ والكتلة الحجمية للإيتانول $\rho_2 = 0.8\ g.cm^{-3}$.

2- احسب حجم الإيتانول الواجب إضافته حتى يصبح سطح الزئبق في الفرعين في مستو أفقي واحد إذا علمت أنّ قطر المقطع الداخلي للأنبوبة $2\ cm$.

المسألة السادسة عشرة:

إطار مربع الشكل طول ضلعه $\ell = 4\ cm$ يحوي 100 لفة من سلك نحاسي معزول رفيع نعلقه من منتصف أحد أضلاعه بسلك شاقولي عديم الفتل ضمن حقل مغناطيسي أفقي منتظم خطوطه توازي مستوي الإطار شدته $B = 0.05\ T$ نمرر في الإطار تياراً كهربائياً شدته $0.5\ A$ والمطلوب :

1. احسب عزم المزدوجة الكهرطيسية المؤثرة في الإطار لحظة إمرار التيار .
2. احسب عمل تلك المزدوجة الكهرطيسية عندما يدور الإطار ليصبح في حالة توازن مستقر.
3. نقطع التيار السابق عن الإطار وهو في حالة التوازن المستقر ونصل طرفيه بمقياس غلفاني، ثمّ نديره حول محوره الشاقولي زاوية مقدارها $\frac{\pi}{2}\ rad$ خلال $0.5\ s$ احسب شدة التيار المتحرض إذاكانت مقاومة سلك الإطار $4\,\Omega$.

المسألة السابعة عشرة:

إطار مستطيل الشكل يحوي 100 لفة من سلك نحاسي معزول مساحة سطحه $16\ cm^2$.

أ- نعلق الإطار بسلك عديم الفتل شاقولي ونخضعه لحقل مغناطيسي منتظم أفقي شدته $B = 0.06\ T$ خطوطه توازي مستوى الإطار الشاقولي، نمرر في الإطار تياراً شدته $0.1\ A$ والمطلوب حساب:

1. العزم المغناطيسي لهذا الإطار.
2. عزم المزدوجة الكهرطيسية التي يخضع هذا الإطار لها لحظة إمرار التيار.
3. عمل المزدوجة الكهرطيسية عندما يدور الإطار من وضعه السابق إلى وضع التوازن المستقر.

ب- نقطع التيار ونستبدل سلك التعليق بسلك فتل شاقولي ثابت فتله $k = 8\times10^{-5}\ m\ .N\ .rad$ بحيث يكون مستوي الإطار يوازي خطوط الحقل المغناطيسي السابق، نمرر في الإطار تياراً شدته $1\ mA$ فيدور الإطار بزاوية صغيرة θ' ويتوازن، استنتج بالرموز العلاقة المحددة لزاوية الانحراف θ' انطلاقاً من شرط التوازن واحسب قيمتها .

(يهمل تأثير الحقل المغناطيسي الأرضي)

المسألة الثامنة عشر:

لدينا إطارمربع الشكل مساحة سطحه $s = 25\ cm^2$ يحوي 50 لفة من سلك نحاسي معزول نعلقه بسلك رفيع عديم الفتل وفق محوره الشاقولي ونخضعه لحقل مغناطيسي منتظم خطوطه أفقية شدته $B = 10^{-2}\ T$ بحيث يكون مستوي الإطار يوازي منحى الحقل $\overrightarrow{B}$ عند عدم مرور تيار، نمرّر في الإطار تياراً كهربائياً شدته $I = 5\ A$ والمطلوب :

1. احسب شدة القوة الكهرطيسية المؤثرة في كل من الضلعين الشاقوليّين لحظة مرور التيار.
2. احسب عزم المزدوجة الكهرطيسية المؤثرة في الإطار لحظة إمرارالتيار السابق.
3. احسب عمل المزدوجة الكهرطيسية عندما ينتقل الإطارمن وضعه السابق إلى وضع التوازن المستقر.
4. نستبدل سلك التعليق بسلك فتل ثابت فتله k لنشكل مقياساً غلفانياً ونمرر بالإطار تياراً كهربائياً شدته ثابتة $2\ mA$ فيدور الإطار بزاوية $0.02\ rad$ ويتوازن. استنتج ثابت فتل السلك k واحسب قيمته، ثمّ احسب قيمة ثابت المقياس الغلفاني G.
5. نزيد حساسية المقياس 10 مرات من أجل التيار نفسه ما قيمة ثابت فتل سلك التعليق بالوضع الجديد.

(يهمل تأثير الحقل المغناطيسي الأرضي)

المسألة التاسعة عشرة:

A- نطبق بين نقطتين (b,a) من دارة كهربائية فرقاً في الكمون متناوباً جيبياً قيمته المنتجة $U_{eff} = 100\ V$ تواتره $f = 50\ Hz$، ونربط بين هاتين النقطتين على التسلسل مقاومة صرف قيمتها $R = 40\,\Omega$، وشيعة مقاومتها الأومية مهملة ذاتيتها $L = \frac{2}{5\pi}\ H$ ومكثفة سعتها $C = \frac{1}{\pi}\times 10^{-3}\ F$. المطلوب حساب:

1. ردية الوشيعة واتساعية المكثفة والممانعة الكلية للدارة.
2. الشدة المنتجة للتيار في الدارة.

B- تحذف المقاومة الصرف من الدارة ويعاد ربط المكثفة على التفرع مع الوشيعة بين النقطتين (b,a) السابقتين. المطلوب حساب:

1. قيمة الشدة المنتجة في فرع الوشيعة.
2. قيمة الشدة المنتجة في فرع المكثفة.
3. قيمة الشدة المنتجة الكلية للدارة في هذه الحالة باستخدام إنشاء فرينل.

C- نصل طرفي المأخذ (b,a) بسلك نحاسي طوله $\ell = 1.5\ m$ وكتلته $m = 6\ g$ ونجعل منتصفه بين قطبي مغناطيس نضوي بحيث يعامد السلك خطوط حقله المغناطيسي، احسب قيمة شد السلك التي تجعله يهتز بالتجاوب مكوناً ثلاثة مغازل.

المسألة العشرون:

مأخذ لتيار متناوب جيبي التوتر اللحظي بين طرفيه $\bar{u} = 150\sqrt{2}\cos 100\pi t\ \ (Volt)$

A. نصل طرفي المأخذ بدارة تحوي على التسلسل مقاومة صرفة $30\ \Omega$ ووشيعة مقاومتها مهملة ذاتيتها $L = \frac{2}{5\pi}\ H$. المطلوب حساب:

1. التوتر المنتج بين طرفي المأخذ، وتواتر التيار؟
2. ردّية الوشيعة.
3. الممانعة الكلية للدارة.
4. الشدة المنتجة للتيار المارة في الدارة.
5. عامل استطاعة الدارة، والاستطاعة المتوسطة المستهلة فيها.

B. نضيف إلى الدارة السابقة على التسلسل مكثفة مناسبة سعتها C تجعل الشدة على توافق مع التوتر المطبق. المطلوب:

1. حساب الشدة المنتجة للتيار في هذه الحالة.

2. حساب سعة المكثفة المضافة C.

3. إذا كانت المكثفة السابقة C مؤلفة من ضم مجموعة من المكثفات المتماثلة لكل منها سعة $C_1 = \frac{1}{4\pi} \times 10^{-4}\ F$. حدّد طريقة ضم هذه المكثفات، ثم احسب عددها.

المسألة الحادية والعشرون:

يعطى فرق الكمون بين النقطتين (b, a) بالعلاقة: $\bar{u} = 100\sqrt{2}\cos(100\pi t)(Volt)$

1. احسب فرق الكمون المنتج بين النقطتين، وتواتر التيار.
2. نصل (b, a) بمقاومة صرف (50 Ω) اكتب تابع شدة التيار في هذه المقاومة.
3. نصل (b, a) بفرع آخر يحوي على التسلسل مقاومة صرف (50 Ω) مع مكثفة سعتها C فيمرّ تيار شدته المنتجة $\sqrt{2}\ A$. اكتب تابع شدة التيار المار فيه واحسب سعة المكثفة C.
4. احسب قيمة الشدة المنتجة للتيار في الدارة الأصلية باستخدام إنشاء فرينل.
5. احسب ذاتية الوشيعة المهملة المقاومة الواجب ربطها على التفرع بين النقطتين (b, a) لتصبح شدة التيار الأصلية على وفاق بالصفحة مع فرق الكمون المطبق عندما تعمل الفروع الثلاث معاً، ثمَّ احسب قيمة الشدة المنتجة الأصلية للتيار.

المسألة الثانية والعشرون:

نضع بين طرفي مأخذ لتيار متناوب توتره المنتج ثابت، مقاومة صرفة R موصولة على التسلسل مع وشيعة مقاومتها الأومية R' ورديتها 30 Ω عامل استطاعتها 0.8 فيمر تيار شدته اللحظية تعطى بالعلاقة: $\bar{i} = 3\sqrt{2}\cos(100\pi t)\ (A)$.

المطلوب:

1. احسب الشدة المنتجة للتيار وتواتره.
2. احسب كلاً من المقاومة الأومية للوشيعة R' وممانعتها.
3. إذا علمت أن فرق الكمون المنتج بين طرفي المقاومة R يساوي نصف فرق الكمون المنتج بين طرفي الوشيعة، احسب المقاومة الصرفة R واحسب الاستطاعة المستهلكة فيها واحسب الاستطاعة المستهلكة في الدارة.
4. نضيف بين طرفي المأخذ السابق على التسلسل مع المقاومة R والوشيعة مكثفة سعتها C فتبقى الشدة المنتجة للتيار نفسها، احسب قيمة سعة هذه المكثفة.
5. نضيف إلى المكثفة C في الدارة السابقة مكثفة C' تجعل الشدة على توافق بالصفحة مع التوتر المطبق. احسب السعة المكافئة للمكثفتين وحدد طريقة الضم واحسب سعة المكثفة المضافة C'.

المسألة الثالثة والعشرون:

نطبق بين نقطتين (b, a) فرقاً في الكمون متناوباً جيبياً قيمته المنتجة $40\sqrt{3}\,V$ وتواتره $f = 50\ Hz$.

A. نربط بين النقطتين (b, a) على التسلسل مقاومة صرفة $R = 20\ \Omega$ ووشيعة مقاومتها الأوميّة $r = 10\ \Omega$ وممانعتها $20\ \Omega$:

1. احسب الممانعة الكلية، واحسب الشدة المنتجة المارة.
2. احسب الاستطاعة المتوسطة المصروفة في الجملة، وعامل استطاعتها.
3. احسب الطاقة الحرارية المنتشرة عن المقاومة الصرفة خلال زمن $10\ min$، واكتب معادلة التوتر اللحظي بين طرفي المقاومة الصرفة.

B. نعيد وصل الوشيعة على التفرع مع المقاومة الصرفة بين النقطتين السابقتين (b, a) والمطلوب:

1. احسب الشدة المنتجة للتيار المار بالدارة الأصلية قبل التفرع باستخدام إنشاء فرينل.
2. ما قيمة الاستطاعة المتوسطة المستهلكة في جملة الفرعين؟ وما قيمة عامل الاستطاعة عندئذٍ؟

المسألة الرابعة والعشرون:

خيط مرن أفقي طوله $1\ m$ وكتلته $10\ g$، نربط أحد طرفيه برنانة كهربائية شعبتاها أفقيتان تواترها $50\ Hz$، ونشدّ الخيط على محزّ بكرة بثقل مناسب لتكون نهايته مقيدة، فإذا علمت أنّ طول الموجه المتكونة $40\ cm$. المطلوب:

1. ما عدد المغازل المتكونة على طول الخيط؟
2. احسب السعة بنقطة تبعد $20\ cm$ ثم بنقطة تبعد $30\ cm$ عن النهاية المقيدة للخيط إذا كانت سعة اهتزاز المنبع $Y_{max} = 1\ cm$.
3. احسب الكتلة الخطية للخيط، واحسب قوة شد هذا الخيط، وسرعة انتشار الاهتزاز فيه.
4. احسب قوة شد الخيط التي تجعله يهتز بمغزلين، وحدّد أبعاد العقد والبطون عن النهاية المقيدة في هذه الحالة.
5. نجعل طول الوتر نصف ما كان عليه. هل تتغيّر كتلته الخطية باعتبار أنّه متجانس.

المسألة الخامسة والعشرون:

وتر طوله $1.5\ m$ كتلته $15\ g$ نجعله يهتز بالتجاوب بواسطة هزازة تواترها $100\ Hz$ يتشكل فيه ثلاثة مغازل والمطلوب حساب:

1. طول موجة الاهتزاز .
2. الكتلة الخطية للوتر.
3. سرعة انتشار الاهتزاز في الوتر .
4. مقدار قوة الشد المطبقة على الوتر .
5. بعد أماكن عقد و بطون الاهتزاز عن نهايته المقيدة .

المسألة السادسة والعشرون :

مزمار متشابه الطرفين طوله $3.6\ m$ مملوء بالهواء يصدر صوتاً تواتره $1000\ Hz$ حيث سرعة انتشار الصوت في هواء المزمار $340\ m.s^{-1}$ في درجة حرارة التجربة:

1. احسب عدد أطوال الموجة التي يحويها المزمار.
2. إذا تكوّنت عقدة واحدة في منتصف المزمار في الدرجة نفسها من الحرارة فاحسب تواتر الصوت البسيط عندئذٍ.
3. إذا كانت سرعة انتشار الصوت في الهواء $331\ m.s^{-1}$ في الدرجة $0\ °C$ فاحسب درجة حرارة التجربة.

المسألة السابعة والعشرون :

مزمار مختلف الطرفين يهتز فيه الهواءوسرعة انتشار الصوت فيه $340\ m.s^{-1}$ في درجة حرارة التجربة. يتشكّل فيه عقدتان فقط البعد بينهما $20\ cm$ ، والمطلوب:

1. احسب طول موجة الصوت البسيط الصادر.
2. طول المزمار.
3. تواتر الصوت البسيط الصادر.
4. طول مزمار آخر متشابه الطرفين تواتر صوته الأساسي مساوٍ لتواتر الصوت البسيط السابق.

المسألة الثامنة والعشرون :

يُملأ مزمار ذو فم نهايته مغلقة طوله L_1 بالهدروجين وننفخ فيه فيصدر صوتاً أساسياً تواتره يساوي مثلي تواتر الصوت الأساسي الذي يصدره مزمار ذو فم نهايته مفتوحة طوله L_2 مملوء بالهواء، فإذا علمت أنّ سرعة انتشار الصوت في الهواء بدرجة حرارة التجربة $340\ m.s^{-1}$ ، وعندها تكون سرعة انتشار الصوت في غاز الهدروجين $1292\ m.s^{-1}$. احسب قيمة النسبة بين طولي المزمارين .

المسألة التاسعة والعشرون:

نولد حزمة من الإلكترونات أفقية نعدها متجانسة سرعتها $4\times10^{7}\ m.s^{-1}$ في الخلاء ونجعلها تدخل بين لبوسي مكثفة مستوية أفقية يبعد أحدهما عن الآخر $d = 2\ cm$ وبينهما فرق في الكمون $900\ V$

المطلوب:

1. احسب شدة الحقل الكهربائي المنتظم بين لبوسي المكثفة .
2. احسب شدة القوة الكهربائية التي يخضع لها إلكترون من الحزمة .
3. ادرس حركة إلكترون من الحزمة بين لبوسي المكثفة وحدد معادلة حامل مساره .
4. حساب شدة المغناطيسي المعامد للحقل الكهربائي المتولد بين لبوسي المكثفة الذي يجعل الإلكترون يتحرك بحركة مستقيمة منتظمة.

(يهمل ثقل الإلكترون) ، كتلة الإلكترون $m_e = 9\times10^{-31}$، القيمة المطلقة لشحنة الإلكترون $e = 1.6\times10^{-19}\ C$

المسألة الثلاثون:

خلية ضوئية، يتكون المهبط فيها صفيحة من السيزيوم حيث تساوي عتبة طول الموجة اللازم لانتزاع الكترون $\lambda_0 = 6600\ A^{\circ}$

1. احسب الطاقة الدنيا اللازمة لانتزاع الكترون.
2. نعرض الخلية لحزمة ضوئية بطول موجة $\lambda = 425\ nm$ ، فيجري انتزاع الكترونات، احسب الطاقة الحركية والسرعة العظمى لكل الكترون منتزع.

المسألة الواحدة والثلاثون:

في إحدى تجارب الفعل الكهرضوئي كانت الطاقة الحركية العظمى للإلكترون المنتزع $E_k = 3\times10^{-20}\ J$ عندما استُخدِمَ ضوءٌ طول موجته $\lambda = 0.6\ \mu m$ وعند استبداله بضوء آخر طول موجته $\lambda' = 0.5\ \mu m$ في التجربة نفسها كانت الطاقة الحركية العظمى للإلكترون المنتزع $E'_k = 9.6\times10^{-20}\ J$. استنتج قيمة ثابت بلانك في الاشعاع ثم احسب طاقة الانتزاع.

$c = 3\times10^{8}\ m.s^{-1}$

المسألة الثانية والثلاثون:

إذا كان أكبر طول موجة يلزم لانتزاع الإلكترون من سطح معدن السيزيوم في حجيرة كهرضوئية يساوي $6600\ A^{\circ}$

1. احسب الطاقة اللازمة لانتزاع الإلكترون.
2. احسب كمية حركة الفوتون الوارد عندما يضاء سطح المعدن بضوء وحيد اللون طول موجته $\lambda = 4400\ A^{\circ}$.

3. احسب الطاقة الحركية العظمى للإلكترون لحظة خروجه من مهبط الحجيرة.

4. احسب قيمة كمون الإيقاف.

$c = 3\times10^{8}\ m.s^{-1}$ ، القيمة المطلقة لشحنة الإلكترون $e = 1.6\times10^{-19}$

ثابت بلانك $h = 6.6\times10^{-34} J.s$ ، (يُهمل ثقل الإلكترون)

المسألة الثالثة والثلاثون:

يعمل أنبوب لتوليد الأشعة السينية بفرق كمون $8\times10^{4}\ V$ حيث يصدر الإلكترون عن المهبط بسرعة معدومة عملياً ويمر تيار شدته $1\,mA$.

1. احسب الطاقة الحركية لأحد الإلكترونات لحظة وصوله لمقابل المهبط (صفيحة البلاتين).

2. احسب قيمة التواتر الأعظمي للأشعة السينية الصادرة.

3. توقف الحزمة الإلكترونية بكاملها صفيحة البلاتين كتلتها $m = 50\ g$ فتتحول كامل الطاقة الحركية للإلكترونات إلى طاقة حرارية احسب ارتفاع درجة حرارة الصفيحة في الدقيقة.

(يُهمل ثقل الإلكترون). الحرارة الكتلية للبلاتين $147\ J.kg^{-1}.^{\circ}C^{-1}$

كتلة الإلكترون $m_e = 9\times10^{-31}$، القيمة المطلقة لشحنة الإلكترون $e = 1.6\times10^{-19}\ C$

المسألة الرابعة والثلاثون:

أشعة سينية تواترها الأعظمي $3\times10^{18}\ Hz$ تصدر عن أنبوب لتوليد الأشعة السينية. بإهمال سرعة الإلكترون لحظة مغادرته المهبط والمطلوب حساب:

1. طول الموجة الأصغري للأشعة السينية الصادرة.

2. فرق الكمون بين المصعد و المهبط.

3. سرعة الإلكترون لحظة اصطدامه بمقابل المهبط (الهدف).

$c = 3\times10^{8}\ m.s^{-1}$ ، $h = 6.6\times10^{-34}\ J.s$ ، $e = 1.6\times10^{-19}\ C$ ، $m_e = 9.1\times10^{-31}\ kg$

(يُهمل ثقل الإلكترون)

المراجع

المراجع العربية:

1- سلوم ، د. عقيل، مقرر الكهرطيسية، منشورات جامعة دمشق.

2- مقرر بيركلي في الفيزياء الميكانيكا المجلد الأول.

3- الفيزياء الحديثة للجامعات.

4- كتب الفيزياء في المرحلة الثانوية وزارة التربية

5- الفيزياء المتقدمة.

المراجع الأجنبية:

1- *Douglas C. Giancoli, Physics For Scintists And Engineering*

2-*Raymond A. Serway, Physics Lasers And Optical Engineering*

الفصل الدراسي الأول

الفصل الدراسي الثاني